

ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 7 (79)
2007

ISSN 1991-976X

СЕРИЯ

«КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ, РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»

Выпуск 5

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНТИ. Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

Редакционная коллегия:

д.т.н., профессор **Казаринов Л.С.** (*отв. редактор*); д.т.н., профессор **Войтович Н.И.**;
д.т.н., профессор **Логиновский О.В.**; д.т.н., профессор **Шестаков А.Л.**;
д.т.н., профессор **Тележкин В.Ф.**; д.т.н., профессор **Карманов Ю.Т.**;
д.т.н., профессор **Щипицын А.Г.**; д.т.н., профессор **Лысов А.Н.**;
д.т.н., профессор **Кафтанников И.Л.**;
Фокин Л.А. (*техн. редактор*)

СОДЕРЖАНИЕ

Т.А. БАРБАСОВА, П.Н. ДИВНИЧ. Определение достижимых коэффициентов инжекции и степени сжатия струйного парового компрессора.....	3
М.А. ВАСИЛЕНКО, С.Г. ДАДАЕВ. Решение в первом приближении уравнения для давления в газодинамических подшипниках гироскопических приборов.....	5
Е.В. ГОЙТИНА, Д.А. ШНАЙДЕР. Подход к автоматизированному анализу эффективности режимов теплоснабжения на основе макромоделирования.....	9
А.С. ДЕЕВА, А.Г. ЩИПИЦЫН. Контроль и диагностика избыточной инерциальной навигационной системы.....	12

Г.В. ЗЫРЯНОВ. О выборе контура синхронизации в системе многодвигательного электропривода.....	18
Л.С. КАЗАРИНОВ, Л.А. КОПЦЕВ, И.А. ЯПРЫНЦЕВА. Оптимальное прогнозирование потребления топливных газов на металлургических предприятиях.....	24
Л.С. КАЗАРИНОВ, О.В. ПОПОВА. Методика идентификации производственных характеристик на основе кластеризации данных.....	27
Л.С. КАЗАРИНОВ, О.В. ПОПОВА, Д.А. ШНАЙДЕР. Математическое описание потоков энергоресурсов в сложных сетях с учетом динамики их аккумуляции.....	29
В.В. ОСТРОУХОВ. Математическая модель силового модуля системы перемещения оправки стана ХПТ-450П2.....	34
О.О. ПАВЛОВСКАЯ. Методы определения параметров линейной математической модели человека-оператора.....	41
Н.В. ПЛОТНИКОВА. Описание и анализ квазистационарных стохастических систем на основе обратных частотных характеристик.....	44
В.Ф. ТЕЛЕЖКИН, В.М. ИБАТУЛЛИН. Генерация широкополосного случайного воздействия: проблемы выборок с перекрытием.....	49
А.Г. ЩИПИЦЫН. Математическое описание для процедуры калибровки инерциальной навигационной системы.....	52
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	62

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОСТИЖИМЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНЖЕКЦИИ И СТЕПЕНИ СЖАТИЯ СТРУЙНОГО ПАРОВОГО КОМПРЕССОРА

Т.А. Барбасова, П.Н. Дивнич

Пароструйные компрессоры отличаются большой степенью расширения и умеренной степенью сжатия. Степень расширения рабочего потока после рабочего сопла в компрессорах велика. Отношение давлений рабочего и инжектируемого потоков перед компрессором во много раз больше критического отношения давлений. Степень сжатия, развиваемая такими аппаратами, обычно находится в пределах $2,5 \leq P_c/P_n \leq 1,2$. К пароструйным компрессорам относятся аппараты для повышения давления отработавшего пара в сети.

1. Определение достижимой степени сжатия струйного компрессора

Расчет давления сжатия P_c производится по уравнению [1]:

$$\frac{P_c}{P_n} = \frac{K_1 \lambda_{p,n} + \varphi_3 \frac{\Pi_{p,n}}{\Pi^* k q_{p,n}}}{\varphi_3 \Pi_{c3} \left[\frac{\Pi_{p,n}}{\Pi^* k q_{p,n}} + u \sqrt{\Theta} \frac{1}{\Pi^* k q_{n2}} \right]} + \frac{u \sqrt{\Theta} \left[K_2 \lambda_{n2} + \varphi_3 \frac{\Pi_{n2}}{\Pi^* k q_{n2}} \right]}{\varphi_3 \Pi_{c3} \left[\frac{\Pi_{p,n}}{\Pi^* k q_{p,n}} + u \sqrt{\Theta} \frac{1}{\Pi^* q_{n2}} \right]} - \frac{(1 - u \sqrt{\Theta}) \lambda_{c3}}{\varphi_3 \Pi_{c3} \left[\frac{\Pi_{p,n}}{\Pi^* k q_{p,n}} + u \sqrt{\Theta} \frac{1}{\Pi^* k q_{n2}} \right]}, \quad (1)$$

где u – коэффициент инжекции:

$$u = G_n / G_p; \quad (2)$$

G_p – расход рабочего пара, кг/с; G_n – расход инжектируемого пара, кг/с; P_c – давление сжатого потока на выходе компрессора, Па; P_n – давление инжектируемого пара, Па; $\Pi_{p,n}$ – относительное давление рабочего потока во входном сечении камеры смешения:

$$\Pi_{p,n} = P_n / P_p; \quad (3)$$

$\lambda_{p,n}$ – относительная скорость рабочего потока во входном сечении камеры смешения; $q_{p,n}$ – приведенная массовая скорость рабочего потока во входном сечении камеры смешения; Π_{n2} – относительное давление инжектируемого потока во входном сечении камеры смешения; λ_{n2} – относительная скорость инжектируемого потока во входном сечении камеры смешения; q_{n2} – приведенная массовая скорость инжектируемого потока во

входном сечении камеры смешения; K_1 – коэффициент скорости рабочего потока; K_2 – коэффициент скорости инжектируемого потока:

$$K_1 = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3; \quad (4)$$

$$K_2 = \varphi_4 \varphi_2 \varphi_3. \quad (5)$$

На основе экспериментальных исследований [1] рекомендовано принимать

$$\varphi_1 = 0,95; \quad \varphi_2 = 0,975; \quad \varphi_3 = 0,9; \quad \varphi_4 = 0,925.$$

При одинаковых показателях адиабаты и одинаковых газовых постоянных рабочего и инжектируемого потоков

$$k_p = k_n;$$

$$R_p = R_n;$$

$$\Theta = T_n / T_p = a_{n*}^2 / a_{p*}^2,$$

где a_{n*} – критическая скорость инжектируемого потока, м/с; a_{p*} – критическая скорость рабочего потока, м/с:

$$a_{n*} = \sqrt{2 k_n P_n v_n / (k_n + 1)}; \quad (6)$$

$$a_{p*} = \sqrt{2 k_p P_p v_p / (k_p + 1)}, \quad (7)$$

где v_n – удельный объем инжектируемого пара, м³/кг; v_p – удельный объем рабочего пара, м³/кг; Π^* – относительное давление при характеристическом значении относительной скорости $\lambda = 1$.

Относительное давление зависит от показателя адиабаты инжектируемого и сжатого потоков.

Энтальпия пара на выходе компрессора находится исходя из коэффициента инжекции и энтальпии рабочего и инжектируемого пара:

$$h_c = (h_p + u h_n) / (1 + u), \quad (8)$$

где h_p – энтальпия рабочего пара, Дж/кг; h_n – энтальпия инжектируемого пара, Дж/кг.

2. Достижимые параметры работы струйного компрессора

Достижимые параметры струйного компрессора зависят от газодинамических параметров потоков во входном и выходном сечении камеры смешения, поэтому при расчете целесообразно задаваться рядом значений λ_{c3} в выходном сечении камеры смешения и для каждого значения определять достижимые параметры. На основе проведенных расчетов выбирают оптимальные достижимые параметры работы аппарата.

При использовании цилиндрической камеры смешения значения λ_{c3} , λ_{n2} должны находиться в области $\lambda_{c3} \leq 1$, $\lambda_{n2} \leq 1$, так как скорость сме-

шанного потока в выходном и входном сечении цилиндрической камеры смешения не может быть больше критической $\omega_3 \leq a_{c*}$, $\omega_{н2} \leq a_{н*}$.

Предельные значения коэффициентов инжекции пароструйного компрессора находятся по формуле:

$$u_{пр} \sqrt{\Theta} = \left(\frac{P_n}{P_c q_{c3}} - \frac{P_n}{P_p q_{ps}} \right) / \left(1 - \frac{P_n}{P_c q_{c3}} \right), \quad (9)$$

где $u_{пр}$ – предельно возможный коэффициент инжекции аппарата; q_{ps} – приведенная массовая скорость инжектируемого потока.

Определение рабочего режима работы аппарата определяется из условий определения возможных входных параметров рабочего и инжектируемого пара. Необходимым условием установки компрессора на промплощадке является определение максимального коэффициента инжекции аппарата при максимально возможном повышении давления инжектируемого пара на выходе пароструйного компрессора.

Расчет параметров работы компрессора в зависимости от относительной скорости потока произведены для величины рабочего давления струйного компрессора $P_p = 16 \text{ кгс/см}^2$, величины инжектируемого давления струйного компрессора $P_n = 2,5 \text{ кгс/см}^2$, расхода инжектируемого пара 60 т/ч.

На рис. 1 представлена зависимость предельного и расчетного коэффициентов инжекции струйного компрессора в зависимости от относительной скорости потоков в камере смешения при заданных температурах и давлениях рабочего и инжектируемого пара на входе компрессора.

На рис. 2 представлена зависимости предельного и расчетного коэффициента повышения давления

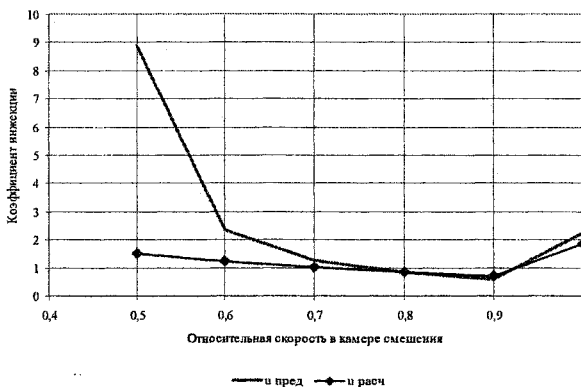


Рис. 1. Зависимость предельного и расчетного коэффициентов инжекции

инжектируемого пара на выходе компрессора в зависимости от относительной скорости потоков в камере смешения аппарата. Из рассмотрения режимов работы аппарата при наибольших расходах инжектируемого пара целесообразно рассчитывать повышение давления инжектируемого пара при достижимых коэффициентах инжекции не больше 1,5.

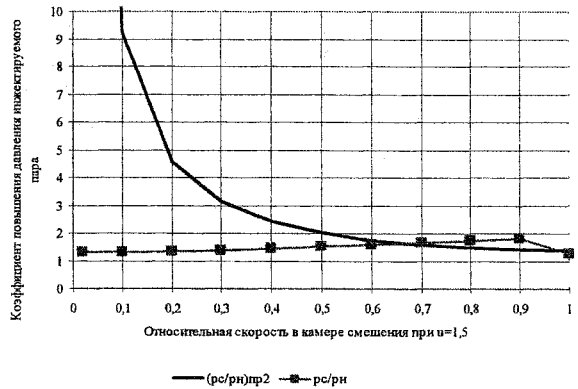


Рис. 2. Зависимость повышения давления инжектирующего пар на выходе компрессора

В результате предварительных расчетов рекомендуется устанавливать на промплощадке предприятия пароструйный компрессор, осуществляющий смешение низкопотенциального пара с промотборов турбин (2,5–2,7 кгс/см², 60 т/ч) с паром (16 кгс/см², 40 т/ч) с получением на выходе компрессора пара с давлением около 3,8 кгс/см² при расходе 100 т/ч.

Заключение

1. Динамические процессы, протекающие в пароструйном компрессоре носят нелинейный характер. Основными ограничениями на устойчивую работу пароструйного компрессора являются относительные скорости потока во входном, выходном участке камеры смешения.

2. Пароструйный компрессор отличается простотой конструкции и рекомендуется использовать для утилизации отработанного пара.

3. Использование компрессора позволит обеспечить работу деаэраторов и сетевых бойлеров в зимний период при утилизации пара с промотбора 60 т/ч, что соответствует режиму работы турбин с максимальной выработкой электроэнергии.

Литература

1. Соколов Е.Я., Зингер Н.М. Струйные аппараты. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 352 с.

РЕШЕНИЕ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДАВЛЕНИЯ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

М.А. Василенко, С.Г. Дадаев

Несколько лет назад в научной литературе появились теоретические работы [1–6], в которых исследовались статические характеристики газодинамических подшипников с двумя профилированными спиральными, прямоугольными канавками поверхностями. Результаты этих работ предсказывали значительное улучшение их статических характеристик. Представляет интерес исследовать не только статические, но и динамические характеристики таких подшипников.

В работе [7] получено уравнение для давления в смазочном слое газодинамических опор скольжения гироскопических приборов с двумя подвижными и профилированными спиральными канавками поверхностями. Решение этого уравнения прямыми численными методами представляет серьёзные трудности, в связи с зависимостью давления от пяти переменных, две из которых быстрые. Указан путь для его аналитического решения методом сращиваемых асимптотических разложений и осреднением по периодам быстрых переменных.

Целью настоящей работы является аналитическое решение этого уравнения в первом приближении. Это решение даёт новое, приближённое уравнение для давления в смазочном слое, которое оказывается более простым, чем исходное и позволяет подойти к исследованию динамических характеристик роторных систем на таких опорах.

После подстановки асимптотического разложения для давления:

$$P(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) = P_0(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) + \varepsilon P_1(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) + \varepsilon^2 P_2(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) + \dots \quad (1)$$

в (7) (в [7]) и сбора слагаемых при одинаковых степенях малого параметра $\varepsilon = 1/m$ (полагаем число канавок на обеих поверхностях одинаковым $m_1 = m_2 = m$), получаем систему равенств:

$$\varepsilon^2 : \cos(\beta_2 - \beta_1) \left[\frac{\partial}{\partial \zeta_1} \left(K_0 \frac{\partial P_0}{\partial \zeta_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left(K_0 \frac{\partial P_0}{\partial \zeta_1} \right) \right] + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_0}{\partial \zeta_k} \right) = 0; \quad (2)$$

$$\varepsilon^1 : d_6 \left\{ \cos(\beta_2 - \beta_1) \left[\frac{\partial}{\partial \zeta_1} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_1} \right) \right] + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_k} \right) \right\} + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \sum_{k=1}^2 (-1)^k d_{5k} \frac{\partial(P_0 h)}{\partial \zeta_k} + \sum_{k=1}^2 d_{3k} \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \right) + \sum_{k=1}^2 d_{4k} \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \right) = 0; \quad (3)$$

$$\varepsilon^2 : d_6 \left\{ \cos(\beta_2 - \beta_1) \left[\frac{\partial}{\partial \zeta_1} \left(K_0 \frac{\partial P_2}{\partial \zeta_2} + h^3 P_1 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left(K_0 \frac{\partial P_2}{\partial \zeta_1} + h^3 P_1 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_1} \right) \right] + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_2}{\partial \zeta_k} + h^3 P_1 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_k} \right) \right\} + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \sum_{k=1}^2 (-1)^k d_{5k} \frac{\partial(P_1 h)}{\partial \zeta_k} + \sum_{k=1}^2 d_{3k} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_k} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial q_1} + h^3 P_1 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \right) \right] + \sum_{k=1}^2 d_{4k} \left[\frac{\partial}{\partial q_2} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_k} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left(K_0 \frac{\partial P_1}{\partial q_2} + h^3 P_1 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \right) \right] + (\Lambda_1 + \Lambda_2) \frac{\partial(d_1 P_0 h)}{\partial q_1} + d_1 \frac{\partial(P_0 h)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left(d_2 K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{1}{d_2} K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \right) = 0. \quad (4)$$

Из уравнения (2) следует, что функция P_0 не зависит от быстрых переменных ζ_1, ζ_2 , т.е.

$$P_0 = P_0(q_1, q_2, \tau). \quad (5)$$

В силу периодичности функций P_0, h, P_1, P_2 и их производных по быстрым переменным ζ_1, ζ_2 , рассматриваются три оператора осреднения

$$\overline{(\dots)}^1 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} (\dots) d\zeta_1; \quad (6)$$

$$\overline{(\dots)}^2 = \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} (\dots) d\zeta_2; \quad (7)$$

$$\overline{\overline{(\dots)}}^1 = \overline{\overline{(\dots)}}^2 = \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} (\dots) d\zeta_1 d\zeta_2 = \overline{\overline{(\dots)}}. \quad (8)$$

Если оператор осреднения (8) применить к уравнению (4), то получим равенство:

$$d_1 \frac{\partial(\overline{P_0 h})}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left(Z_1 + d_2 \overline{\overline{K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1}}} + \Lambda_s d_1 \overline{P_0 h} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(Z_2 + \frac{1}{d_2} \overline{\overline{K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2}}} \right) = 0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_s &= \Lambda_1 + \Lambda_2; \\ Z_1 &= d_{31} X_1 + d_{32} X_2; \\ Z_2 &= d_{41} X_1 + d_{42} X_2; \end{aligned}$$

$$\overline{\overline{X_1}} = K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_1};$$

$$\overline{\overline{X_2}} = K_0 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_2}.$$

Для нахождения неизвестных функций X_1 и X_2 обращаемся к уравнению (3).

Сначала интегрируем его по быстрой переменной ζ_1 частным образом в пределах от начала периода, т.е. от нуля до ζ_1 . Получаем равенство:

$$d_6(K_0 Y_1) + d_7(K_0 Y_2) = D_{11} - D_{12} - D_{13}, \quad (10)$$

где

$$d_7 = d_6 \cos(\beta_2 - \beta_1);$$

$$Y_1 = \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_1};$$

$$Y_2 = \frac{\partial P_1}{\partial \zeta_2};$$

$$D_{11} = D_{11}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2);$$

$$D_{12} = D_{12}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2);$$

$$D_{13} = D_{13}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2).$$

Затем интегрируем уравнение (3) по переменной ζ_2 частным образом в пределах от нуля до ζ_2 . Получаем другое равенство:

$$d_6(K_0 Y_2) + d_7(K_0 Y_1) = D_{21} - D_{22} - D_{23}, \quad (11)$$

где

$$D_{21} = D_{21}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2);$$

$$D_{22} = D_{22}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2);$$

$$D_{23} = D_{23}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2).$$

После применения оператора двойного осреднения (...) к уравнениям (10) и (11), получаем систему двух уравнений для нахождения двух неизвестных X_1, X_2 :

$$\begin{cases} d_6 X_1 + d_7 X_2 = \overline{\overline{D_{11}}} - \overline{\overline{D_{12}}} - \overline{\overline{D_{13}}}; \\ d_6 X_2 + d_7 X_1 = \overline{\overline{D_{21}}} - \overline{\overline{D_{22}}} - \overline{\overline{D_{23}}}, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\overline{\overline{D_{11}}} = \overline{\overline{D_{11}}}^2;$$

$$\overline{\overline{D_{21}}} = \overline{\overline{D_{21}}}^1;$$

$$\begin{cases} \overline{\overline{D_{13}}} = (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{51} P_0 \overline{\overline{h}} + \\ + d_{31} K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} + d_{41} K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2}; \\ \overline{\overline{D_{23}}} = (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{52} P_0 \overline{\overline{h}} + \\ + d_{32} K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} + d_{42} K_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2}. \end{cases} \quad (13)$$

В уравнениях (12) функции $D_{11} = D_{11}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2)$ и $D_{21} = D_{21}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1)$ являются неизвестными.

Для их нахождения, опираясь на результаты исследований опор с одной профилированной по-

верхностью, будем считать, что если функция P_0 не зависит от быстрых переменных ζ_1 и ζ_2 , то функция P_1 зависит от быстрых переменных ζ_1 и ζ_2 линейно:

$$P_1(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) = a + b \zeta_1 + c \zeta_2. \quad (14)$$

В этом случае для кусочно-постоянных функций $h_1(\zeta_1)$ и $h_2(\zeta_2)$ (функций определяющих геометрию прямоугольных канавок на подвижных поверхностях) функции

$$\overline{\overline{D_{12}}}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) = D_{22}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1, \zeta_2) = 0;$$

$$\overline{\overline{D_{12}}} = \overline{\overline{D_{22}}} = 0. \quad (15)$$

Неизвестные функции $D_{11} = D_{11}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2)$ и $D_{21} = D_{21}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1)$ находят, если снова обратиться к уравнениям (10) и (11), которые предварительно разделить на функцию K_0 :

$$\begin{aligned} d_6 Y_1 + d_7 Y_2 &= \frac{1}{K_0} D_{11}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2) - \\ &- (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{51} P_0 \frac{h}{K_0} - d_{31} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} - d_{41} \frac{\partial P_0}{\partial q_2}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} d_6 Y_2 + d_7 Y_1 &= \frac{1}{K_0} D_{21}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1) - \\ &- (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{52} P_0 \frac{h}{K_0} - d_{32} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} - d_{42} \frac{\partial P_0}{\partial q_2}; \end{aligned} \quad (17)$$

Теперь, в силу особенностей уравнений (16) и (17) неизвестные функции $D_{11} = D_{11}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2)$ и $D_{21} = D_{21}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1)$ находим, применяя к уравнению (16) оператор осреднения (6), а к уравнению (17) – оператор осреднения (7).

После чего, применяя к найденным функциям оператор осреднения (8), получаем:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{D_{11}}}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2) &= \overline{\overline{D_{11}}}(q_1, q_2, \tau, \zeta_2)^2 = \\ &= d_7 \left(\frac{\overline{\overline{Y_2}}}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^1} \right)^2 + (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{51} P_0 \left(\frac{\overline{\overline{h K_0^{-1}}}}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^1} \right)^2 + \\ &+ d_{31} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \left(\frac{1}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^1} \right)^2 + d_{41} \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \left(\frac{1}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^1} \right)^2; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{D_{21}}}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1) &= \overline{\overline{D_{21}}}(q_1, q_2, \tau, \zeta_1)^1 = \\ &= d_7 \left(\frac{\overline{\overline{Y_1}}}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^2} \right)^1 + (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{52} P_0 \left(\frac{\overline{\overline{h K_0^{-1}}}}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^2} \right)^1 + \\ &+ d_{32} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \left(\frac{1}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^2} \right)^1 + d_{42} \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \left(\frac{1}{\left(\overline{\overline{K_0}}^{-1} \right)^2} \right)^1. \end{aligned} \quad (19)$$

Равенства (18) и (19) после их подстановки в равенство (12), позволяют найти неизвестные X_1 и X_2 , если будут найдены функции $\overline{\overline{Y_1}}^2$ и $\overline{\overline{Y_2}}^1$.

В соответствии с линейной зависимостью функции $P_1 = P_1(q_1, q_1, \tau, \zeta_1, \zeta_2)$ от переменных ζ_1 и ζ_2 , имеем:

$$\bar{Y}_1^{-2}(\zeta_1^*) = \begin{cases} n_3, & \zeta_1^* \in (0, \alpha_1); \\ n_4, & \zeta_1^* \in (\alpha_1, 1), \end{cases} \quad \zeta_1^* = \zeta_1/T_1; \quad (20)$$

$$\bar{Y}_2^{-1}(\zeta_1^*) = \begin{cases} n_1, & \zeta_2^* \in (0, \alpha_2); \\ n_2, & \zeta_2^* \in (\alpha_2, 1), \end{cases} \quad \zeta_2^* = \zeta_2/T_2. \quad (21)$$

Обратившись снова к системе уравнений (16) и (17), подставив в них найденные ранее функции $D_{11} = D_{11}(q_1, q_1, \tau, \zeta_2)$ и $D_{21} = D_{21}(q_1, q_1, \tau, \zeta_1)$, и применив к уравнению (16) оператор (7), к уравнению (17) оператор (6), получим систему двух уравнений с четырьмя неизвестными n_1, n_2, n_3, n_4 :

$$\begin{aligned} \zeta_1^* \in (0, \alpha_1): & d_6 n_3 = \\ & = d_7 \left[\frac{\bar{Y}_2^{-1}}{K_0(K_0^{-1})} \right]^2 + (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{51} P_0 \left[\frac{(h K_0^{-1})^{-1}}{K_0(K_0^{-1})} \right]^2 + \\ & + d_{31} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \left[\frac{1}{K_0(K_0^{-1})} \right]^2 + d_{41} \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \left[\frac{1}{K_0(K_0^{-1})} \right]^2 - \\ & - (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{51} P_0 \left[\frac{h}{K_0} \right]^2 - d_{31} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} - d_{41} \frac{\partial P_0}{\partial q_2}; \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_2^* \in (0, \alpha_2): & d_7 n_1 = \\ & = d_6 \left[\frac{\bar{Y}_2^{-2}}{K_0(K_0^{-1})^2} \right]^1 + (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{52} P_0 \left[\frac{(h K_0^{-1})^{-2}}{K_0(K_0^{-1})^2} \right]^1 + \\ & + d_{32} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \left[\frac{1}{K_0(K_0^{-1})^2} \right]^1 + d_{42} \frac{\partial P_0}{\partial q_2} \left[\frac{1}{K_0(K_0^{-1})^2} \right]^1 - \\ & - (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{52} P_0 \left[\frac{h}{K_0} \right]^1 - d_{32} \frac{\partial P_0}{\partial q_1} - d_{42} \frac{\partial P_0}{\partial q_2}. \quad (23) \end{aligned}$$

Еще два уравнения для нахождения четырех неизвестных n_1, n_2, n_3, n_4 получаем, используя равенства:

$$\begin{cases} \bar{Y}_1^{-2} = 0; \\ \bar{Y}_2^{-1} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Отсюда вытекает:

$$\begin{cases} n_4 = -\frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} n_3; \\ n_2 = -\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} n_1. \end{cases} \quad (25)$$

Определив неизвестные n_1, n_2, n_3, n_4 , находим функции Z_1 и Z_2 :

$$\begin{aligned} Z_1 = & P_0 [\delta_{11} + (\Lambda_1 - \Lambda_2) m_{12}] + P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \times \\ & \times (\delta_{12} + m_{13}^*) + P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} (\delta_{13} + m_{14}^*); \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2 = & P_0 [\delta_{21} + (\Lambda_1 - \Lambda_2) m_{22}] + P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} \times \\ & \times (\delta_{22} + m_{23}^*) + P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} (\delta_{23} + m_{24}^*), \quad (27) \end{aligned}$$

и получаем уравнение для главной составляющей давления P функции P_0 :

$$\begin{aligned} d_1 \frac{\partial (P_0 \bar{h})}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left(A_{10} P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} + B_{10} P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} + C_{10} P_0 \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(A_{20} P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_1} + B_{20} P_0 \frac{\partial P_0}{\partial q_2} + C_{20} P_0 \right) = 0. \quad (28) \end{aligned}$$

Выражения для функций $\delta_{ij}, m_{ij}, m_{ij}^*, A_{i0}, B_{i0}, C_{i0}$ не приводятся, ввиду громоздкости.

Как следует из приведённых рассуждений и выкладок, после подстановки функции P_0 удовлетворяющей уравнению (28) в исходное уравнение для давления, в нем останутся малые слагаемые порядка ϵ^2 и менее. Поэтому для числа канавок больше 6, давление P определяется функцией P_0 с высокой точностью.

В случае профилирования только одной из поверхностей, из уравнения (28) получаются известные уравнения для давления в первом приближении парциальных подшипников [8, 9].

Заключение

Получено приближенное уравнение для давления в смазочном слое газодинамических опор гироскопов с двумя профилированными спиральными или винтовыми канавками поверхностями деталей подшипника. Оно с высокой точностью заменяет исходное уравнение и не содержит зависимостей давления от быстрых переменных. Полученное уравнение позволяет подойти к его решению и прямыми численными методами, и приближенными методами с целью получения статических и динамических характеристик смазочного слоя, а также изучения динамики роторов гироскопов на таких опорах.

Литература

1. Емельянов А.В., Емельянов И.А. Основы теории газодинамических подшипников и бесконтактных уплотнений со спиральными канавками на обеих поверхностях// Докл. РАН. – 1998. – Т. 363, № 2. – С. 187–190.

2. Yemelyanov A.V., Yemelyanov I.A. Physical models, theory and fundamental improvement to self acting-grooved gas bearings and disco-seals// Pro-

ceedings of the Institution of Mechanical Engineers. – 1999. – Part J, Vol. 213, № 4. – P 263–273.

3. Емельянов И.А. Оценка главного момента сил вязкого трения в смазочном слое бинарного газодинамического подшипника// Трение и износ. – 1999. – Т. 20, № 1. – С. 20–27.

4. Емельянов А.В., Емельянов И.А., Деркач М.И. Развитие теории бинарных газодинамических подшипников и бесконтактных уплотнений// Труды регионального конкурса научных проектов в области естественных наук. – 2000. – Вып. 1. – С. 48–66.

5. Емельянов А.В., Емельянов И.А. Теория газодинамических подшипников со спиральными канавками на обеих рабочих поверхностях// Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2000. – № 3. – С. 46–56.

6. Емельянов А.В. и др. Расчет бинарных газодинамических подшипников на основе краевой задачи для четырех областей смазочного слоя// Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2003. – № 3. – С. 100–111.

7. Дадаев С.Г. Уравнение для давления в газодинамических подшипниках гироскопических приборов// Известия Челябинского научного центра УрО РАН. – 2004. – № 3. – С. 97–101. – Сервер: http://www.csc.ac.ru/news/2004_3/2004_3_11_1.pdf

8. Дадаев С.Г. Нестационарные модели газодинамических подшипников со спиральными канавками. – Челябинск: ЧГТУ, 1996. – Ч.1. – 162 с.

9. Дадаев С.Г. Нестационарные модели газодинамических подшипников со спиральными канавками. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2000. – Ч.2. – 231 с.

ПОДХОД К АВТОМАТИЗИРОВАННОМУ АНАЛИЗУ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕЖИМОВ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЯ

Е.В. Гойтина, Д.А. Шнайдер

В настоящее время и на перспективу базовым подходом к теплоснабжению на крупных промышленных предприятиях и в жилищно-коммунальном хозяйстве Российской Федерации является централизованное теплоснабжение, позволяющее снизить затраты на производство тепла за счет совместной выработки электрической и тепловой энергии. Негативными факторами централизованной выработки тепла, снижающими ее эффективность, являются затраты на транспортировку теплоносителя, утечки и потери тепла в трубопроводах. Кроме того, очень важную роль в функционировании централизованных систем теплоснабжения играет необходимость согласованной работы источников и потребителей при регулировании подачи тепла. Отсюда актуальным является решение задачи оперативного анализа эффективности процесса теплоснабжения, позволяющее своевременно выявлять потери и нерациональное использование тепла, проводить оценку эффективности и осуществлять оптимальное управление процессом теплоснабжения в различных режимах.

Известные подходы анализа режимов сложных систем основаны на разработке математической модели реальной системы с помощью специализированного программного обеспечения [1, 2]. Сложность построения такой модели на практике для крупных сетей состоит в необходимости получения большого объема данных, включающих детальные характеристики трубопроводов тепловых сетей (длины, диаметры, шероховатость, зарастание и т.д.) и потребителей, что требует значительных затрат времени и средств, а в ряде случаев (например, при подземной прокладке труб) практически не реализуемо. Для оперативного анализа модель должна учитывать текущие фактические параметры теплоносителя в различных точках системы теплоснабжения и позволять оперативно рассчитывать статические и динамические режимы в случае каких-либо переключений, что накладывает дополнительные требования к сходимости используемых математических методов, объему данных и скорости вычислений. С учетом сказанного актуальной является задача разработки подхода к оперативному анализу эффективности режимов теплоснабжения, основанного на построении упрощенной макромоделей тепловой сети, не требующей значительного объема исходных данных и позволяющей производить расчеты с достаточной для практического использования точностью в режиме реального времени.

Суть предлагаемого подхода состоит в представлении реальной тепловой сети в виде многоуровневой структуры с выделенными сетевыми районами, отдельными крупными потребителями и соединяющими их магистральными тепловыми сетями (рис. 1). В отличие от полной модели, отражающей состояния всех имеющихся межэлементных связей, в макромоделе отображаются состояния значительно меньшего числа межэлементных связей, что соответствует описанию объекта при укрупненном выделении элементов. В основу построения макромоделей для расчета тепловых сетей могут быть положены следующие принципы.

1. Сетевые районы (CP_i) со сложной схемой сетевых соединений, содержащие большое количество относительно маломощных потребителей, рассматриваются как единый эквивалентный потребитель.

2. Потребители (Π_j), подключенные непосредственно к магистральной сети, рассматриваются как таковые.

3. При необходимости более подробного рассмотрения параметров гидравлических режимов внутри отдельных сетевых районов может быть осуществлен переход на следующий уровень макромоделей, отражающий состояние потребителей ($\Pi_{i,k}$) и вновь выделенных сетевых районов ($CP_{i,j}$) внутри сетевого района CP_i .

Сетевые районы и потребители характеризуются такими параметрами как потребление тепла, температура, расход, давление (напор) подаваемой и обратной сетевой воды, геодезическая отметка теплового ввода.

На основе указанных выше принципов реализуется возможность использования при анализе одной и той же тепловой сети нескольких моделей, различающихся сложностью, точностью и полнотой отображения свойств. Таким образом, в зависимости от целей моделирования может изменяться степень детализации представления и описания модели тепловой сети. При этом следует отметить, что результаты выполненного однократно более трудоемкого моделирования отдельного сетевого района могут многократно применяться в упрощенной общей макромоделе, что обуславливает общее снижение объема вычислений.

Гидравлический расчет многоконтурных тепловых сетей может быть проведен с использованием расчетной гидравлической макромоделей тепловой сети, подробно описанной в [3]. Для расчета гидравлических режимов тепловой сети по пред-

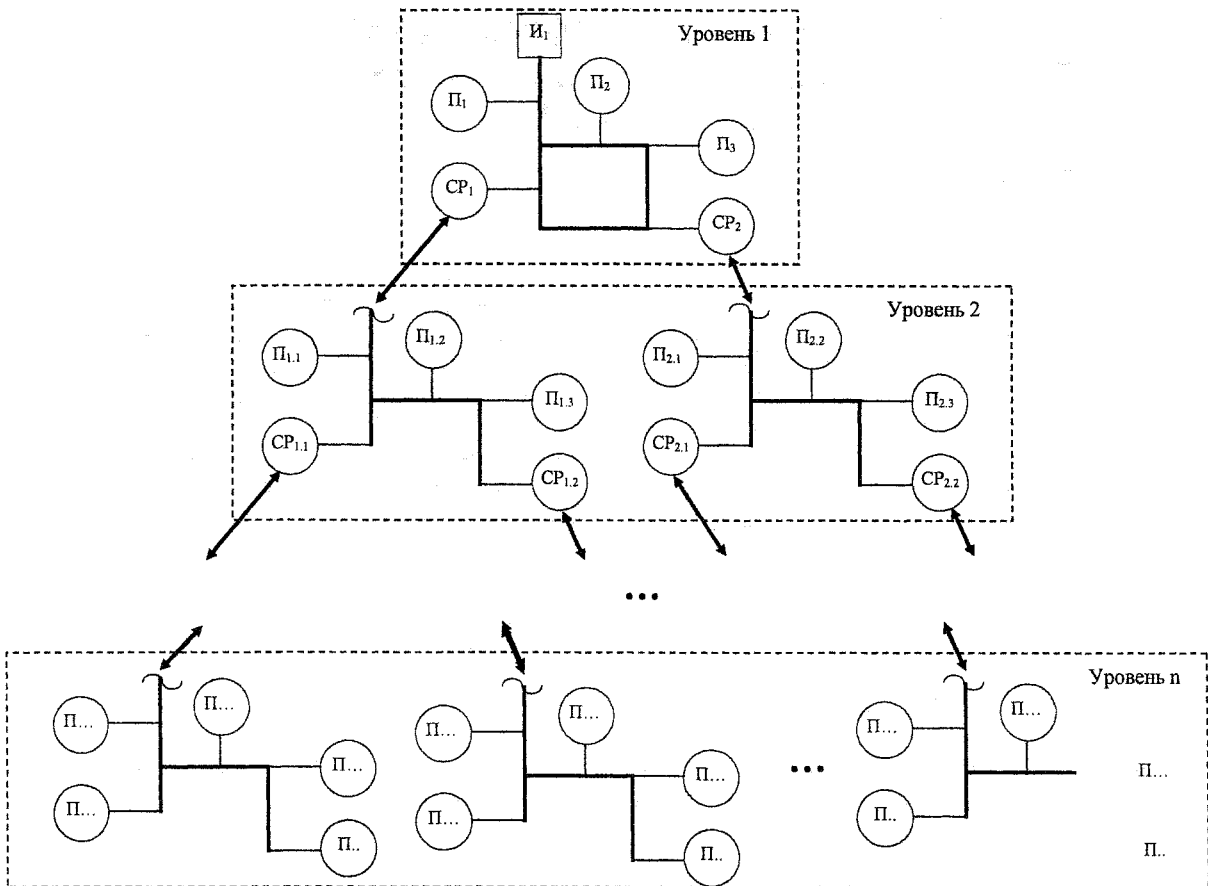


Рис. 1. Многоуровневая структура тепловой сети

ложеной модели необходимо составить матрицы связей согласно изложенной в [3] методике. Задача гидравлического расчета многоконтурной тепловой сети может быть решена итерационным методом с использованием расчетной макро модели сети по описанному в [3] алгоритму.

Применение описанной гидравлической макро модели тепловой сети позволяет произвести расчет режимов многоконтурной тепловой сети при заданной схеме тепловой сети на основе имеющихся данных по объектам и участкам сети. При этом благодаря относительно небольшому объему вычислений рассматриваемая макро модель может быть использована для расчета режимов тепловых сетей в реальном времени.

Результаты моделирования различных вариантов функционирования тепловой сети на основе обобщенной макро модели могут быть использованы для проведения сравнительного анализа режимов функционирования тепловых сетей и оценки их эффективности. Эффективность режимов теплоснабжения оценивается с помощью показателей эффективности (показателей качества). Для тепловых сетей показатели эффективности функционирования характеризуют уровень использования теплового потенциала сетевой воды и степень соответствия оцениваемой системы своему назначению [4, 5].

Показатели эффективности системы, как правило, представляют собой некоторое множество функций y_k от характеристик системы x_i :

$$y_k = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad k = 1, K, \quad n = 1, N,$$

где K – мощность множества показателей эффективности системы, N – мощность множества характеристик системы.

К характеристикам функционирования тепловой сети будем относить:

- расход тепловой энергии в тепловой сети;
- температуру теплоносителя в подающем трубопроводе тепловой сети;
- разность значений температуры теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах или температура теплоносителя в обратном трубопроводе тепловой сети;
- расход теплоносителя в подающем трубопроводе тепловой сети;
- удельный среднечасовой расход теплоносителя в подающем трубопроводе тепловой сети;
- затраты электроэнергии на передачу тепловой энергии, включая затраты насосными группами источников теплоснабжения;
- удельные затраты электроэнергии на передачу тепловой энергии.

Для получения критерия эффективности при использовании указанных характеристик целесообразно использовать несколько подходов:

1. Выбирается один главный показатель, например, температура теплоносителя в обратном трубопроводе, и оптимальной считается система, для которой этот показатель достигает экстремума, при условии, что остальные показатели удовлетворяют системе ограничений, заданных в виде неравенств.

2. Ранжирование показателей по важности. При сравнении систем одноименные показатели эффективности сопоставляются в порядке убывания их важности по определенным алгоритмам.

3. Мультипликативные и аддитивные методы получения критериев эффективности основываются на объединении всех или части показателей с помощью операций умножения или сложения в обобщенные показатели. Если в произведение (сумму) включается часть показателей, то остальные частные показатели включаются в ограничения. Показатели, образующие произведение (сумму), могут иметь весовые коэффициенты.

Конкретный вид критериев эффективности определяется в зависимости от поставленных целей и особенностей тепловых систем объектов. Сопоставление действительных значений показателей режимов функционирования тепловых сетей, рассчитанных на основе использования макромоделей [3], с их нормативными значениями на основе выбранного критерия эффективности позволяет проводить оценку эффективности функционирования тепловых сетей и тем самым оперативно влиять на улучшение режимов теплоснабжения.

На практике использование математической макромоделей может быть положено в основу построения систем диспетчерского управления. В настоящее время применение автоматизированных систем диспетчерского управления (АСДУ) является одним из основных направлений повышения эффективности функционирования систем централизованного теплоснабжения. При этом в функции современных АСДУ, помимо сбора и отображения в реальном времени информации о параметрах техпроцесса, входит реализация автоматизированного управления технологическим объектом в режиме «советчика» диспетчеру. Построенная адекватная макро модель системы теплоснабжения позволяет предварительно производить расчет параметров и режимов теплоснабжения, после чего диспетчер принимает решение о реальном использовании того или иного режима.

На рис. 2 представлена укрупненная структура АСДУ системы теплоснабжения. Как видно из рис. 2, выработка управляющих воздействий осуществляется на основе анализа данных о текущих параметрах теплопотребления путем сравнения с

расчетными значениями, полученными по результатам математического моделирования объекта управления. Для настройки параметров модели должна периодически повторяться процедура идентификации на основе данных эксплуатации, полученных из АСДУ.

Предложенный подход к автоматизированно-

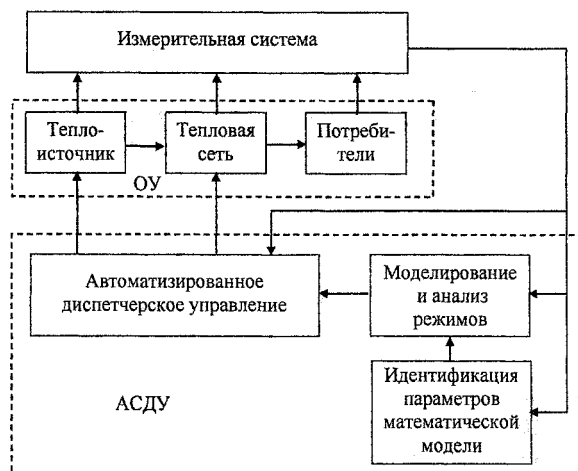


Рис. 2. Структура АСДУ тепловой сети

му анализу режимов теплоснабжения на основе макро моделирования был апробирован при регулировании режимов теплоснабжения промплощадки ОАО «ММК» (г. Магнитогорск). Полученные результаты свидетельствуют о возможности практического использования подхода в расчетах тепловых сетей. В целом, данный подход позволяет оперативно управлять схемой теплоснабжения, и тем самым повысить надежность и качество обеспечения потребителей тепловой энергией.

Литература

1. Гидравлические расчеты тепловых сетей. – Сервер: <http://www.politerm.com.ru/zuluthermo/index.html>.
2. Информационно-графическая система «Паспортизация и расчет гидравлических режимов тепловых сетей». – Сервер: <http://www.citycom.ru/potok/citycom/docs/heatgraph.html>.
3. Гойтина Е.В. Автоматизация расчета гидравлических режимов многоконтурных тепловых сетей// XXVI Российская школа по проблемам науки и технологий. Краткие сообщения – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – С. 124 – 126.
4. Методика определения нормативных значений показателей функционирования водяных тепловых сетей систем коммунального теплоснабжения. – МДК 4.03.2001.
5. Рябцев Г.А., Рябцев В.И. Экономия энергетических ресурсов// Промышленная энергетика. – 2003. – №8.

КОНТРОЛЬ И ДИАГНОСТИКА ИЗБЫТОЧНОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.С. Деева, А.Г. Щипицын

В работе рассматриваются два подхода к решению задачи контроля и диагностики (КД) информационных нарушений (ИН) и информационных отказов (ИО) инерциальной навигационной системы (ИНС). ИО могут возникать при исправной аппаратуре ИНС и характеризуются превышением погрешности вырабатываемых навигационных параметров заданного уровня точности. ИН – это аномальные изменения в погрешностях вырабатываемых параметров.

Первый метод разработан С.П. Дмитриевым. Это субоптимальный алгоритм контроля и диагностики, основанный на использовании методов многоальтернативной фильтрации с помощью банка фильтров Калмана, каждый из которых настроен на переход из исправного состояния в неисправное, либо на сохранение состояния предыдущего шага [1].

Второй метод основан на применении аппарата нейронных сетей. Используется набор вероятностных нейронных сетей, аппроксимирующих плотности распределения вероятностей измерений, условных к накопленным измерениям, а также к состояниям системы на предыдущем и текущем шаге. На основе вероятностей, вырабатываемых нейронными сетями, и состояний системы предыдущих шагов принимается решение о наличии информационного отказа навигационной системы.

Эти методы позволяют решать задачу КД при наличии избыточности ИНС для произвольно движущегося объекта. Учет предшествующих измерений позволяет выполнять КД в специальных условиях, например, при посадке самолета или при заходе судна в порт.

1. Постановка задачи контроля и диагностики информационных нарушений

Поставим задачу сравнения этих методов на примере избыточной прецизионной автономной навигационной системе (НС), схематично изображенной на рис. 1. Навигационная система состоит из трех ИНС аналитического типа, в которых положение географического трехгранника рассчитывается, а не определяется ориентацией гироскопа. Каждая ИНС включает два электростатических свободных (сохраняющих начальную ориентацию) гироскопа и три акселерометра, установленных на корпусе прибора. Гироскопы расположены в трехосных кардановых подвесах. Один из них имеет полярную, другой экваториальную ориентацию.

При решении задачи КД информационных нарушений НС ставится цель обнаружения и диагностирования информационных нарушений, среди

которых не исключаются и достаточно малые, не приводящие к информационным отказам НС. Когда ставится задача КД информационных отказов, необходимо обнаруживать только такие информационные нарушения, которые приводят к превышению вырабатываемыми навигационными параметрами заданного уровня точности. Временной интервал, разделяющий момент обнаружения информационного нарушения и появления информационного отказа, может быть большим, а в случае автономных НС измеряется часами. За это время обнаруженное нарушение может быть скорректировано.

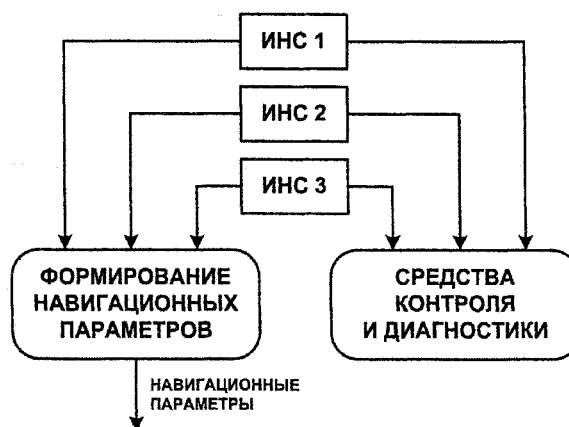


Рис. 1. Структура навигационной системы

Возможность упреждающего обнаружения нарушений возникает благодаря тому, что повышение погрешности ЧЭ через некоторое время приводит к повышению погрешности в выходных параметрах НС.

ИН может быть следствием многих причин: выбросы в реализациях погрешностей ИНС, мало-значительные дефекты ЧЭ. Для акселерометров ИН сводятся к смещениям нуля в проекциях на оси экваториального трехгранника, для гироскопов – к ошибкам составляющих скорости ухода по каждой из осей экваториального трехгранника.

Для моделирования нарушений используется скачкообразные случайные марковские векторные процессы, так как они адекватно описывают поведение системы при возникновении дополнительных аномальных погрешностей.

Процесс возникновения нарушения описывается дискретной цепью Маркова. Пусть возможны N нарушений, сопоставим с каждым нарушением соответствующее состояние $S^i, i=1..N$. Ситуации отсутствия нарушения соответствует состояние S^0 . Каждому состоянию S^i цепи соответствует апри-

орная вероятность p_0^i , а каждому переходу $S^i \rightarrow S^j$ – переходная априорная вероятность p_0^{ij} .

Необходимо обнаруживать относительно небольшие информационные нарушения (превосходящие номинальные погрешности в два–три раза) в работе ИНС. Допускается, что информационное нарушение может возникнуть лишь в одном чувствительном элементе одной ИНС, а также то, что на интервале решения задачи ИНС не демпфируются и не корректируются от внешних устройств.

Общая задача КД информационных нарушений ИНС сводится к двум частным задачам:

1. КД информационных нарушений в акселерометрах (географического трехгранника).

2. КД информационных нарушений в гироскопах (экваториального трехгранника).

Эти задачи решаются с разными частотами, учитывающими колебания составляющих погрешностей построения географического и экваториального трехгранников с частотами шулеровского $(5040 \text{ с})^{-1}$ и суточного $(86400 \text{ с})^{-1}$ контуров соответственно. Задача КД географического трехгранника подразделяется на КД северной, восточной и вертикальной проекций нарушений в акселерометрах. А КД экваториального трехгранника – на КД процедуры построения оси Мира и осей в плоскости экватора. Далее более подробно описывается КД географического трехгранника.

На каждом шаге вычисляется апостериорная вероятность каждого состояния с учетом измерений, полученных на этом шаге. Если одно из состояний имеет наибольшую вероятность, и она превысила некоторый заданный уровень, то считается, что система находится в этом состоянии.

Методы КД, описанные в [1], используют общую схему для КД информационных нарушений и отказов. В данной работе предлагаются два различных алгоритма для этих задач.

2. Оптимальный алгоритм решения задачи КД ИН географического трехгранника

Введем следующие состояния системы: S^0 – нарушения отсутствуют; S^1 – нарушение в северном акселерометре первой ИНС; S^2 – нарушение в восточном акселерометре первой ИНС; S^3 – нарушение в «высотном» акселерометре первой ИНС. Аналогично: S^4, S^5, S^6 – нарушения во второй ИНС; S^7, S^8, S^9 – нарушения в третьей ИНС.

Предлагаемый в работе алгоритм основывается на оптимальном алгоритме решения задачи КД ИН на основе рекуррентного соотношения для апостериорной вероятности состояний НС, реализация которого в явном виде невозможна.

Введем следующие обозначения: z_k – случайная векторная величина (измерения); z^k – последовательность случайных векторов z_0, z_1, \dots, z_k на интервале времени $[0, k]$; Z_k – конкретная реализация случайной величины z_k ; Z^k – последовательность конкретных реализаций Z_0, Z_1, \dots, Z_k на интервале времени $[0, k]$. Измерения представлены линейной моделью:

$$z_k = x_k + v_k^i, \quad (1)$$

где v_k^i – белый шум, x_k задается выражением

$$x_k = (\Delta s_{N,12}, \Delta s_{E,12}, \Delta s_{H,12}, \Delta s_{N,13}, \Delta s_{E,13}, \Delta s_{H,13}, \Delta s_{N,23}, \Delta s_{E,23}, \Delta s_{H,23}); \quad (2)$$

значения $\Delta s_{N,ij}, \Delta s_{E,ij}, \Delta s_{H,ij}$ представляют собой попарные разности проекций приращений перемещений, вырабатываемых разными ИНС, на оси географического трехгранника:

$$\Delta s_{N,ij} = s_{N,i} - s_{N,j},$$

а $s_{N,i}$ в свою очередь, приращение значения перемещения, вырабатываемого в i -й ИНС. Такой способ задания измерений обеспечивает повышенную чувствительность к малым колебаниям погрешности и исключает влияние начальных значений перемещений.

Выражение для апостериорных вероятностей g_k^i состояний системы $S^i, i = 0 \dots N$ в момент времени k можно представить в виде [1]:

$$g_k^i = P(S^i | Z^k) = \Delta Z_k \sum_j \rho_k^{ji} P_k^{ji} g_{k-1}^j, \quad (3)$$

где $\rho_k^{ji} = f(Z_k | S_k^i, S_{k-1}^j, Z^{k-1})$ – апостериорная плотность измерений, условная к измерениям предыдущего шага и состояниям системы на текущем и предыдущем шагах. Значение этой плотности может быть вычислено согласно [1]:

$$\rho_k^{ji} = \iint \pi^j(x_{k-1}) f^j(x_k | x_{k-1}) \times f^j(Z_k | x_k) dx_{k-1} dx_k, \quad (4)$$

где апостериорная плотность вероятности при i -м состоянии НС:

$$\pi^j(x_{k-1}) = f(x_{k-1} | S_{k-1}^j, Z^{k-1});$$

переходная плотность вероятности при i -м состоянии НС:

$$f^j(x_k | x_{k-1}) = f(x_k | x_{k-1}, S_k^i, S_{k-1}^j, Z^{k-1});$$

функция правдоподобия при i -м состоянии:

$$f^i(Z_k | x_k) = f(Z_k | x_k, x_{k-1}, S_k^i, S_{k-1}^j, Z^{k-1}).$$

Выражение (3) с учетом (4) и предельного перехода $\Delta Z_k \rightarrow 0$ принимает вид:

$$g_k^j = \frac{\sum_i \rho_k^{ji} p_k^{ji} g_{k-1}^i}{\sum_{i,j} \rho_k^{ji} p_k^{ji} g_{k-1}^i} \quad (5)$$

Плотность $\pi^j(x_{k-1})$, входящая в выражение (4), не является гауссовой. Рекуррентное соотношение для вычисления этой плотности [1]:

$$\pi^j(x_k) = \frac{f^j(Z_k | x_k) W^j}{\sum_j \rho_k^{ji} p_k^{ji} g_{k-1}^i} \quad (6)$$

$$W^j = \sum_j \pi_{k-1}^j(x_{k-1}) f^j(x_k | x_{k-1}) dx_{k-1} p_k^{ji} g_{k-1}^i$$

На основе значений g_k^j принимается решение о состоянии системы по следующему критерию:

$$i_k^* = \arg \max_i g_k^i, g_k^i > A, \quad (7)$$

где A – некоторый заданный уровень для апостериорной вероятности.

На основе (4), (5) и (7) составляется рекуррентный оптимальный алгоритм КД.

3. Субоптимальный алгоритм решения задачи КД ИО географического трехгранника с использованием вероятностных нейронных сетей

Предлагается аппроксимировать выражение (4) для ρ_k^{ji} вероятностными нейронными сетями. Апостериорная плотность ρ_k^{ji} распределения вероятности Z_k , условная к накопленным измерениям на предыдущем шаге Z^{k-1} и состояниям системы на текущем S_k^i и предыдущем шаге S_{k-1}^j , представляется в виде банка нейронных сетей, каждая из которых оценивает плотность распределения вероятности перехода между состояниями $S_{k-1}^j \rightarrow S_k^i$.

Схема работы алгоритма представлена на рис. 2. На вход сетей подаются значения измерений текущего и предыдущего шага, по входным сигналам каждая сеть формирует свою оценку

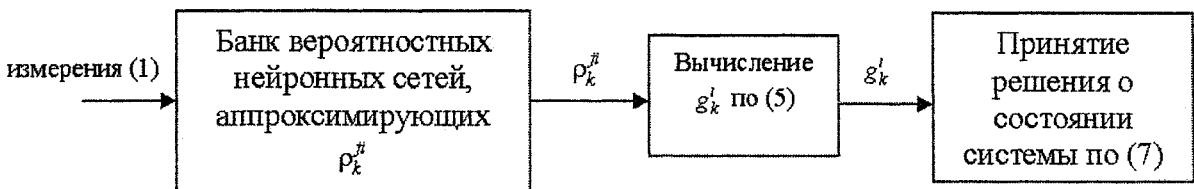


Рис. 2. Схема работы субоптимального алгоритма КД, основанного на вероятностной нейронной сети

плотности распределения вероятности, соответствующей переходу $S_{k-1}^j \rightarrow S_k^i$. Полученные оценки используются для вычисления апостериорных вероятностей g_k^i для каждого состояния системы, на основе которых принимается решение о состоянии системы согласно критерию (7).

Для обучения нейронных сетей необходимо сгенерировать обучающую выборку, которая, как показывает моделирование, должна содержать порядка 500 измерений для каждого нарушения. При обучении на вход всем сетям подаются все измерения обучающей выборки, а не только соответствующие переходу $S_{k-1}^j \rightarrow S_k^i$, на который настроена сеть. Это учит сети не реагировать на «чужие» нарушения.

Согласно постановке задачи, считая, что переход из неисправного состояния в исправное невозможен, вероятностную сеть, соответствующую состоянию исправной системы S_k^0 , можно упразднить для экономии памяти.

Значение вероятности исправного состояния следует вычислять по формуле:

$$g_k^0 = 1 - \sum_{i=1}^N g_k^i$$

Потенциально более точным может показаться алгоритм, основанный на аппроксимации плотности $\pi^j(x_k)$ в выражениях (4) и (6) с помощью банка из N нейронных сетей, по одной для каждого состояния системы, а уже на основе полученных от вероятностных нейронных сетей оценок формировать значение плотности ρ_k^{ji} согласно (4) и g_k^i по (5). На самом деле преимуществ такой алгоритм не имеет по двум причинам:

1. При вычислении численным методом двойного интеграла в бесконечных пределах в выражении (4) неизбежно возникнут ошибки.

2. При изменении требований по точности, моделей погрешностей или характеристик датчиков сеть все равно придется переобучать, поэтому теряется выигрыш в учете функции правдоподобия и переходной плотности вероятности в выражении (4), которые и так вычислялись бы приближенно.

3. Возрастает объем вычислений.

Если при движении объекта в специальных условиях меняются требования к точности работы навигационных параметров, то необходимо

внести адекватные изменения в алгоритм. Для каждой категории требований необходимо подготовить свою обучающую выборку, а во входные параметры сетей добавить номер, определяющий категорию требований.

4. Субоптимальный алгоритм решения задачи КД ИН географического трехгранника с использованием вероятностной нейронной сети

В случае КД информационных нарушений ставится цель обнаружения любых аномалий в погрешностях чувствительных элементов. При этом информационное нарушение через некоторое время может исчезнуть, не приведя к информационному отказу. Можно сформулировать задачу КД ИН ИНС как задачу классификации измерений (1), поступающих от трех ИНС по состояниям системы $S^i, i = 0...N$.

Для решения этой задачи эффективно использовать одну вероятностную нейронную сеть, на вход которой подаются измерения (1), а на выходе сеть выработывает оценку вероятности для каждого состояния системы. Соответственно в случае КД ИН географического трехгранника сеть имеет 9 входов, согласно (1)–(2), и 10 выходов, по одному для каждого состояния S^i . По выходным сигналам нейронной сети принимается решение о наличии соответствующего нарушения по критерию (7).

При обучении на вход подаются измерения, соответствующие информационным отказам для состояний S^i , а на выход – значение состояния. Важно, чтобы в обучающей выборке содержались измерения именно для отказов, а не для информационных нарушений. Это вызвано тем, что измерения при нарушении могут незначительно отличаться от измерений для исправного состояния, что осложнит задачу классификации.

5. Численное моделирование

На рис. 3 продемонстрирован результат работы программы, реализующей субоптимальный алгоритм контроля и диагностики информационных отказов с использованием банка вероятностных нейронных сетей.

Сравнивая работу программы с алгоритмом, основанным на полигауссовской аппроксимации плотности $\pi^i(x_k)$ с использованием банка фильтров Калмана, на общей модели погрешностей, описанной в [2], и с одинаковыми значениями нарушений, приходим к выводу, что предложенный метод более эффективен.

Предложенный в работе алгоритм обнаруживает нарушение через секунду (на следующем за нарушением шаге), в то время как алгоритм, основанный на полигауссовской аппроксимации плотности $\pi^i(x_k)$, принимает решение через несколько секунд (рис. 4, а) или минут (рис. 4, б) в зависимости от соотношения номинальной погрешности и влияния нарушений. Более того, на рис. 4, в, г приведены примеры незначительных отказов, которые алгоритм многоальтернативной фильтрации

не может «уловить», а алгоритм, основанный на вероятностных нейронных сетях обнаруживает на следующем шаге, иллюстрация работы алгоритма будет аналогична рис. 3.

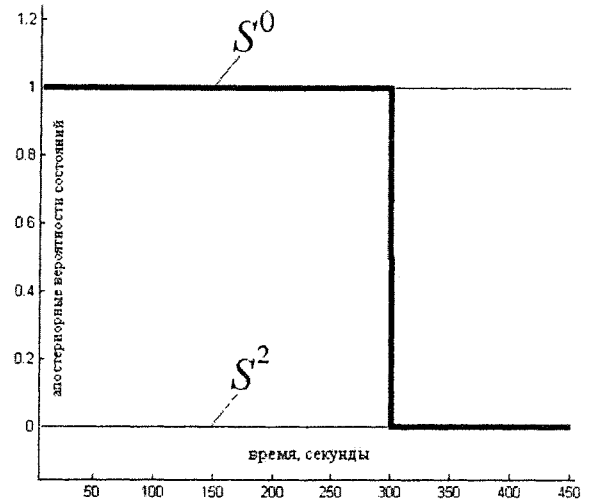


Рис. 3. Апостериорные вероятности состояний S^0, S^2 при отказе в момент $t = 300$ в восточном акселерометре 1-й ИНС, определяемые с использованием вероятностных нейронных сетей

В таблице приведены значения для номинальных погрешностей измерителей и погрешностей измерений для состояния отказа, соответствующие графикам, приведенным на рис. 3, 4.

Сравнительные результаты моделирования алгоритмов контроля и диагностики

Δ	e	КД1		КД2	
		t_e, c	Рис.	t_e, c	Рис.
$2 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	1	Рис. 3	~10	Рис. 4, а
$2 \cdot 10^{-6}$	10^{-6}	1	Рис. 3	~100	Рис. 4, б
$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-7}	1	Рис. 3	–	Рис. 4, в
$2 \cdot 10^{-7}$	10^{-7}	1	Рис. 3	–	Рис. 4, г

Условные обозначения, использованные в таблице: Δ – номинальная погрешность измерителей, e – нарушение, КД1 – субоптимальный алгоритм КД с использованием банка вероятностных нейронных сетей, КД2 – субоптимальный алгоритм КД с использованием банка фильтров Калмана, t_e – время «задержки» обнаружения отказа в секундах.

Рис. 4 – изображение, соответствующее работе алгоритма с заданными параметрами.

При моделировании алгоритма КД информационных нарушений, было обнаружено моделируемое нарушение, а также обнаружены нарушения, вызванные небольшими выбросами в реализациях погрешностей.

Результат работы программы приведен на рис. 5. Этот график отражает принимаемые решения (7) о наличии информационного нарушения,

соответствующего одному из состояний системы в каждый момент времени.

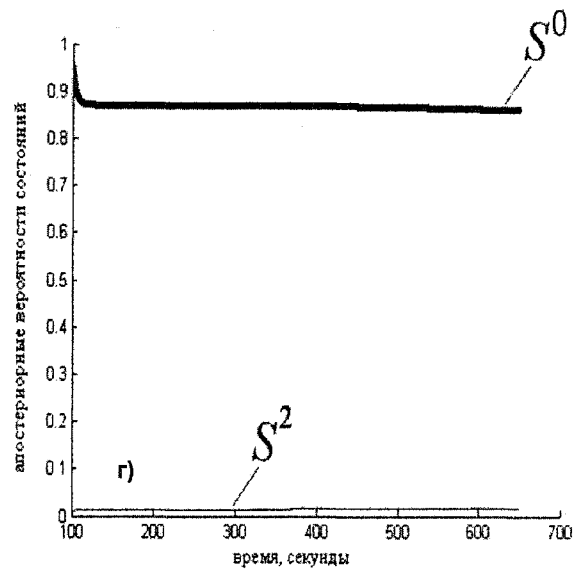
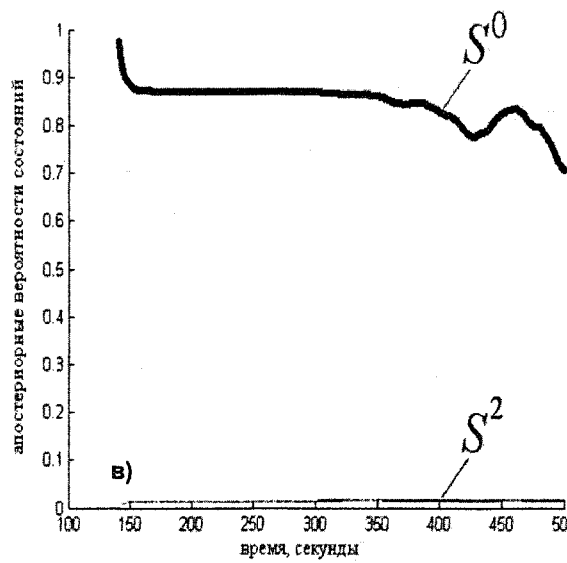
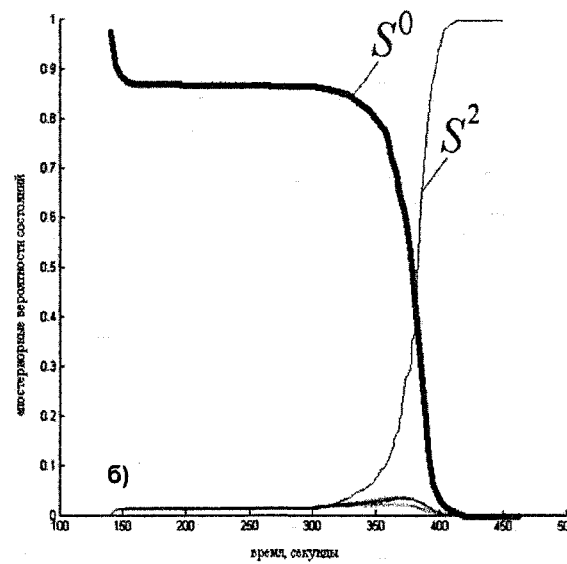
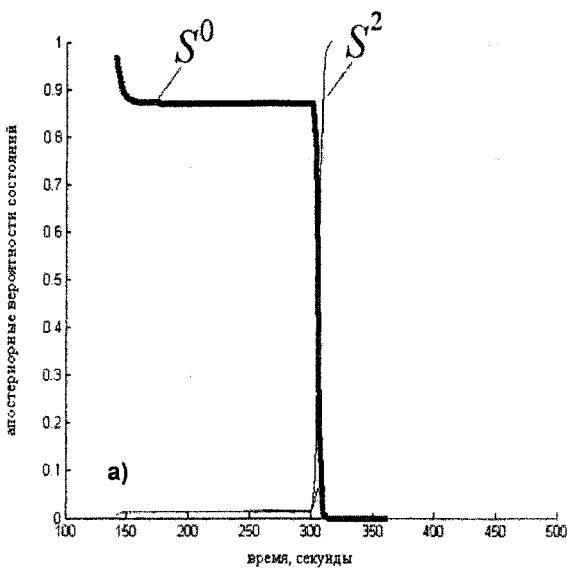


Рис. 4. Апостериорные вероятности состояний S^0 , S^2 при отказе в момент времени $t = 300$ в восточном акселерометре 1-й ИНС, определяемые на основе полигауссовской аппроксимации: а – принятие решения через несколько секунд, б – принятие решения через несколько минут, в, г – отказы, не улавливаемые алгоритмом многоальтернативной фильтрации

Заключение

Численное моделирование двух подходов позволяет сделать вывод, что описанный в работе метод решения задачи контроля и диагностики позволяет обнаруживать нарушение без «задержки» во времени, и может фиксировать более мелкие отказы.

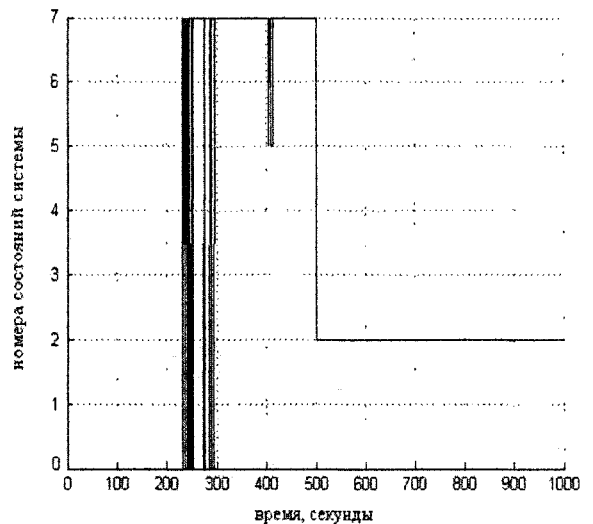


Рис. 5. Принятие решений о наличии ИН, соответствующих состояниям ИНС (в момент времени $t = 500$ произошло ИН, соответствующее состоянию S^2)

Использование адаптивных свойств вероятностных нейронных сетей позволяет в зависимости от постановки задачи научить систему или узнавать довольно незначительные отказы или реаги-

ровать только на более значительные скачки погрешности, причем уровень погрешности, которая воспринимается в качестве отказа, задается не явно, а вырабатывается в процессе обучения сети.

На вопрос о величине точности, которой можно добиться при использовании предложенного подхода, пока авторы не могут ответить конкретным числом. Это связано с разнообразием математических моделей погрешностей навигационных систем, необходимостью учета влияния многих параметров на результирующую точность и свойствами нейронных сетей. В качестве количественной оценки этой точности можно использовать величину разностей измерений, соответствующих исправному состоянию и одному из отказов, на основе которых можно обучить нейронную сеть распознавать отказы системы.

Предложенный алгоритм КД информационных нарушений при численном моделировании показал способность определять очень небольшие скачки в реализациях погрешности. Наиболее эффективное применение этот алгоритм может найти

в системе блокировки временно неисправных ИНС от участия в выработке комплексных навигационных параметров.

Алгоритмы могут быть использованы для КД информационных нарушений и информационных отказов произвольно движущегося объекта. Они инвариантны по отношению к модели погрешности, в то время как алгоритм, использующий банк фильтров Каламана, ориентирован на скачкообразные модели погрешностей.

Литература

1. Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. – СПб. ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 207 с.

2. Деева А.С., Щипицын А.Г. Моделирование погрешности определения навигационных параметров инерциальной навигационной системы // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 4, № 14(69). – С. 71–74.

О ВЫБОРЕ КОНТУРА СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ МНОГОДВИГАТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Г.В. Зырянов

Управление состоянием и параметрами движения некоторых механических объектов является одной из наиболее распространенных технических задач, возникающих в системах промышленного и специального назначения. При этом в качестве источника силовых воздействий на такие объекты применяют специальные технические средства – сервоприводы.

Так, например, при управлении угловым положением (или скоростью) по отдельным степеням подвижности сложных механических объектов (поворотные платформы различного технологического оборудования и механизмов специального назначения; рамы кардановых подвесов испытательных и моделирующих стендов, силовых гиросtabilizаторов; антенные конструкции оптических и радиотелескопов и др.) используются системы приводов (СП).

С помощью СП осуществляется энергетическое обеспечение механического движения путем создания необходимых движущих моментов, обеспечивающих приведение рабочих механизмов в требуемое угловое положение (позиционирование), либо изменение их углов поворота (или скоростей) в соответствии с предписанными законами изменения их во времени.

В общем случае СП могут быть представлены либо единственным, либо несколькими двигателями определенного вида (электрические, гидравлические, пневматические) и соответствующего дополнительного оборудования к ним. В ответственных случаях к СП предъявляются повышенные требования по весогабаритным и динамическим характеристикам.

Поскольку менее мощные двигатели обладают лучшими динамическими характеристиками, то часто, по совокупности критериев, выбор делается в пользу многодвигательного варианта системы привода (МДП), состоящей из n однотипных двигателей меньшей мощности, работающих на общую механическую нагрузку. При этом такое решение оказывается более предпочтительным как по быстродействию, так и по условиям надежности, балансировки, симметрии, компоновки и др.

Однако есть и негативный аспект концепции МДП, который может проявиться в тех случаях, когда двигатели одного типа, входящих в МДП, имеют не идентичные параметры и характеристики, обусловленные разного рода технологическими причинами их изготовления. Так, например, известно, что разбросы по некоторым параметрам могут составлять 10–20 %. В таких случаях в МДП возможны особые режимы, называемые взаимона-

гружением. В этих режимах часть двигателей может создавать тормозные усилия (формируются моменты другого знака), что приводит к непроизводительным потерям энергии и, в конечном счете, к перегреву двигателей. Особенно это нежелательно в длительных стационарных (статических) режимах, например, при постоянной скорости вращения.

Для снижения таких непроизводительных потерь система управления МДП усложняется дополнительными контурами синхронизации, которые представляют собой специально организованные перекрестные связи между каналами управления отдельными двигателями. При этом возможны разные способы организации таких связей, учитывающие особенности двигателей того или иного вида [1].

Во многих промышленных и специальных системах управления широкое применение нашел многодвигательный электрический привод (МДЭП), выполняющий в них функции исполнительного органа. В данной работе рассматривается задача синхронизации применительно к МДЭП постоянного тока с управлением по цепи якоря. При этом такой МДЭП формально представляется сначала как многомерное динамическое звено с обратными симметричными перекрестными связями по токам якоря. Соответственно этому, при выборе структуры контура синхронизации используются подходы и идеи теории многосвязных однотипных САР с необходимыми для рассматриваемого случая уточнениями.

Поскольку разброс параметров двигателей в общем случае нарушает условия симметричности перекрестных связей и идентичности прямых (сепаратных) каналов, то далее возникает задача исследования влияния этих отклонений на динамические свойства МДЭП и на эффективность каналов синхронизации. Такое исследование логично проводить методами общей теории МСАР и методами компьютерного моделирования. Кроме того, ввиду повсеместного применения микропроцессорных средств при управлении электроприводами, необходимо рассматривать особенности математического описания и исследования свойств МДЭП с цифровой (микропроцессорной) реализацией контура синхронизации.

1. Математическое описание МДЭП

Рассмотрим МДЭП, состоящий из n двигателей постоянного тока с независимым возбуждением, управляемых по якорной цепи. При одновременной работе нескольких, жестко связанных

через нагрузку электродвигателей, происходит принудительная их синхронизация по механическим параметрам движения (одинаковые углы поворота валов и скорости их вращения). Но технологический разброс параметров приводит к разной степени их загруженности, проявляющейся в различиях значений токов в цепях якоря электродвигателей. Это может приводить к перегрузкам по току якоря и, соответственно, к перегреву одних, при значительной недогрузке других двигателей. Такие явления могут иметь место, как в динамических режимах, так и в статике. Для выравнивания степени загрузки электродвигателей применяют различные способы их синхронизации по электрическим параметрам (по токам якоря) [1]. По смыслу задачи ясно, что алгоритм выравнивания токов должен способствовать увеличению токов для недогруженных и уменьшать ток якоря для перегруженных двигателей. При этом МДЭП будет близок по своим свойствам к некоторому эквивалентному по мощности, но с какими-то усредненными параметрами и характеристиками электродвигателю.

Рассмотрим линейное представление математической модели (в изображениях по Лапласу) МДЭП, состоящего из n двигателей постоянного тока с независимым возбуждением, управляемых по якорной цепи и работающих на общую нагрузку инерционного типа:

$$I_j(p) = W_j(p)[U_j(p) - K_j\omega(p)], \quad j = 1 \dots n; \quad (1)$$

$$\omega(p) = \frac{\sum_{j=1}^n K_j I_j(p)}{J_\sigma p}, \quad (2)$$

где $U_j(p)$, $I_j(p)$, $\omega(p)$ – изображения Лапласа для входного напряжения, тока якоря и скорости вращения; K_j – электромагнитная константа; $W_j(p) = (R_j + pL_j)^{-1}$ – передаточная функция по току якоря для j -го двигателя; J_σ – приведенный момент инерции.

Для выбора структуры контура синхронизации предположим, что все однотипные двигатели в составе МДЭП имеют одинаковые параметры. Тогда МДЭП можно представить как многомерное звено с вектором входов $U(p)$ и вектором выходов $I(p)$, у которого все прямые (сепаратные) каналы идентичны, а перекрестные связи обратные, отри-

цательные и симметричные. Следуя методике, описанной в [2], для такого многомерного звена можно получить эквивалентное (по усредненным переменным) одномерное звено. Для использования приведенных в [2] формул, необходимо учитывать то, что в нашем случае «усредняющая» обратная связь отрицательная и имеет увеличенный в n раз коэффициентом передачи. Тот же результат можно получить и непосредственно из выражений (1) и (2), но более простым способом.

Пусть все n двигателей совершенно одинаковы, т.е. $K_j = K_1$ и $W_j(p) = W_1(p)$. Тогда из (2) следует, что $\omega(p) = n(J_\sigma p)^{-1} K_1 I_s(p)$, где $I_s(p)$ – среднее значение якорных токов:

$$I_s(p) = [I_1(p) + I_2(p) + \dots + I_n(p)]/n.$$

Выполняя аналогично усреднение в правой части формулы (1), получим

$$I_s(p) = W_1(p)[U_s(p) - nK_1(J_\sigma p)^{-1} K_1 I_s(p)]. \quad (3)$$

Из этого выражения определим эквивалентную передаточную функцию МДЭП по средней составляющей:

$$W_s(p) = \frac{I_s(p)}{U_s(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + nW_1(p)W_{ss}(p)} = \frac{pJ_\sigma}{p^2 L_1 J_\sigma + pR_1 J_\sigma + nK_1^2}, \quad (4)$$

где $W_{ss}(p) = K_1^2 / (pJ_\sigma)$ – передаточная функция «усредняющей» связи.

Полученное выражение можно использовать, например, при моделировании, в качестве эталона для сравнения при оценке влияния разброса параметров двигателей на характеристики МДЭП. Из формулы (4) при $n = 1$, как частный случай, получается передаточная функция по току якоря для однодвигательного привода.

Если входные сигналы каждого из n двигателей считать одинаковыми ($U_j(p) = U_1(p)$), то с помощью (4) можно определить передаточную функцию МДЭП, состоящего из n одинаковых двигателей, по угловой скорости ω :

$$W_\omega(p) = \frac{nK_1}{p^2 L_1 J_\sigma + pR_1 J_\sigma + nK_1^2}.$$

Эквивалентная структурная схема такого «однотипного» МДЭП показана на рис. 1.

При наличии сигнальных возмущений в сепаратных каналах, для синхронизации движений

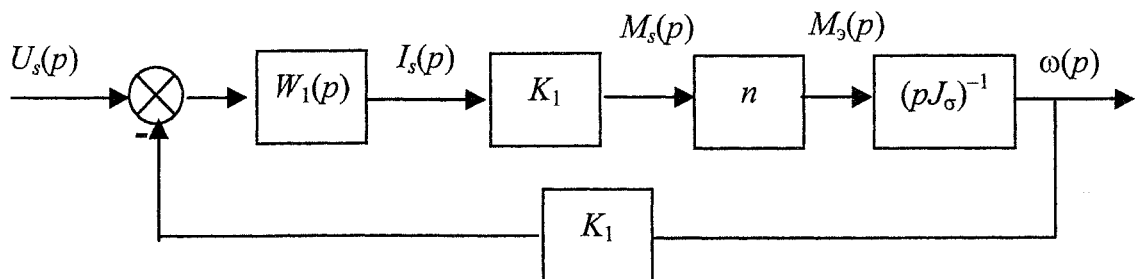


Рис. 1. Эквивалентная схема МДЭП при отсутствии разброса параметров

по идентичным переменным в разных каналах однотипных МСАР, используются синхронизирующие связи. Логично предположить, что при незначительных разбросах параметров в сепаратных каналах или в перекрестных связях, эффект синхронизации будет сохраняться, хотя и в несколько ослабленном виде. Поставив задачу синхронизации как выравнивание токов в якорных цепях электродвигателей, будем использовать обратные связи синхронизирующего типа по этим токам.

При этом на вход каждого j -го двигателя будем подавать дополнительное напряжение $\Delta U_j(p)$, линейно зависящее от отклонений каждого из токов $I_j(p)$ от их усредненного (по всем двигателям) значения $I_x(p)$:

$$\Delta U_j(p) = L_x(p) \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_k(p) - I_j(p) \right]. \quad (5)$$

Из этого выражения следует, что значение $\Delta U_x(p)$, получаемое также как и для токов в результате процедуры усреднения по всем двигателям, будет равно нулю при любой передаточной функции $L_x(p)$.

Поэтому синхронизирующая связь указанного вида не будет изменять передаточных функций по средним значениям переменных. Соответственно этому, не изменится и вид эквивалентной структурной схемы относительно средних значений, показанной на рис. 1.

Передаточная функция синхронизирующих связей $L_x(p)$ будет оказывать влияние только на динамику и статику «относительного» движения и на передаточные функции, записанные относительно разностей соответствующих переменных в различных сепаратных каналах. Поэтому для выбора $L_x(p)$ необходимо рассматривать эквивалентную одномерную структурную схему многомерного звена, составленную для относительного движения [2].

Запишем выражения для изображений токов $I_j(p)$ и $I_k(p)$ при $W_j(p) = W_1(p)$, $K_j = K_1$, $j \neq k$ и найдем их разность $\Delta I_{jk}(p) = I_j(p) - I_k(p)$:

$$I_j(p) = W_1(p) [U_j(p) + \Delta U_j(p) - K_1 \omega(p)]; \quad (6)$$

$$I_k(p) = W_1(p) [U_k(p) + \Delta U_k(p) - K_1 \omega(p)]; \quad (7)$$

$$\Delta I_{jk}(p) = W_1(p) [\Delta U_{jk}(p) + \Delta U_j(p) - \Delta U_k(p)]. \quad (8)$$

Тогда, принимая во внимание то, что в соответствии с формулой (5):

$$\begin{aligned} \Delta U_j(p) - \Delta U_k(p) &= \Delta U_{jk}(p) = \\ &= L_x(p) [I_k(p) - I_j(p)] = -L_x(p) \Delta I_{jk}(p) \end{aligned}$$

получим

$$\Delta I_{jk}(p) = W_1(p) [\Delta U_{jk}(p) - L_x(p) \Delta I_{jk}(p)].$$

Из этого выражения для многомерного звена с обратной синхронизирующей связью можно получить передаточную функцию эквивалентного одномерного звена в относительном движении:

$$\begin{aligned} W^-(p) &= \frac{\Delta I_{jk}(p)}{\Delta U_{jk}(p)} = \frac{I_j(p) - I_k(p)}{U_j(p) - U_k(p)} = \\ &= \frac{W_1(p)}{1 + L_x(p) W_1(p)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда видно, что для устранения постоянной составляющей в разностях токов необходимо, чтобы синхронизирующая обратная связь содержала интегрирующие звенья. При этом в выражение для $L_x(p)$ должны входить множители вида p^{-1} . Так, например, если выбрать $L_x(p) = K/p$, то передаточная функция по относительному движению $W^-(p)$ будет иметь следующий вид

$$W^-(p) = \frac{p}{(R_1 + pL_1)p + K}. \quad (10)$$

При этом параметр K имеет физический смысл коэффициента добротности по первой производной и его величину можно назначить, например, исходя из заданного значения коэффициента скоростной ошибки в относительном движении. В более общем случае, передаточную функцию $L_x(p)$ можно выбрать, ориентируясь на другой закон регулирования, например $L_x(p) = K/p + K_n$.

2. Многомерная модель МДЭП с учетом разброса параметров

При нарушении условий идентичности сепаратных каналов и симметричности перекрестных обратных связей, эквивалентное представление многомерного МДЭП в виде совокупности двух одномерных схем, полученных для усредненного и относительного движений, становится невозможным. В таких случаях необходимо рассматривать полную модель МДЭП.

Запишем уравнение вида (6) для j -го двигателя в составе МДЭП:

$$I_j(p) = W_j(p) [U_j(p) + \Delta U_j(p) - K_j \omega(p)], \quad j = 1 \dots n,$$

где $\omega(p)$ и $\Delta U_j(p)$ определяются, соответственно, выражениями (2) и (5).

Переходя в этих формулах к векторно-матричным обозначениям и исключая промежуточные векторные переменные, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(p) &= \mathbf{W}^*(p) \times \\ &\times \left[\mathbf{U}(p) - \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \mathbf{I}(p) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\mathbf{I}(p) = \text{col}\{I_j(p)\};$$

$$\mathbf{U}(p) = \text{col}\{U_j(p)\};$$

$$\mathbf{W}^*(p) = \text{diag}\{W_j(p)\};$$

$$\mathbf{N}_- = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1-n & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1-n & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1-n \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}\mathbf{C}^T;$$

$$\mathbf{C} = \text{col}\{K_j\}.$$

Перепишем (11) в эквивалентном виде:

$$\left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right] \mathbf{I}(p) = \mathbf{W}^*(p) \mathbf{U}(p). \quad (13)$$

Из этого выражения определим передаточную матрицу МДЭП, устанавливающую связь векторов $\mathbf{I}(p)$ и $\mathbf{U}(p)$:

$$\Phi(p) = \left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right]^{-1} \mathbf{W}^*(p). \quad (14)$$

Для оценки влияния разброса параметров двигателей на величины якорных токов будем считать, что все входные напряжения двигателей одинаковы и равны их среднему значению, т.е. $U_j(p) = U_s(p)$.

Тогда $\mathbf{U}(p) = \mathbf{N}U_s(p)$, где $\mathbf{N} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ и вектор изображений Лапласа для токов $\mathbf{I}(p)$ в МДЭП определится выражением

$$\mathbf{I}(p) = \Phi(p) \mathbf{N} U_s(p).$$

Структурное представление МДЭП в соответствии с выражениями (11) и (2), учитывающее разброс параметров и наличие контура синхронизации, приведено на рис. 2.

Рассмотрим вектор $\mathbf{I}_s(p) = I_s(p) \mathbf{N}$, который будем использовать при оценке эффективности работы контура синхронизации при разбросах параметров. Для вектора отклонений токов от их значений, соответствующих нулевому разбросу параметров, определим передаточную матрицу $\Phi_\Delta(p)$:

$$\Delta \mathbf{I}(p) = \mathbf{I}(p) - \mathbf{I}_s(p) = \Phi(p) \mathbf{N} U_s(p) - I_s(p) \mathbf{N} = [\Phi(p) \mathbf{N} - W_s(p) \mathbf{N}] U_s(p) = \Phi_\Delta(p) U_s(p), \quad (15)$$

где матрица $\Phi_\Delta(p)$ определяется следующим выражением:

$$\Phi_\Delta(p) = [\Phi(p) \mathbf{N} - W_s(p) \mathbf{N}] = [\Phi(p) - W_s(p) \mathbf{E}] \mathbf{N}. \quad (16)$$

Исследуя матрицу $\Phi_\Delta(p)$, например, рассматривая ее частотные свойства при $p = j\omega$, можно уточнить необходимую величину коэффициента добротности K или назначить другой вид передаточной функции $L_x(p)$ в цепи обратной синхронизирующей связи по якорным токам двигателей.

При значительных разбросах параметров в отдельных каналах или в перекрестных связях, а также при неудачном назначении $L_x(p)$, МДЭП с контуром синхронизации может оказаться чрезмерно колебательным или даже неустойчивым. Исследовать устойчивость и запасы устойчивости замкнутого многомерного контура наиболее удобно, применяя обобщенный критерий Найквиста [3]. При использовании этого критерия рассматривается определитель $Q(p)$ матрицы возвратных разностей для замкнутого контура:

$$Q(p) = \det \left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right]. \quad (17)$$

Примечательной особенностью этого определителя является то, что он (аналогично одномер-

ному случаю!) оказывается равным отношению характеристических полиномов замкнутого и разомкнутого многомерного контура. Поэтому частотный годограф функции $Q(j\omega)$, построенный при изменении частоты ω от 0 до ∞ , позволяет судить об устойчивости МДЭП при наличии контура синхронизации. Известно, что для устойчивости многомерного замкнутого контура годограф функции $Q(j\omega)$ должен охватывать начало координат в положительном направлении (против часовой стрелки) $r/2$ раз, где r – число правых корней характеристического полинома разомкнутого контура. Если $r = 0$, то для устойчивости замкнутого контура годограф не должен охватывать начало координат.

При этом величина минимального расстояния годографа функции $Q(j\omega)$ до начала координат косвенно характеризует запас устойчивости.

При наличии ν нулевых корней у разомкнутого контура (если есть интегрирующие звенья), для применения этого критерия годограф $Q(j\omega)$ необходимо дополнить при $\omega = 0$ условной дугой бесконечного радиуса, проходящей через ν квадрантов в положительном направлении. Если $L_x(p) = K/p$, то граничное значение коэффициента добротности $K = K_{гр}$ можно определить из условия прохождения годографа при некоторой частоте $\omega = \omega_{кр}$ через начало координат, либо решая уравнение $Q(j\omega, K) = 0$. Тогда значение коэффициента $K = K_{ном}$ можно назначить в 2–3 раза меньше величины $K_{гр}$, обеспечивая запас устойчивости по модулю 6–10 децибел.

3. Микропроцессорный вариант контура синхронизации

Ввиду широкого распространения микропроцессорных средств и способов управления МДЭП, актуальным является выбор шага дискретизации (выборки) по времени T_0 и дискретной передаточной функции $L_x(z)$ в контуре синхронизации. Эквивалентная структурная схема МДЭП с микропроцессорной реализацией управления, где Φ_0 – фиксатор, представлена на рис. 3. При выборе значения T_0 и $L_x(z)$ можно воспользоваться методом аналогового прототипа. При этом величина T_0 назначается из условия 10 %-го уменьшения запаса устойчивости по фазе одномерного эквивалентного контура с отрицательной обратной связью по току в относительном движении, имеющего передаточную функцию вида (9). Ей будет соответствовать передаточная функция разомкнутого контура $W_{раз}(p) = W_1(p) L_x(p)$. Тогда, если частота среза этого разомкнутого контура равна ω_c , а запас по фазе φ_z (в радианах), то рекомендуемое значение T_0 выбирается из условия $T_0 \leq 0,2\varphi_z/\omega_c$.

Передаточную функцию $L_x(z)$ в этом методе получают из непрерывной передаточной функции $L_x(p)$ заменой переменной $p = f(z)$ в соответствии с выбранным способом численного интегрирования. Так, например, подстановка $p = (1 - z^{-1})$ соответст-

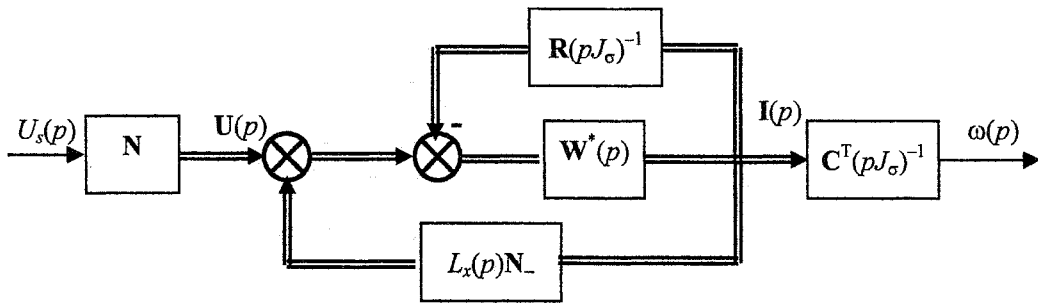


Рис. 2. Многомерное представление МДЭП с контуром синхронизации

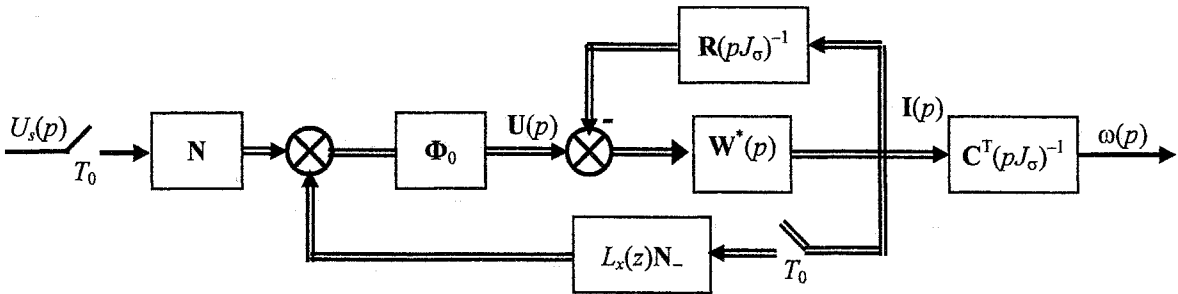


Рис. 3. Эквивалентная структурная схема МДЭП с цифровым управлением

вует методу Эйлера (метод прямоугольников), а замена $p = 2(z - 1)/[T_0(z + 1)]$ будет соответствовать методу трапеций.

При наличии существенного разброса параметров двигателей, замкнутый контур с цифровой обратной связью может оказаться неустойчивым.

Для исследования его устойчивости и обеспечения требуемого запаса устойчивости воспользуемся дискретным вариантом обобщенного критерия Найквиста для многомерных САП [4].

Для этого запишем матрицу возвратных разностей для замкнутого многомерного контура в виде:

$$G(z) = E - L_x(z)N_- W_L(z). \quad (18)$$

Здесь $W_L(z)$ – передаточная матрица дискретного звена «приведенной непрерывной части» (ПНЧ), состоящего из замкнутого непрерывного контура с фидбекаторами Φ_0 на входе и «ключом» на выходе (см. рис. 3):

$$W_L(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-pT_0}}{p} \left[E + \frac{1}{pJ_\sigma} W^*(p)R \right]^{-1} \times \right. \\ \left. \times W^*(p) \right\} = Z \{ W_{\text{пнч}}(p) \}. \quad (19)$$

Заметим, что в нашем случае $W_{\text{пнч}}(p)$, а значит и $W_L(p)$, так же как и $L_x(z)$, не будут иметь неустойчивых полюсов. Тогда для устойчивости МДЭП с цифровым контуром синхронизации необходимо и достаточно, чтобы частотный годограф определителя матрицы возвратных разностей

$$Q^*(j\omega) = \det G(e^{j\omega T_0}) = \det G^*(j\omega)$$

при изменении частоты ω в диапазоне от 0 до π/T_0 не охватывал начало координат:

$$\Delta \text{Arg } Q^*(j\omega) = 0, \quad 0 \leq \omega \leq \pi/T_0 \quad (20)$$

При расчетах частотного годографа функции $Q^*(j\omega)$ удобно использовать следующую приближенную формулу для частотной передаточной матрицы $W_L^*(j\omega)$:

$$W_L^*(j\omega) \approx \frac{1}{T_0} \sum_{k=-m}^m W_{\text{пнч}} \left(j \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_0} \right) \right), \quad (21)$$

где m – достаточно большое, например равное 10, целое число.

Аналогично рассмотренному выше непрерывному варианту контура синхронизации, для цифрового варианта его реализации можно определить граничные значения для коэффициента передачи и для периода дискретности T_0 , а также выбрать их величины из условия обеспечения требуемого запаса устойчивости.

Наиболее удобно расчеты по приведенным выше матричным формулам выполнять с помощью программных математических пакетов типа MathCAD или MATLAB.

Заключение

Разброс параметров и характеристик электродвигателей, работающих на общую нагрузку, приводит к нежелательному явлению в виде взаимного нагружения двигателей. Для уменьшения его влияния, система управления многодвигательным приводом должна дополняться специальным контуром синхронизации, состоящим из определенным образом подключаемых перекрестных обратных связей по якорным токам двигателей. При выборе способа подключения таких связей, при выборе их передаточных функций и параметров, а также для исследования свойств получаемой при этом системы управления целе-

сообразно пользоваться методами теории многосвязных САР. Полученные в работе матричные формулы позволяют это сделать как для непрерывного, так и для цифрового (микропроцессорного) варианта контура синхронизации.

Литература

1. Долбенков В.И. Синтез управления двухдвигательным электроприводом// Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 3, № 9. – С. 31–34.

2. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. – М.: Энергия, 1970. – 288 с.

3. Зырянов Г.В., Коцеев А.А. О применении частотных критериев устойчивости для линейных систем с произвольной структурой// Системы управления и информационные технологии. Межвузовский сб. научн. тр. – Воронеж: 1999. – С. 62–68.

4. Зырянов Г.В. Частотный метод исследования устойчивости многомерных дискретных САУ// Системы автоматического управления: Сб. тр. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2000. – С. 36–39.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОТРЕБЛЕНИЯ ТОПЛИВНЫХ ГАЗОВ НА МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

Л.С. Казаринов, Л.А. Копцев, И.А. Япрынцева

Потребление топливных газов на металлургических предприятиях составляет существенную долю себестоимости производимой продукции, поэтому на предприятиях большое внимание уделяется снижению объема потребления топливных газов. Среди топливных газов особо следует выделить природный газ, так как он представляет собой покупной строго лимитированный ресурс. Вследствие этого для металлургического производства наряду с задачей снижения объемов потребления природного газа, является актуальной задача мониторинга и прогнозирования объемов потребляемого газа. Ошибки в прогнозе потребления природного газа приводят к недостоверным заявкам предприятия на объемы поставок газа и, как следствие, к большим штрафам за невыполнение лимитов, определенных в договорах на поставку. Повысить достоверность оценок, как текущего потребления природного газа, так и его прогноза можно на основе автоматизированных систем мониторинга и прогнозирования потребления газа.

В силу коммерческой важности рассматриваемой задачи в настоящее время на металлургических предприятиях разрабатываются специализированные АСУ, осуществляющие мониторинг и управление потреблением топливных газов (АСУ ГАЗ). При этом задача мониторинга в настоящее время достаточно разработана и по данному вопросу имеются многочисленные публикации. Однако задача прогнозирования и управления потреблением топливных газов особенно в системном плане в масштабе металлургического производства еще решена недостаточно.

Научный подход большинства работ основан на статистическом анализе данных с использованием тех или иных модификаций метода наименьших квадратов при построении прогностических моделей. Однако задача прогнозирования потребления газа имеет ярко выраженный системный технико-экономический характер. Эффективное решение задачи возможно лишь при системном рассмотрении металлургического производства как единого технологического целого. При этом конечной целью является минимизация потребления объемов топливных газов, а также штрафов предприятия за нарушения лимитов потребления природного газа.

1. Методика построения оптимальной модели прогнозирования

Общий вид прогнозной модели:

$$y = f[\mathbf{a}](\mathbf{x}), \quad (1)$$

где y – объем потребления газа; \mathbf{x} – вектор технологических факторов; \mathbf{a} – вектор структурных параметров прогнозирующих моделей.

Ошибка прогнозирования:

$$e_u = y_u - f[\mathbf{a}](\mathbf{x}), \quad u \in U, \quad (2)$$

где u – индекс статистического наблюдения, принимающий значение из индексного множества U .

На рис. 1 представлена зависимость штрафа налагаемого на предприятие в зависимости от цены ошибки прогнозирования потребления газа.

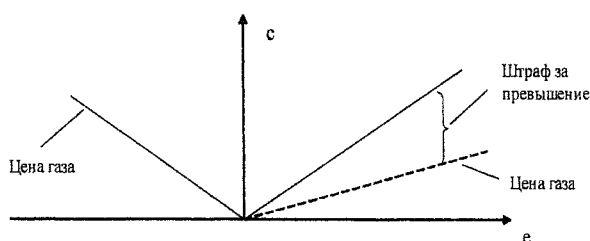


Рис. 1. Цена ошибки

Суммарный штраф за неточный прогноз:

$$C = \sum_u S_r^2 |e_u^-|^2 + \sum_u S_{ш}^2 |e_u^+|^2; \quad (3)$$

где e_u^+ , e_u^- – отрицательные и положительные значения ошибки соответственно:

$$e_u = y_u - \sum_{j=0}^n a_j x_{ju}. \quad (4)$$

Условие минимума суммарного штрафа:

$$\frac{\partial C}{\partial a_i} = -2S_r^2 \sum_u 1(|e_u^-|) \left(y_u - \sum_{j=0}^n a_j x_{ju} \right) x_{ju} - 2S_{ш}^2 \sum_u 1(|e_u^+|) \left(y_u - \sum_{j=0}^n a_j x_{ju} \right) x_{iu} = 0, \quad (5)$$

где $1(|e_u^-|)$, $1(|e_u^+|)$ – единичные функции. Решение линейного алгебраического уравнения:

$$\sum_{j=0}^n g_{ij} a_j = d_i, \quad i = 0 \dots n; \quad (6)$$

$$g_{ij} = S_r^2 \sum_u 1(|e_u^-|) x_{iu} x_{ju} + S_{ш}^2 \sum_u 1(|e_u^+|) x_{iu} x_{ju};$$

$$d_i = S_r^2 \sum_u 1(|e_u^-|) y_u x_{iu} + S_{ш}^2 \sum_u 1(|e_u^+|) y_u x_{iu}.$$

Окончательное решение нелинейной задачи осуществляется итерационно на основе последовательных решений системы линейных алгебраических уравнений (6), определяющих минимизацию целевой функции (5) методом наискорейшего спуска.

2. Процедура построения моделей прогнозирования потребления многокомпонентных газовых смесей на основе метода группового учета аргументов

Применение классического метода регрессионного анализа для построения моделей потребления многокомпонентных газовых смесей для сложных технологических процессов в общем случае встречает большие затруднения, так как для сложных систем задача построения точной модели становится некорректной по своей постановке вследствие практической невозможности учета взаимного влияния множества факторов. Для преодоления

• построение комплексной модели, включающей как агрегированные объемы газовых смесей, так и частные факторы по отдельным газовым компонентам.

С использованием указанных выше подходов разработана система моделей прогнозирования потребления топливных газов в технологических процессах металлургического производства ОАО «ММК». Примеры построенных моделей для ПВЭС (Рис. 2, 3):

$$V_{\text{топл}} = 0,1534 \cdot \text{Выработка пара} + 1,32 \times \text{Часы работы котлов среднего давления} - 7029;$$



Рис. 2. Динамика потребления природного газа ЛПЦ-5



Рис. 3. Динамика потребления природного газа ЛПЦ-10

указанной сложности предлагается использовать модификацию метода группового учета аргументов (МГУА), применительно к задаче, решаемой в работе. Процедура использования метода группового учета аргументов состоит из следующих этапов:

- построение агрегированной модели с представлением объемов многокомпонентных газовых смесей в тоннах условного топлива;
- построение частных моделей по отдельным компонентам с представлением объемов газовых компонент в натуральных показателях;

$$V_{\text{дг}} = 36,78 \cdot \text{Кв.д} + 971,9 \cdot T - 13,83 \cdot \text{Кср.д} + 0,1732 \cdot \text{Выход ДГ} - 183800;$$

$$V_{\text{кг зима}} = 1,634 \cdot V_{\text{топл}} + 0,1782 \cdot \text{Выход КГ} - 0,06511 \cdot \text{Вых ДГ} + 0,0289 \cdot \text{Ш.э.э} - 0,3698 \cdot \text{Пар} + 0,07717 \cdot \text{Дутье} - 0,1626 \cdot \text{Кс.д} + 2,477 \cdot \text{Кв.д} + 0,07103 \cdot \text{ДГ} + 51720;$$

$$V_{\text{пг зима}} = 0,1193 \cdot \text{Пар} + 0,03697 \cdot \text{Дутье} + 2,179 \cdot \text{Кв.д} + 0,04463 \cdot \text{Выход ДГ} - 0,01645 \times \text{Выход КГ} + 0,01795 \cdot \text{Ш.э.э} - 0,08995 \cdot \text{Кср.д} - 146,6 \cdot T - 0,2175 \cdot \text{КГ} - 0,1676 \cdot V_{\text{дг}} + 35860,$$

где «Выработка пара» – выработка пара на паровоздуховной электростанции, Гкал; «Часы работы котлов среднего давления» – часы фактической работы котлов среднего давления за месяц, ч; $V_{\text{топл}}$ – потребление топлива ПВЭС (природного, коксового и доменного газов), тонн удельного топлива; Кв.д – часы фактической работы котлов высокого давления, ч; T – температура наружного атмосферного воздуха, К; Кср.д – часы фактической работы котлов среднего давления, ч; «Выход ДГ» – выход доменного газа при производстве чугуна доменным цехом, т·м³; $V_{\text{дг}}$ – объем потребления доменного газа станцией; «Выход КГ» – выход коксового газа при производстве кокса, т·м³; $W_{\text{э.э}}$ – выработка электроэнергии станцией, МВт·ч; Пар – выработка пара станцией, Гкал; Дутье – выработка дутья ПВЭС, т·м³; Кср.д – часы фактической работы котлов среднего давления, ч; ДГ – потребление доменного газа станцией, т·м³.

Динамика расчетных и фактических значений расхода газа по цехам ОАО «ММК» приведена на рис. 2, 3. Графики показывают, что рассчитанные модели с высокой точностью воспроизводят фак-

тические показатели и хорошо отслеживают резкие колебания расхода топлива.

Применение предложенной системы моделей прогнозирования потребления топливных газов для металлургического производства ОАО «ММК» позволило получить предприятию годовой экономический эффект более 60 млн. рублей.

Заключение

1. Построена система моделей прогноза потребления топливных газов оптимальная по технико-экономическим критериям, базовым является величина штрафа, налагаемого на предприятие за недостоверное определение лимитов потребления природного газа в прогнозируемый период.

2. Математическая постановка задачи оптимального прогноза потребления газа по технико-экономическим критериям приводит к специализированной задаче математического программирования, имеющей в общем случае нелинейный характер.

3. Для построения моделей прогнозирования многокомпонентных газовых смесей предложена модификация МГУА.

МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДАННЫХ

Л.С. Казаринов, О.В. Попова

Основной задачей, стоящей в настоящее время перед промышленными предприятиями, является повышение энергетической эффективности производства. Одним из подходов решения поставленной задачи является выявление резервов повышения эффективности производственных систем на основе идентификации производственных характеристик их элементов по данным эксплуатации.

Реальные производственные характеристики, как правило, зависят от множества внутренних режимных факторов, поэтому не представляется возможным учесть все множество режимных факторов вследствие их большого многообразия для различных составляющих технологических процессов. Предлагается использовать в качестве производственных характеристик элементов сетей не только среднестатистические характеристики, но и мажорантные и минорантные, которые в совокупности описывают рабочую область производственных характеристик. В дальнейшем мажорантные и минорантные характеристики будем называть граничными.

В качестве примера на рис. 1 представлена паровая характеристика турбины электрической станции. Паровая характеристика состоит из базовой зависимости потребления пара (D_0) от выработанной электрической мощности (N_s) и тепловой мощности (Q_T). Реальная диаграмма отличается от базовой на величину поправок по внутренним режимным факторам: температуре и давлению свежего пара, давлению в теплофикационном и конденсационном отборах, температуре подачи сетевой воды и другим. В итоге паровая характеристика в линейном приближении будет иметь вид:

$$D_0 = a_0 + a_1 N_s + a_2 Q_T + \langle \text{поправки} \rangle. \quad (1)$$

Использование точной характеристики (1) при моделировании не представляется возможным, так как невозможно учесть все текущие значения внутренних факторов режимов турбин. Поэтому целесообразно использовать граничную внешнюю характеристику турбины, определенную при оптимальных сочетаниях внутренних факторов, например, по критерию минимума потребления пара:

$$D_0 = b_0 + b_1 N_s + b_2 Q_T.$$

Рассмотрим вопрос определения граничных производственных характеристик узлов на основе данных эксплуатации.

Решение задачи построения граничных характеристик предлагается осуществлять в данной работе на основе двух этапов. На первом этапе на основе решения задачи кластеризации данных из всей совокупности данных эксплуатации выделяются граничные (мажорантные и минорантные).

На втором этапе с использованием граничных данных находятся непосредственно граничные характеристики.

Постановка задачи кластеризации данных на мажорантные и минорантные имеет следующие особенности.

1. Наличие ошибок в измерении значений производственных характеристик элементов сетей и систем.

2. Неполнота информации о производственных характеристиках, содержащихся в данных эксплуатации.

Поэтому решение задачи кластеризации должно включать сглаживание ошибок в данных и регуляризацию постановки задачи.

С учетом сказанного в работе предложена следующая постановка задачи кластеризации, которую для определенности будем рассматривать как выделение мажорантных данных.

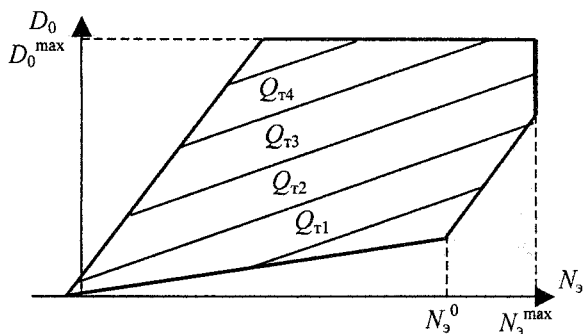


Рис. 1. Паровая характеристика турбины

В основе постановки задачи лежит система неравенств

$$p(\mathbf{a}, x_s) > y_s : \mu_s, s \in I_s; \quad (2)$$

$$p(\mathbf{a}, x_s) > y_s : \mu_s, s \in I_p, \quad (3)$$

где x_s, y_s — статистические данные о производственных характеристиках: x_s — входные данные, y_s — выходные эффекты; $p(\mathbf{a}, x_s)$ — дискриминантная функция, выделяющая мажорантные данные из общей совокупности данных; \mathbf{a} — вектор искомых параметров дискриминантной функции; μ_s — характеристическая функция соответствующего s -го неравенства ($\mu_s = 1$, если неравенство выполняется; $\mu_s = 0$ в противном случае); I_s, I_p — соответственно индексное множество экспериментальных и регуляризующих данных.

Система неравенств (2)–(3) соответствует двум наборам данных, используемых при решении задачи. Набор данных эксплуатации (I_s) отражает результаты наблюдений реальных значений про-

изводственных характеристик элементов сетей и систем в процессе эксплуатации. Регуляризирующий набор данных (I_p) является дополнительным и используется для восполнения недостающей информации, которой не содержится в данных реальных наблюдений. В качестве регуляризирующих наборов данных могут быть использованы нормативные данные, экспертные оценки и др.

Выбор значений вектора параметров дискриминантной функции (\mathbf{a}) осуществляется по критерию максимального взвешенного числа выполненных неравенств (2)–(3):

$$N_B = (1-\lambda) \sum_{s \in I_s} \mu_s + \lambda \sum_{s \in I_p} \mu_s, \quad \lambda \in [0, 1],$$

при ограничении

$$N_{\text{маж}} = \sum_{s \in I_s \cup I_p} (1 - \mu_s) \geq N_{\text{об}}^{\text{мин}} + N_{\text{пов}} = N_{\text{доп}}. \quad (4)$$

Здесь λ – вес регуляризирующих данных; $N_{\text{об}}^{\text{мин}}$ – минимально допустимый размер обучающей выборки данных, необходимых для определения неизвестных значений вектора \mathbf{a} ($N_{\text{об}}^{\text{мин}} = \dim \mathbf{a} + 1$); $N_{\text{пов}}$ – размер поверочной выборки данных, на которых оценивается точность построенной дискриминантной функции ($N_{\text{пов}} \geq 1$).

Вес регуляризирующих данных λ выбирается из условия корректности постановки задачи кластеризации. При $\lambda = 0$ задача решается только на экспериментальных данных и в общем случае является некорректно поставленной. При $\lambda = 1$ задача решается только на регуляризирующих данных и по определению является корректно поставленной. Однако при этом получаемое решение не отражает реальные экспериментальные данные. Поэтому при выборе значения коэффициента λ необходимо задавать минимально возможное значение, при котором сохраняется корректность постановки задачи.

Алгоритм решения задачи кластеризации следующий.

1. Задаются начальные значения веса регуляризирующих данных λ и весов данных $\alpha_s = 1$.

2. Методом взвешенных наименьших квадратов решается система уравнений

$$p(\mathbf{a}, x_s) = y_s : (1-\lambda)\alpha_s, \quad s \in I_s;$$

$$p(\mathbf{a}, x_s) = y_s : \lambda\alpha_s, \quad s \in I_p.$$

3. Вычисляется превышение выходного эффекта y_s над значением дискриминантной функции при входных факторах x_s

$$\Delta y_s = y_s - p(\mathbf{a}, x_s).$$

4. Определяются веса данных

$$\alpha_s = \begin{cases} 1, & \text{если } \Delta y_s > 0; \\ \gamma, & \text{если } \Delta y_s < 0, \end{cases}$$

где γ определяет скорость сходимости алгоритма. При $\gamma = 0$ – максимальная сходимость, однако при этом на первой итерации решения может выполняться неравенство $N_{\text{маж}} < N_{\text{доп}}$. При $\gamma = 1$ решение заканчивается на первой итерации, и в качестве мажорантных точек являются те, что лежат выше средней характеристики. Величина γ в общем случае выбирается из условия выполнения ограничения (4).

5. Данные, которые имеют вес $\alpha_s = 1$ являются мажорантными. Подсчитывается их количество $N_{\text{маж}}$.

6. Число мажорантных данных $N_{\text{маж}}$ сравнивается с допустимым числом данных $N_{\text{доп}}$.

Если на первой итерации решения $N_{\text{маж}} < N_{\text{доп}}$, то постановка задачи некорректна и необходимо дополнить число регуляризирующих данных. Если данное неравенство выполняется на итерации $\neq 1$, то необходимо вернуться к значениям переменных на предыдущей итерации.

Если $N_{\text{маж}} > N_{\text{доп}}$, то осуществляется переход к решению задачи взвешенных уравнений (к п. 2 алгоритма).

Решением задачи кластеризации является множество мажорантных данных, по которым затем методом наименьших квадратов строится непосредственно граничная характеристика.

Литература

1. Дюрбан Б. Кластерный анализ. – М.: Статистика, 1977. – 270 с.

2. Крянев А.В., Лукин Г.В. Математические методы обработки неопределённых данных. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОТОКОВ ЭНЕРГОРЕСУРСОВ В СЛОЖНЫХ СЕТЯХ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ИХ АККУМУЛИРОВАНИЯ

Л.С. Казаринов, О.В. Попова, Д.А. Шнайдер

Сложные производственные комплексы представляют собой сложные структуры, состоящие из технологических цехов, подключенных к сетям энергоресурсов, в качестве которых выступают природный газ, электрическая и тепловая энергия, пар на технологические нужды и др. Для масштабных производств распределение энергоресурсов осуществляется с помощью соответствующих сетей сложной конфигурации. Особенностью их функционирования является тесная связь с технологическими процессами. Например, потребление пара в металлургическом производстве носит крайне неравномерный характер. Ограниченность мощности паровых источников приводит к необходимости выработки стратегий управления пароснабжения, которые позволили бы использовать все ресурсы пара теплофикационной системы предприятия для стабилизации режимов пароснабжения и максимального повышения выработки продукции. Строгое решение задачи возможно на основе моделирования потоков распределения ресурсов в производственном комплексе с учетом динамики их аккумуляции.

1. Основные положения

Сеть снабжения энергоресурсами представляется в виде совокупности узлов и дуг, через которые проходят потоки энергоресурсов

$$\langle \{node_i\}; \{arc_j\} \rangle,$$

где $node_i$ – i -й узел сети; arc_j – j -я дуга сети.

Закон преобразования параметров энергоресурса на j -й дуге сети описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных вида

$$\frac{\partial \varphi^j(x_j, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 a_{ji}(x_j, t, \varphi^i) \frac{\partial \varphi^i(x_j, t)}{\partial x_j} = f_j(x_j, t, \varphi^j), \quad j \in M, \quad (1)$$

где $\varphi^j = [\varphi_1^j(x_j, t), \varphi_2^j(x_j, t), \varphi_3^j(x_j, t)]$ – вектор-функция, описывающая состояние параметров ресурса (напор, расход, температура) на j -й дуге сети в точке с координатой $x_j \in (x_{1,j}, x_{2,j})$ в момент времени t ; $x_{1,j}, x_{2,j}$ – координаты начала и конца j -й дуги сети; $f_j(\cdot)$ – некоторые известные вектор-функции.

Пусть $\varphi_1^j(x_j, t) = p_j(x_j, t) = p_j$; $\varphi_2^j(x_j, t) = g_j(x_j, t) = g_j$; $\varphi_3^j(x_j, t) = T_j(x_j, t) = T_j$ – функции распределения напора, расхода и температуры на j -й дуге сети. Функции $\varphi_l^j(x_j, t)$, $l = 1, 2, 3$, обладающие непрерывными первыми производными и удовлетворяющие

уравнениям системы (1), являются решениями этой системы уравнений на j -й дуге сети.

Для получения модели неустановившегося потокораспределения в сети система уравнений (1) должна быть дополнена системой алгебраических уравнений, определяющей условия согласования параметров потоков энергоресурсов в узлах сети:

$$\psi_l[\varphi(x_{2,k}, t), \varphi(x_{1,q}, t)] = 0, \quad l = 1, 2, 3, k \in V_{2,l}, q \in V_{1,l}, \quad (2)$$

где $V_{1,l}, V_{2,l}$ – множества индексов дуг, входящих в l -й узел и исходящих из него.

Система уравнений (1) совместно с системой (2) является математической моделью неустановившегося потокораспределения в инженерной сети.

Связь параметров сети в общем случае описывается нелинейными динамическими операторами, которые в зависимости от физических свойств дуг могут быть:

- емкостного характера:

$$(p_j, T_j)^T = C_j(p_{1,j}, g_{1,j}, T_{1,j}),$$

где p_j, g_j, T_j – соответственно распределение по j -й дуге напоров, расходов, температур; $p_{1,j}, T_{1,j}$ – соответственно значения напора и температуры в начальном узле дуги;

- индуктивного характера:

$$(g_j, T_j)^T = L_j(p_j, g_{1,j}, T_{1,j}).$$

Установившиеся процессы могут быть описаны нелинейными функциональными характеристиками:

- резистивного характера:

$$(p_{2,j}, T_{2,j})^T = R_j(p_{1,j}, g_{1,j}, T_{1,j}), \quad (3)$$

где $p_{2,j}, T_{2,j}$ – соответственно значения напора и температуры в конечном узле дуги;

- кондуктивного характера:

$$(g_{2,j}, T_{2,j})^T = Y_j(\Delta p_j, T_{1,j}). \quad (4)$$

Рассматривается класс сетей, расчет которых можно выполнить с достаточной для практики точностью при следующих предположениях.

1. Сеть носит сложный характер, число узлов сети может составлять сотни и тысячи.

2. Удельный вес элементов сети, для описания которых необходимо использовать динамические характеристики, значительно меньше веса элементов, для описания которых достаточно использовать нелинейные функциональные характеристики.

3. Среди элементов с динамическими характеристиками преобладают элементы емкостного характера.

Подобного класса сеть представляется следующим образом (рис. 1).

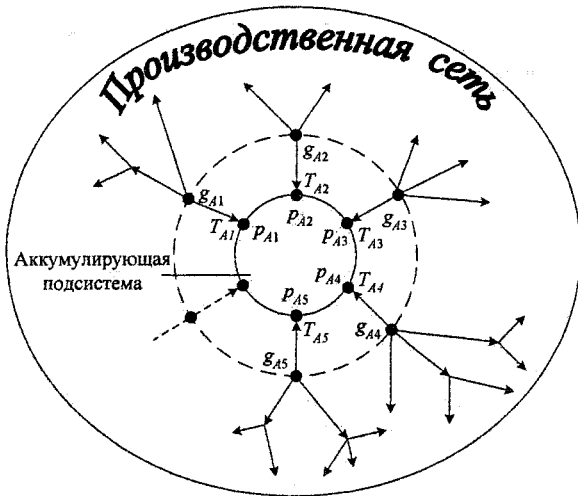


Рис. 1. Схема представления сети

Вся сеть в целом делится на подсистемы, часть из которых описывается нелинейными функциональными характеристиками, а другая часть – динамическими, представляющими аккумулярирующие подсистемы с операторами емкостного типа. Название аккумулярирующей подсистемы связано с тем, что подобная подсистема ведет себя как емкость: входящие в нее потоки могут накапливать энергоресурсы. Входами данной подсистемы являются распределение расходов g_{Aj} , а также температуры $T_{1,j}$ и напоры $p_{1,j}$, выходами – напоры p_{Aj} и температуры T_{Aj} аккумулярирующей подсистемы. Такое представление является физическим.

Так как производственные сети, как правило, имеют большую размерность, для преодоления сложности расчета в работе используется многослойная модель сложной сети, представленная на рис. 2.

Центральным ядром расчета сложной сети является расчет деревьев сети, который выполняется с использованием резистивных ветвей деревьев. Расчет деревьев сети высокой размерности может быть выполнен достаточно оперативно и с высокой точностью. Далее к базовому расчету деревьев сети последовательно подключаются расчеты с участием дополнительных элементов сети: хорд, потребителей, аккумулярирующих подсистем и регуляторов систем автоматического регулирования. Подключение указанных дополнительных элементов осуществляется на основе решения нелинейных уравнений связи:

$$\begin{cases} \Delta P_{Ch}(G_{Ch}, T_{Ch}) = 0; \\ \Delta T_{Ch}(G_{Ch}, T_{Ch}) = 0; \\ \Delta G_H(G_H^{In}, T_H^{In}) = 0; \\ \Delta T_H(G_H^{In}, T_H^{In}) = 0; \\ \Delta P_A(G_A, T_A, P_A^0) = 0; \\ \Delta T_A(G_A, T_A, P_A^0) = 0; \\ x(x_0) = x_0, \end{cases}$$

где $\Delta P_{Ch} = P_{Ch}^{Ex} - P_{Ch}^c$, $\Delta T_{Ch} = T_{Ch}^{Ex} - T_{Ch}^c$ – разность соответственно напоров и температур, определенных из расчета сети с хордами и деревьев сети; $\Delta G_H = G_H - G_H^{In}$, $\Delta T_H = T_H - T_H^{In}$ – разность соответственно расходов и температур, определенных из расчета сети с потребителями и исходными условиями для расчета сети с хордами; $\Delta P_A = P_A^{Ex} - P_A^c$, $\Delta T_A = T_A^{Ex} - T_A^c$ – разность соответственно напоров и температур, определенных из расчета сети с аккумулярирующими подсистемами и деревьев сети; x_0 – исходные условия управляющих воздействий; x – значения управляющего воздействия, полученные в результате расчета сети.

Таким образом, предложенную модель можно классифицировать как многослойную модель расчета потоков в сетях с учетом динамики их аккумулярирования.

2. Вычислительный алгоритм расчета сети

В моделях газовых, водяных и паровых сетей определяемыми параметрами режимов являются напоры, расходы и температуры соответствующих потоков энергоресурсов. В сетях иной природы в качестве базовых параметров режимов могут использоваться иные параметры.

Для связи потоков энергетических ресурсов в узлах сети используются балансовые соотношения, а для нахождения их значений – метод Ньютона. Так как сети имеют большую размерность, алгоритм расчета построен с учетом разреженности матрицы элементов сети и возможности оперативного переключения элементов сети. В целом модель отражает не только физические процессы потоков в сетях как объектов управления, но и 2-уровневое представление процессов управления потоками в сетях. На нижнем уровне осуществляются процессы автоматического регулирования, на верхнем уровне – оперативно-диспетчерского управления.

Расчет установившегося процесса осуществляется с использованием функциональных зависимостей, в общем случае – нелинейных.

3. Расчет дерева сети

Узел сети представлен на рис. 3.

Здесь G_B^{In} – поток из ветви дерева, входящей в узел; G_{Ch}^{In} – потоки из хорд, входящих в узел; G_B^{Ex} – потоки из ветвей дерева, исходящих из узла; G_{Ch}^{Ex} – потоки из хорд, исходящих из узла; G_H^{Ex} – потоки из ветвей, идущих к потребителям.

Расчет потоков через узлы для сети будем определять на основе балансового соотношения

$$g_{B,i} = \sum_{j=1}^{NTEX(i)} g_{B,j} - \sum_{j=1}^{NCIN(i)} g_{Ch,j} + \sum_{j=1}^{NCEX(i)} g_{Ch,j} + \sum_{j=1}^{NLEX(i)} g_{H,j}, \quad (5)$$

где i – номер узла; $NTEX(i)$ – число ветвей дерева, исходящих из i -го узла; $NCIN(i)$, $NCEX(i)$ – число хорд соответственно, входящих в i -й узел и исхо-

дящих из него; $NLEX(i)$ – число потребителей, подключенных к i -му узлу.

В общем случае необходимо в узле сети учитывать суммирование потоков с разными энтальпиями по соотношению

$$h_i = h_i(p_i, T_i),$$

где h_i – энтальпия. Тогда энтальпия на выходе i -го узла

$$h_i^{в\text{ых}} = \frac{\sum_{j=1}^{NIN(i)} g_j h_j}{\sum_{j=1}^{NIN(i)} g_j},$$

где $NIN(i)$ – число дуг сети, входящих в i -й узел.

Температура на выходе i -го узла определяется по соотношению

$$T_i^{в\text{ых}} = T_i(h_i^{в\text{ых}}, p_i).$$

конечном узле хорды, который определяется по соотношению

$$p_{Ch,j}^{Ex} = p_{Ch,j}^{In} - g_{Ch,j}^2 R_{Ch,j},$$

где $p_{Ch,j}^{In}$ – напор в начале j -й хорды, полученный из расчета деревьев сети по (5), (6); $R_{Ch,j}$ – сопротивление j -й хорды.

Невязка по напорам определяется по соотношению

$$E_{Ch}^2 = \sum_{j=1}^{NC} (p_{Ch,j}^{Ex} - p_{Ch,j}^c)^2,$$

где NC – число хорд; $p_{Ch,j}^c$ – напор в конце j -й хорды, полученный из расчета деревьев сети по (5), (6).

Минимизация невязки осуществляется методом Ньютона.

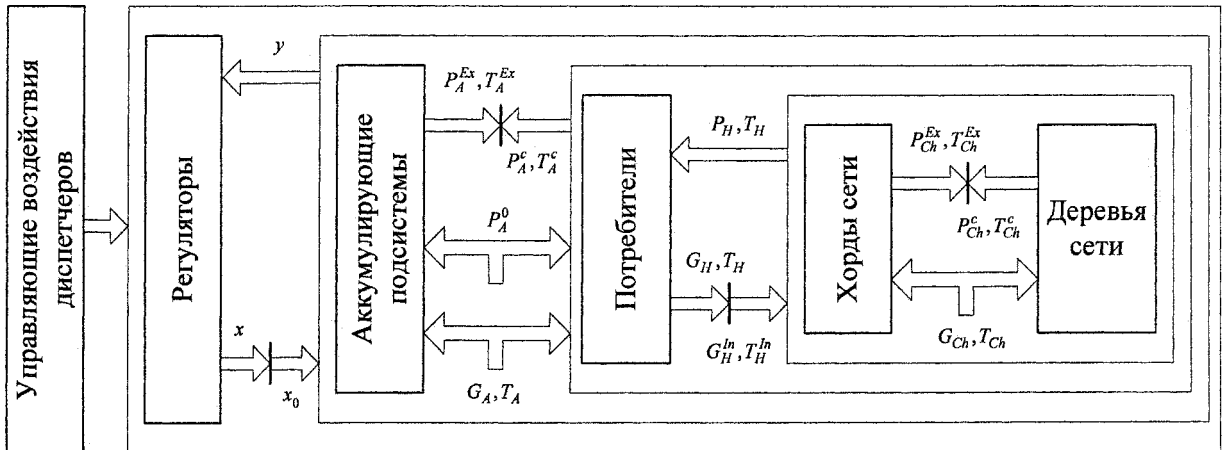


Рис. 2. Структура многослойной модели сложной сети

Расчет расходов энергоресурса через узлы осуществляется по соотношению (5), начиная с потребителей, расходы которых известны, до источников. Расчет напоров в узлах сети производится обратным движением от источников, напоры которых известны, к потребителям по соотношению

$$p_k = p_i - \Delta p_{ki}, \quad (6)$$

где p_k, p_i – напоры соответственно в начальном i -м и конечном k -м узлах ветви; Δp_{ki} – падение напора в ветви, соединяющей i -й и k -й узлы, которое рассчитывается по формуле, отражающей физические свойства ветвей. Например, для гидродинамических расчетов используется формула

$$\Delta p_{ki} = R_{ki} g_{ki}^2,$$

где R_{ki} – сопротивление ветви, соединяющей i -й и k -й узлы; g_{ki} – поток ресурса в ветви, соединяющей i -й и k -й узлы.

В общем случае напоры связаны с температурами и расчет производится с использованием нелинейных функциональных зависимостей резистивного характера вида (3).

4. Расчет сети с хордами

При расчете сети с хордами в частном случае задаются начальные значения расхода энергоресурса на хордах $g_{Ch,j}$. Расчет в этом случае производится при минимизации невязки по напору в

В общем случае расчет ведется с использованием нелинейной функциональной зависимости резистивного характера вида (3).

5. Расчет сети с потребителями

Расчет сети с потребителями происходит при минимизации невязки расходов энергоресурсов на нагрузках. Невязка определяется по выражению

$$E_H^2 = \sum_{j=1}^{NLoad} (g_{H,j} - g_{L,j})^2,$$

где $g_{L,j}, g_{H,j}$ – соответственно начальные и расчетные расходы ресурса на j -м потребителе; $NLoad$ – число потребителей.

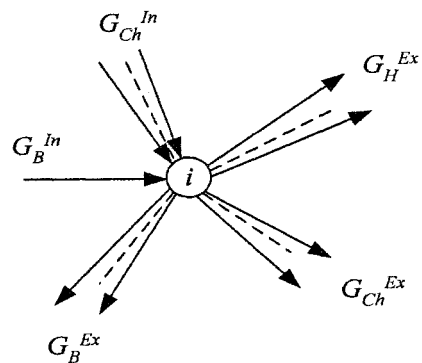


Рис. 3. Узел сети

Расходы ресурса на потребителях для гидродинамических сетей определяются по формуле

$$G_H = \text{sign}(P_H) \sqrt{Y_H P_H}, \quad (7)$$

где Y_H – проводимость нагрузок; P_H – напоры на нагрузках; $\text{sign}(P_H)$ – знаковая функция, принимающая значения 1, если $P_H > 0$ и -1 , если $P_H < 0$.

В общем случае нелинейная зависимость (7) определяется физическими свойствами соответствующих потребителей.

Минимизация невязок осуществляется методом Ньютона.

В общем случае расчет ведется с использованием нелинейной функциональной зависимости кондуктивного характера вида (4).

6. Расчет сети с аккумуляторами

Расчет сети с аккумуляторами рассмотрим на простом примере аккумулирующего узла. Расчет в этом случае происходит при минимизации невязки по напору в аккумулирующем узле, в который входит и выходит по одной ветви (рис. 4).

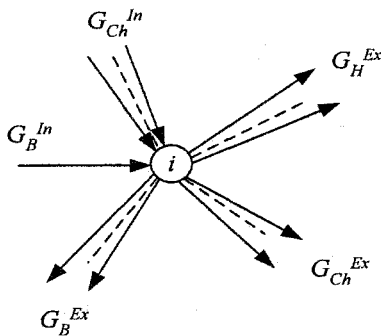


Рис. 4. Аккумулирующий узел сети

Материальный баланс аккумулятора

$$M_{A,k} = (M_{A,k-1} + \Delta t(G_{1,k-1} - G_{2,k-1}))^+,$$

где M_A – масса, кг; Δt – шаг по времени; k – текущий шаг решения.

Связь материального баланса с параметрами режимов аккумулятора определяется его физическими свойствами. Так, в случае, если рассматриваемый ресурс представляет собой газ, то в соответствии с уравнением Клапейрона

$$P_A V_A = M_A R_A T_A, \quad (8)$$

где P_A – напор, Па; V_A – объем, м³; T_A – абсолютная температура, К; R_A – универсальная газовая постоянная.

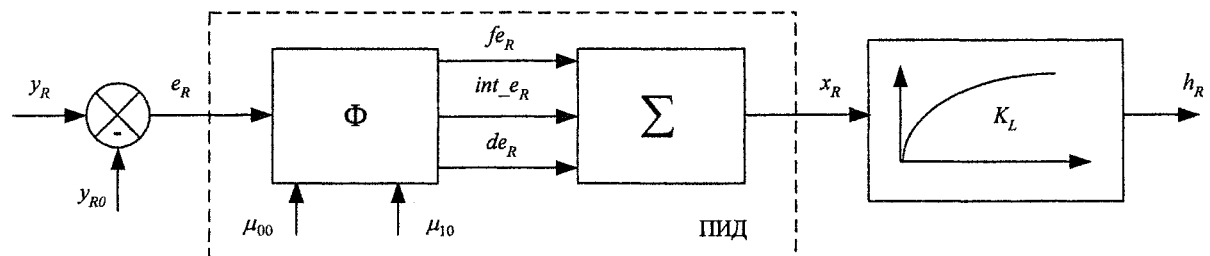


Рис. 5. Блочная схема регулирования

Из (8) следует функциональное уравнение связи

$$P_{A,k} = A_A M_{A,k},$$

где $A_A = R_A T_A / V_A$ – внутреннее сопротивление, или в общем случае используются экспериментальные характеристики на основе разложения в ряд

$$P_{A,k} = \sum_{i=1}^n A_{Ai} M_{A,k}^i.$$

В общем случае расчет аккумулирующей подсистемы основывается на решении дифференциальных уравнений вида (2), (3), описывающих динамику потоков. При этом могут быть использованы самые разнообразные методы решения дифференциальных уравнений сетей как с сосредоточенными, так и распределенными параметрами. Так, для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных базовым является метод сеток [1].

При моделировании сетей возникает необходимость регулирования пропускных способностей дуг сети с целью изменения расходов и напоров энергоресурса. Для этого вводится модель регулятора.

Регулятор можно представить в виде следующей структуры (рис. 5). На вход подаются измеряемая величина y_R и уставка данной величины y_{R0} . По указанным входным данным вычисляется невязка e_R , поступающая на вход экспоненциального фильтра, который необходим для сглаживания потоков энергоресурсов в сетях с импульсной нагрузкой. Выходными величинами фильтра являются пропорциональная (fe_R), интегральная (int_e_R) и дифференциальная (de_R) составляющие невязки. Выход ПИД-регулятора x_R , умноженный на коэффициент изменения сопротивления K_L представляет значение регулируемой величины h_R . В общем случае K_L является нелинейной функцией, определяемой эмпирически.

В качестве измеряемых величин используют напор в узле, либо расход энергоресурса в дуге. Регулируемой величиной является сопротивление дуги, изменяя которое необходимо свести невязку на входе экспоненциального фильтра к минимальному значению. Невязка между измеряемой величиной и ее уставкой

$$e_{R,k} = y_{R,k} - y_{R0}.$$

Регулируемое значение сопротивления определяется по формуле

$$x_{R,k} = K_{R0} fe_{R,k} + K_{R1} int_e_{R,k} + K_{R2} de_{R,k}$$

где k – текущий шаг решения; K_{R0} , K_{R1} , K_{R2} – значения пропорционального, интегрального, дифференциального коэффициентов регулятора.

Соотношения для нахождения интегральной, пропорциональной, дифференциальной составляющей невязки следующие:

$$\begin{cases} \text{int}_{e_{R,k}} = \text{int}_{e_{R,k-1}} + \Delta t f e_{R,k} + 0,5 \Delta t^2 d e_{R,k}; \\ \begin{cases} f e_{R,k} = 2c_{\phi} \mu_{0,k} - c_{\phi}^2 \mu_{1,k}; \\ d e_{R,k} = -c_{\phi}^3 \mu_{1,k} + c_{\phi}^2 \mu_{0,k}, \end{cases} \end{cases}$$

где Δt – шаг по времени; c_{ϕ} – константа, определяемая как обратная величина от постоянной времени фильтра τ_{ϕ} ($c_{\phi} = 1/\tau_{\phi}$); μ_i – i -е моменты входного сигнала

$$\begin{cases} \mu_{0,k} = \frac{\tau_{\phi}}{\tau_{\phi} + \Delta t} (\mu_{0,k-1} + \Delta t e_{R,k}); \\ \mu_{1,k} = \frac{\tau_{\phi}}{\tau_{\phi} + \Delta t} (\mu_{1,k-1} + \Delta t e_{R,k}). \end{cases}$$

Заключение

Для моделирования энергетических потоков ресурсов в сложных производственных сетях предложена многослойная модель сети, позволяющая свести общую задачу расчета сложной сети к совокупности простых подзадач, каждая из которых имеет естественную физическую постановку. Модель включает следующие слои: деревья графа сети, описывающие ее структуру, хорды, потребители, аккумулирующие подсистемы, регуляторы, оперативное управление.

Литература

1. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В. *Моделирование и оптимизация потоко-распределения в инженерных сетях*. – М.: Стройиздат, 1990. – 368 с.
2. Меренков А.П., Хасилев В.Я. *Теория гидравлических цепей*. – М.: Наука, 1985. – 279 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИЛОВОГО МОДУЛЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОПРАВКИ СТАНА ХПТ-450П2

В.В. Остроухов

В настоящей работе рассматривается математическая модель силового модуля исполнительной системы перемещения оправки стана холодной прокатки труб ХПТ-450П2 ЧТПЗ.

Стан ХПТ-450П2 предназначен для производства бесшовных холоднокатаных труб из углеродистых и легированных сталей с постоянным или переменным сечением стенки готовой трубы.

Для получения трубы заданного сортамента заготовку обжимают валками на конической оправке (рис. 1). Толщина стенки трубы, в этом случае, зависит от диаметра оправки в очаге деформации металла. Перемещая оправку относительно очага деформации можно получить трубу с заданным законом изменения толщины стенки.

1. Выбор двигателя исполнительной системы

Электропривод исполнительной системы перемещения оправки реализован на базе трехфазного синхронного двигателя.

Выбор заказчиком двигателя переменного тока объясняется тем, что по сравнению с двигателями постоянного тока он имеет большую мощность при меньших габаритах, а также позволяет создавать быстродействующие системы управления.

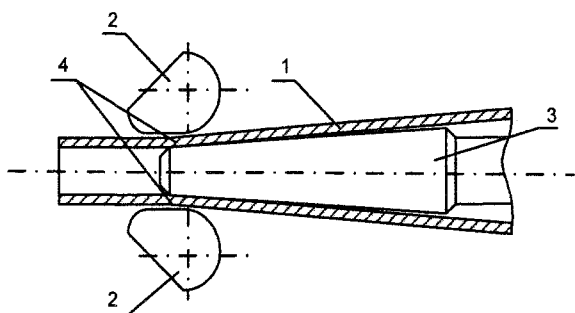


Рис. 1. Холодная прокатка трубы:

- 1 – заготовка,
- 2 – валки,
- 3 – оправка,
- 4 – очаг деформации металла

Выбор синхронного режима работы двигателя связан с тем, что в этом режиме двигатель обладает более выгодными энергетическими характеристиками и способен работать без потребления реактивной мощности.

В качестве синхронных двигателей используются асинхронные двигатели с фазным ротором типа МТН718-10, работающие в синхронном обратном варианте. В этом режиме обмотки статора соединены последовательно и запитаны от одного источника, а к ротору через контактные кольца подведено трехфазное напряжение. Таким образом, статор является индуктором, а ротор – якорем.

Использование нестандартной конструкции двигателя обосновано. Как будет показано далее для решения поставленной задачи наилучшим образом подходит векторный метод управления. Вращающий момент, развиваемый двигателем, пропорционален величине взаимной индуктивности между обмотками статора и ротора. В серийных синхронных машинах, чтобы ослабить влияние якоря на возбудитель, выбирают сравнительно большие величины воздушного зазора, что уменьшает величину взаимной индуктивности. При векторном методе управления влияние якоря на возбудитель можно компенсировать, поэтому, чтобы использование активных материалов в электрической машине было более эффективным, синхронный двигатель для векторного управления должен иметь наименьшую величину воздушного зазора [3].

В асинхронном двигателе величина воздушного зазора между статором и ротором делается минимальной для уменьшения магнитных потерь при передаче энергии от статора к ротору, поэтому конструкция асинхронного двигателя наилучшим образом подходит для векторного управления.

Есть и другие особенности конструкции двигателей, которые нужно учитывать при выборе двигателя для векторного управления. Серийно выпускаемые синхронные двигатели имеют дополнительную демпферную обмотку для уменьшения колебаний ротора [2]. Наличие этой демпферной обмотки затрудняет реализацию векторного управления. Асинхронный двигатель демпферных обмоток не имеет, и это еще один аргумент в пользу выбора конструкции асинхронного двигателя.

Обращенная конструкция двигателя, когда ротор является якорем, а статор – возбудителем, тоже имеет свои преимущества: она механически более прочная и обеспечивает большую скорость нарастания тока [6].

2. Выбор метода регулирования

В качестве метода регулирования угловой скорости синхронного двигателя был выбран векторный метод управления. Традиционный частотный метод регулирования в данном случае оказался неприменим из-за того, что при большом моменте сопротивления двигатель выходит из синхронного режима. Кроме того, частотный метод регулирования скоростью синхронного двигателя не позволяет реализовать режим работы двигателя «на упор», т.е. не способен обеспечить большой электромагнитный момент при запуске.

В тех случаях, когда необходимо обеспечить наилучшую динамику системы согласно источни-

кам [3, 5], используют векторный метод управления. Такое управление позволяет динамические характеристики синхронного двигателя сделать подобными динамическим характеристикам двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Прямое управление электромагнитным моментом обеспечивает требуемый вращающий момент даже во время пуска двигателя [4]. В системах электропривода с векторным управлением легко реализовать оптимальные энергетические режимы работы двигателя, например, без потребления из питающей сети реактивной мощности [6].

3. Векторная модель синхронного двигателя

Векторное управление синхронным двигателем основано на векторной модели двигателя. Векторная модель позволяет получить передаточную функцию двигателя, в которой входными переменными являются величины, непосредственно входящие в уравнение электромагнитного момента. При таком математическом представлении синхронный двигатель аналогичен двигателю постоянного тока и к нему применимы традиционные методы синтеза управляющей системы. В векторной модели учитываются электромагнитные процессы двигателя, что позволяет проектировать быстродействующие системы управления.

При выводе векторной модели были сделаны следующие допущения:

- обмотки статора симметричны по электрическим, магнитным и геометрическим характеристикам. Это значит, что обмотки статора пространственно сдвинуты на 120° , а их активные сопротивления и индуктивности равны между собой;
- насыщение и потери в магнитной цепи двигателя отсутствуют. Это допущение справедливо, поскольку ротор вращается синхронно с круговым магнитным полем двигателя, следовательно, нет перемагничивания ротора и нет магнитных потерь. Система управления проектируется так, чтобы не допустить превышение магнитного потока над номинальным магнитным потоком двигателя, поэтому насыщение магнитной цепи отсутствует;
- параметры обмоток ротора приведены к статору.

Для уменьшения количества уравнений и числа членов в них модель трехфазного двигателя приведена к эквивалентной модели двухфазной синхронной машины.

Математическая модель синхронного двигателя в естественных координатах α, β неудобна для синтеза системы управления, поскольку содержит переменные коэффициенты, зависящие от угла поворота ротора. Приведение обмоток статора и ротора к общей системе координат позволяет получить уравнения с постоянными коэффициентами, поскольку подобные фиктивные обмотки оказываются взаимно неподвижными.

В силу электрической асимметрии ротора синхронной машины уравнения с постоянными коэффициентами могут быть получены лишь в системе d, q -координат, жестко связанной с ротором.

Таким образом, математическая модель двухфазного синхронного двигателя в d, q -координатах имеет следующий вид

$$\begin{cases} L_{s2} \frac{di_d}{dt} + L_{m2} \frac{di_f}{dt} + i_d R_{s2} - L_{s2} i_q \omega_2 = u_d; \\ L_{s2} \frac{di_q}{dt} + i_q R_{s2} + L_{s2} i_d \omega_2 + L_{m2} i_f \omega_2 = u_q; \\ L_{m2} \frac{di_d}{dt} + L_{r2} \frac{di_f}{dt} + R_{r2} i_f = u_f; \\ \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J} (M_\Delta - M_C); \\ M_\Delta = L_{m2} i_f i_q. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь R_{s2}, R_{r2} – сопротивления статорной и роторной обмоток; L_{s2}, L_{r2} – собственные индуктивности статорной и роторной обмоток; L_{m2} – взаимная индуктивность обмоток статора и ротора; $u_d, u_q, i_d, i_q, \Psi_d, \Psi_q$ – статорные напряжения, токи и потокосцепления в синхронной системе d, q -координат. Индекс 2 во всех величинах означает, что это параметры двухфазного двигателя.

Структурная схема, соответствующая полученной математической модели, показана на рис. 2. Здесь угловая скорость ω_2 , токи i_d, i_q, i_f являются выходными сигналами, а напряжения u_d, u_q и u_f – управляющими сигналами.

На схеме введены следующие обозначения электрических постоянных двигателя:

$$T_{s2} = \frac{L_{s2}}{R_{s2}}, \text{ и } T_{r2} = \frac{L_{r2}}{R_{r2}};$$

$$T'_{s2} = \frac{L_{m2}}{R_{s2}}, \text{ и } T'_{r2} = \frac{L_{m2}}{R_{r2}}.$$

4. Приведение параметров трехфазного и двухфазного двигателей

Для реализации полученной математической модели двигателя в системе управления необходимо привести параметры реального трехфазного двигателя (сопротивления, индуктивности) к параметрам эквивалентного двухфазного двигателя. Это можно сделать по следующим формулам. Сопротивление и собственная индуктивность статорной обмотки:

$$R_{s2} = R_{s3};$$

$$L_{s2} = L_{s3} + \frac{L_{m3}}{3};$$

взаимная индуктивность статорной и роторной обмоток:

$$L_{m2} = \frac{3}{2} L_{m3};$$

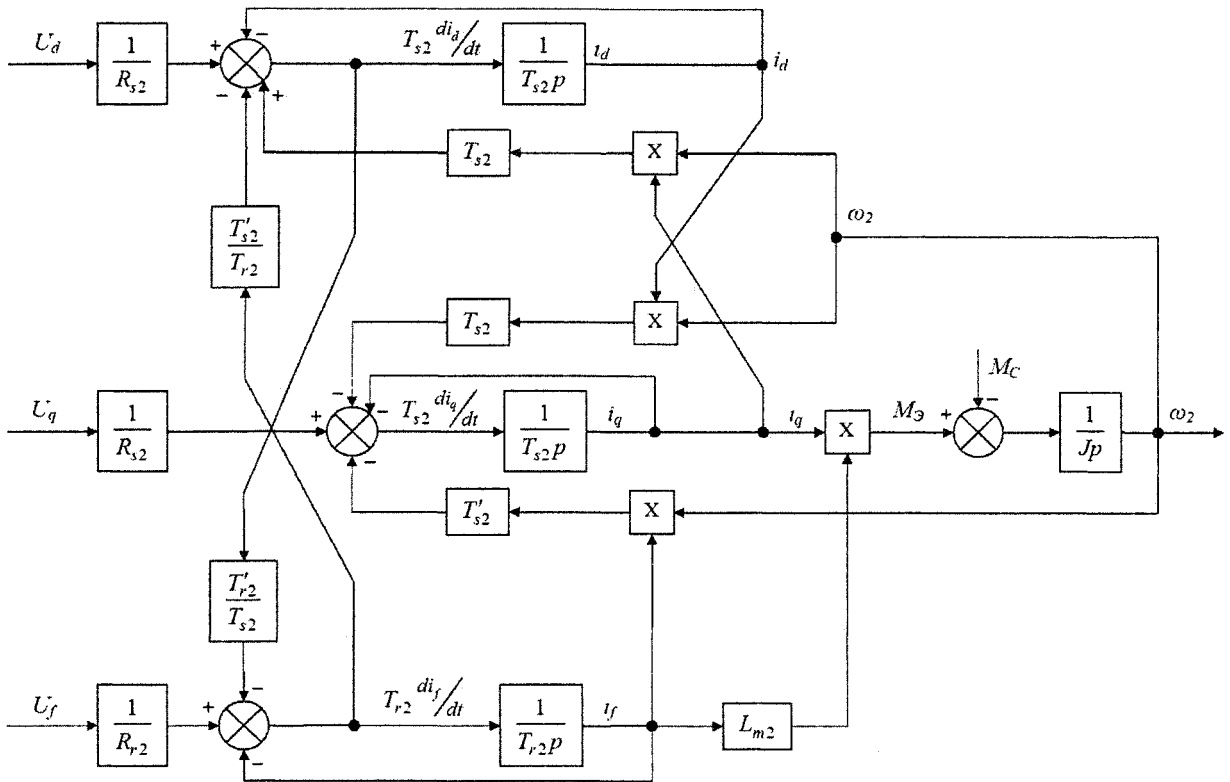


Рис. 2. Структурная схема двухфазного синхронного двигателя

сопротивление и собственная индуктивность обмотки:

$$R_{r2} = R_{r3};$$

$$L_{r2} = L_{r3}.$$

Кроме того, необходимо привести трехфазные токи, напряжения и потокосцепления двигателя к эквивалентным значениям в двухфазной системе d, q -координат. Такое преобразование называется прямым и выполняется с помощью матрицы преобразований

$$\|A_s\| = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}.$$

Здесь угол θ – это угол поворота синхронной системы d, q -координат относительно системы координат a, b, c . Угол отсчитывается от оси a (рис. 3).

Так, например, формулы преобразования токов статора к составляющим по осям d и q , можно получить на основе выражения

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \|A_s\| \times \begin{vmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где i_0 – ток нулевой последовательности. В данном случае обмотки ротора соединены по схеме «звез-

да» с изолированной нейтральной точкой, и ток i_0 равен нулю.

Обратное преобразование от двухфазной системы координат к трехфазной осуществляется с помощью обратной матрицы преобразований

$$\|A_s^{-1}\| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{vmatrix}.$$

Тогда формулы преобразования напряжений статора из системы d, q -координат к системе трехфазных напряжения, получаются на основе выражения

$$\begin{vmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{vmatrix} = \|A_s^{-1}\| \times \begin{vmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{vmatrix}.$$

Напряжение u_0 – напряжение нейтральной точки (при симметричной электрической нагрузке равно нулю).

5. Режимы работы синхронного двигателя

Из анализа математической модели двигателя (1) следует, что желаемое значение угловой скорости вращения можно получить при различных значениях тока якоря и тока возбуждения. Это соответствует разным режимам работы двигателя. Рассмотрим достоинства и недостатки возможных режимов работы двигателя.

Согласно источнику [6] для оптимального использования габаритной мощности синхронного двигателя (и установленной мощности НПЧ) необходимо выполнять следующие условия:

- синхронный двигатель должен работать с номинальным потокосцеплением статора во всем диапазоне изменения нагрузок и регулирования скорости

$$\Psi_c = \Psi_{c_ном};$$

- синхронный двигатель должен работать с коэффициентом мощности, равным (или близким) единице. Тогда реактивная мощность синхронного двигателя равна нулю

$$Q_c = \frac{3}{2}(\Psi_d i_d + \Psi_q i_q) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) представляет собой скалярное произведение вектора полного потокосцепления статора и вектора тока статора.

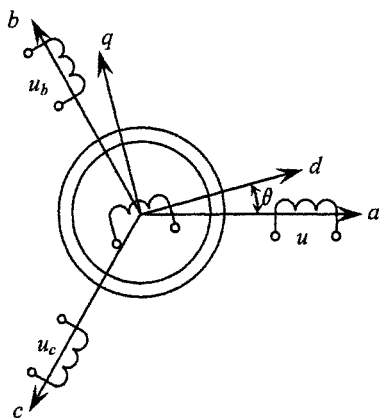


Рис. 3. Упрощенная электромагнитная схема трехфазного синхронного двигателя

Равенство нулю выражения означает, что векторы потокосцепления статора и тока статора должны быть ортогональными. Поэтому такой режим работы синхронного двигателя называется *режимом с неизменным потоком и ортогональностью векторов тока и потокосцепления статора*.

Использование этого режима дает следующие преимущества. При выполнении первого условия полностью используется магнитный контур двигателя, и магнитная цепь никогда не входит в насыщение.

При выполнении второго условия двигатель работает в выгодном энергетическом режиме без потребления реактивной мощности. Кроме того, согласно источнику [6] электромагнитный момент двигателя, пропорционален векторному произведению векторов потокосцепления и тока статора

$$M_{\Sigma} = \frac{3}{2}(\Psi_d i_q + \Psi_q i_d), \quad (4)$$

поэтому при выполнении условия ортогональности этих векторов, вращающий момент двигателя максимален.

Рассмотрим еще один возможный режим работы двигателя. Из уравнения вращающего мо-

мента (1) следует, что электромагнитный момент M_{Σ} не зависит от тока i_d , т.е. этот ток не создает полезных усилий на валу двигателя. Однако этот ток создает электрические потери в обмотках двигателя. Следовательно, если стабилизировать ток i_d на нулевом уровне, можно уменьшить активные потери в двигателе.

Преимуществом этого режима работы двигателя является то, что этот режим просто реализовать. Недостатком является то, что коэффициент мощности двигателя при этом будет меньше единицы.

Согласно техническому заданию в системе управления необходимо реализовать режим с неизменным потоком и ортогональностью векторов тока и потокосцепления статора, поэтому далее будем рассматривать только его.

6. Режим работы синхронного двигателя с неизменным потоком и ортогональностью векторов тока и потокосцепления статора

Определим соотношение между составляющими тока статора и значение тока возбуждения, при которых достигается режим с неизменным потоком и ортогональностью векторов тока и потокосцепления статора.

Считаем номинальное значение полного потокосцепления статора известным. Зададимся требуемой величиной электромагнитного момента двигателя и определим значения продольной i_d и поперечной i_q составляющих тока статора и тока возбуждения i_f исходя из условия постоянства потокосцепления и ортогональности векторов потокосцепления и тока статора. Эти условия можно записать в виде нелинейной системы уравнений относительно трех неизвестных i_d , i_q и i_f

$$\begin{cases} (\vec{\Psi}_s, \vec{i}_s) = 0; \\ |\vec{\Psi}_s| = \text{const} = \Psi_s; \\ M_{\Sigma}(i_d, i_q, i_f) = M_{\text{заданный}}. \end{cases} \quad (5)$$

Решение системы нелинейных уравнений (5) можно найти графоаналитическим способом, но полученные выражения будут нелинейными относительно задающей величины электромагнитного момента, а значит в случае их реализации в системе управления, она (система) будет нелинейной.

Для того чтобы реализовать режим работы двигателя с нулевой реактивной мощностью, но без нелинейных преобразований в прямой цепи контура скорости, упростим требования заданного режима работы двигателя и откажемся от условия постоянства потокосцепления статора. Это позволит оставить величину тока возбуждения на постоянном уровне, а управление вращающим моментом двигателя осуществлять непосредственно с помощью поперечной составляющей тока статора

$$M_{\Sigma}(i_q) = L_{m2} i_f i_q,$$

где $i_f = \text{const}$.

Недостатком такого режима работы двигателя является то, что неконтролируемая величина полного потокоцепления ротора может превысить номинальное значение, и магнитная цепь двигателя войдет в насыщение. Тогда математическая модель двигателя, полученная в предположении линейности процессов намагничивания, станет неверной, и управление, построенное на этой математической модели, будет неадекватным.

Проблему, связанную с недостатком этого режима работы двигателя, можно решить путем компьютерного моделирования работы электропривода и контроля величины модуля потокоцепления. В случае если величина потокоцепления статора превысит допустимое значение в каком-либо из рабочих режимов исполнительного механизма, необходимо изменить параметры или структуру системы управления.

7. Режим работы синхронного двигателя с произвольным потоком и ортогональностью векторов тока и потокоцепления статора

Входной величиной, определяющей электромагнитный момент двигателя, выберем поперечную составляющую тока i_q . Значение тока возбуждения ротора считаем постоянным $i_f = \text{const}$. Определим значение продольной составляющей тока i_d из условия ортогональности векторов тока статора \vec{i}_c и потокоцепления статора $\vec{\Psi}_c$

$$(\vec{\Psi}_c, \vec{i}_c) = \Psi_d i_d + \Psi_q i_q = 0.$$

В результате преобразований получим следующее выражение для тока продольной составляющей тока i_d

$$i_d = \frac{-L_{m2} i_f - \sqrt{(L_{m2} i_f)^2 - 4(L_{s2} i_q)^2}}{2L_{s2}}. \quad (6)$$

8. Введение компенсирующих связей

Для регулирования угловой скорости вращения двигателя и обеспечения требуемого режима работы двигателя необходимо контролировать продольную и поперечную составляющие тока статора и ток возбуждения. В этом случае в системе регулирования угловой скорости можно выделить три подсистемы: подсистему регулирования продольной составляющей тока статора i_d , подсистему регулирования поперечной составляющей тока статора i_q и подсистему регулирования тока возбуждения.

Подсистемы регулирования управляются напряжениями u_q , u_d и u_f . Изменение управляющего напряжения должно оказывать влияние только на соответствующую подсистему и не должно влиять на другие. Но как следует из математической модели двигателя (1), изменение, например, управляющего напряжения u_q приводит не только к изменению тока i_q , но и токов i_d и i_f .

Для того чтобы устранить влияние подсистем регулирования друг на друга вводят компенсирующие связи. Математически это реализуется введением новых управляющих переменных

$$\begin{cases} u_d^* = u'_d + \Delta u_d; \\ \Delta u_d = L_{m2} \frac{di_f}{dt} - L_{s2} i_q \omega_2; \\ u_q^* = u'_q + \Delta u_q; \\ \Delta u_q = L_{s2} i_d \omega_2 + L_{m2} i_f \omega_2; \\ u_f^* = u'_f + \Delta u_f; \\ \Delta u_f = L_{m2} \frac{di_d}{dt}. \end{cases} \quad (7)$$

Сигнал новой управляющей переменной u_x^* складывается из сигнала управления u'_x и компенсирующего сигнала Δu_x , где $x = d, q, f$. Тогда подсистемы регулирования становятся независимыми друг от друга по управляющим сигналам u'_x .

Математическая модель (1) с учетом (7) примет вид

$$\begin{cases} L_{s2} \frac{di_d}{dt} + i_d R_{s2} = u'_d; \\ L_{s2} \frac{di_q}{dt} + i_q R_{s2} = u'_q; \\ L_{r2} \frac{di_f}{dt} + R_{r2} i_f = u'_f; \\ \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J} (M_\Delta - M_C); \\ M_\Delta = L_{m2} i_f i_q. \end{cases} \quad (8)$$

Для того чтобы реализовать полученную математическую модель (8) необходимо сформировать компенсирующие сигналы в соответствии с выражениями (7), а для этого нужно знать входящие в них величины.

Управляющие напряжения формируются самой системой управления, поэтому они известны. Ток возбуждения можно измерить с помощью датчика тока. Величины составляющих тока статора в системе d, q -координат можно получить, если измерить реальные трехфазные токи статора и преобразовать их в двухфазные в соответствии с выражениями (2). Угловую скорость вращения ротора двигателя можно непосредственно измерить с помощью датчика скорости.

Производные продольной составляющей тока статора и тока возбуждения можно найти из системы линейных алгебраических уравнений, полученной из математической модели.

$$\begin{cases} L_{s2} \frac{di_d}{dt} + L_{m2} \frac{di_f}{dt} + i_d R_{s2} - L_{s2} i_q \omega_2 = u_d; \\ L_{m2} \frac{di_d}{dt} + L_{r2} \frac{di_f}{dt} + R_{r2} i_f = u_f, \end{cases}$$

где неизвестными величинами являются производные $\frac{di_d}{dt}$ и $\frac{di_f}{dt}$.

9. Структурная схема синхронного двигателя со скомпенсированными перекрестными связями

Построение структурной схемы синхронного двигателя проведем, полагая, что угловая скорость ω_2 , токи i_d , i_q , i_f и реактивная мощность Q являются выходными сигналами, а напряжения u'_d , u'_q и u'_f — управляющими сигналами. На структурной схеме (рис. 4) добавлен блок реактивной мощности БРМ, реализующий математическую зависимость

$$Q = L_{s2}i_d^2 + L_{m2}i_f i_d + L_{s2}i_q^2.$$

10. Структурная схема системы регулирования угловой скорости

Рассмотрим структурную схему системы регулирования угловой скорости синхронного двигателя с независимыми подсистемами регулирования токов статора и ротора, обеспечивающую режим работы двигателя с ортогональностью векторов тока и потокоцепления статора.

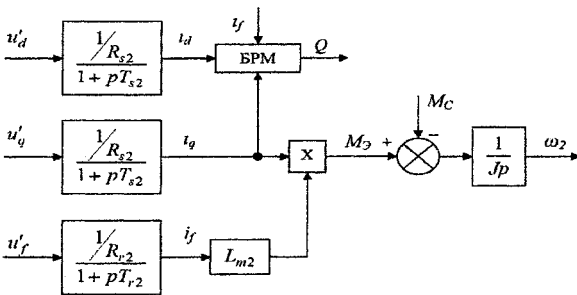


Рис. 4. Структурная схема синхронного двигателя со скомпенсированными перекрестными связями

Система регулирования угловой скорости содержит три подсистемы регулирования токов (на рис. 5 обведены пунктиром). Все три подсистемы независимы друг от друга по управляющим сигналам u_x^* , поэтому на схеме не показаны перекрестные связи и компенсирующие связи.

Подсистемы регулирования токов i_q и i_f создают требуемый электромагнитный момент двигателя. Заданием для подсистемы регулирования тока i_q является выходной сигнал регулятора скорости РС. Подсистема регулирования тока i_f стабилизирует ток возбуждения на постоянном уровне, равном i_f^* .

Подсистема регулирования тока i_d обеспечивает режим работы двигателя с нулевой реактивной мощностью. Задание для этой подсистемы формируется нелинейным датчиком (НЗ) в соответствии с зависимостью (6).

Каждая подсистема регулирования имеет свой регулятор PT_x ($x = d, q, f$), обеспечивающий выполнение задания с требуемым качеством.

Если перекрестные связи между подсистемами регулирования скомпенсированы, а ток возбуждения i_f стабилизирован на постоянном уровне, тогда можно заменить множительное звено в прямой цепи контура скорости на усилительное с коэффициентом передачи

$$\Psi_0 = L_{m2}i_f^*.$$

Для того чтобы обеспечить постоянный уровень тока возбуждения, необходимо перед началом выполнения задания исполнительным механизмом подать управляющий сигнал на подсистему регулирования тока возбуждения i_f^* , а затем, после окончания переходного процесса в этой подсистеме, включать компенсирующие связи и начинать обработку задания.

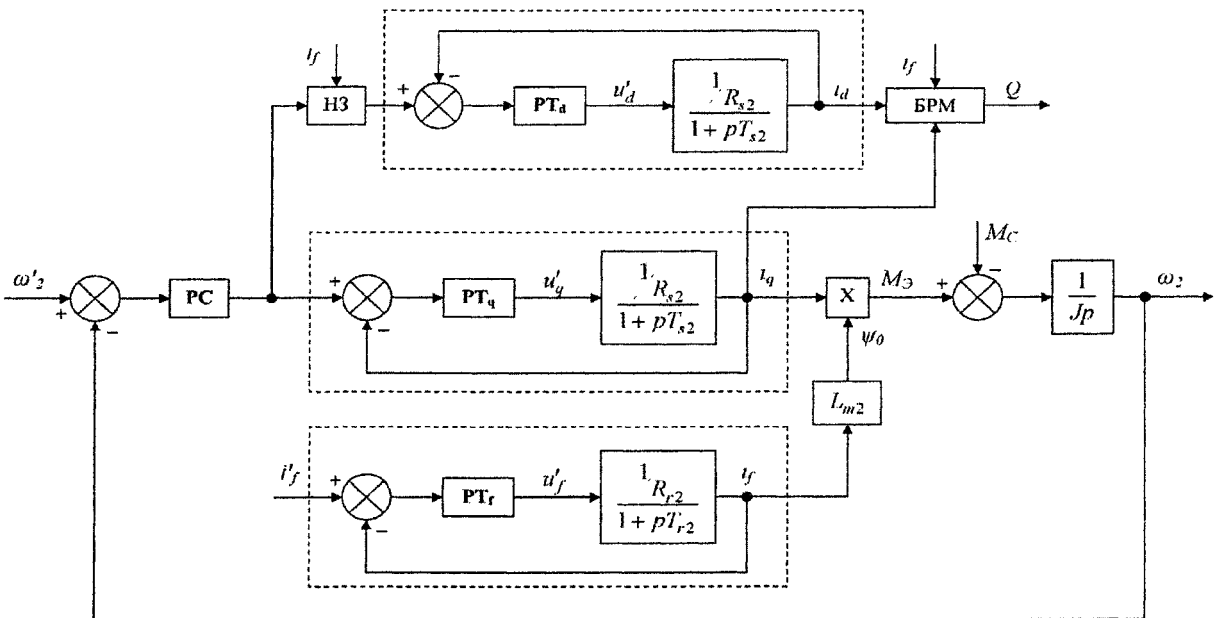


Рис. 5. Структурная схема регулятора скорости

Таким образом, система регулирования угловой скорости вращения становится линейной, и она может быть синтезирована традиционными методами.

Заключение

В работе рассмотрен вопрос реализации исполнительного механизма перемещения оправки стана холодной прокатки труб ХПТ-450П2 на базе трехфазного синхронного двигателя с векторным методом управления.

Для реализации векторного управления разработана математическая модель синхронного двигателя. Все допущения и упрощения, сделанные при выводе математической модели, обоснованы с учетом особенностей конструкции двигателя и выбранного режима работы.

Полученная математическая модель синхронного двигателя не содержит нелинейных преобразований в контуре скорости и позволяет синтезировать систему управления традиционными методами. Линейность и независимость процессов управления обеспечиваются введенными в систему компенсирующими связями.

Найдены математические зависимости между координатами двигателя, обеспечивающие режим работы двигателя без потребления реактивной

мощности. Даны рекомендации по реализации этого режима работы без насыщения магнитной цепи двигателя.

Литература

1. Королев А.А. *Механическое оборудование прокатных цехов*. – М.: Государственное научное издательство литературы по черной и цветной металлургии, 1959.
2. Брускин Д.Э., Захорович А.Е. и др. *Электрические машины: в 2-х ч.* – М.: Высшая школа, 1987. – 335 с.
3. Усынин Ю.С. *Системы управления электроприводов*. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2001. – 358 с.
4. *Преобразователи частоты фирмы Toshiba – рекламный проспект, 25 июня 2002 г.*
5. Вейнгер А.М. *Регулируемый синхронный электропривод*. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 224 с.
6. Слежановский О.В., Дацковский Л.Х. и др. *Системы подчиненного регулирования электроприводов с вентильными преобразователями*. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
7. *Справочник по автоматизированному электроприводу / Под. ред. В.А. Елисеева и А.В. Шинявского*. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЧЕЛОВЕКА-ОПЕРАТОРА

О.О. Павловская

Человек – элемент автоматизированных систем различного назначения. Очевидно, что его характеристики оказывают существенное влияние на устойчивость и качество функционирования автоматизированной системы. Оценить влияние человека-оператора (ЧО) на устойчивость и качество функционирования системы можно посредством моделирования последней на ПК. Поэтому актуальной является задача получения математической модели ЧО.

Математическая модель ЧО должна учитывать психофизиологические характеристики человека, а также влияние различного рода внешних факторов на деятельность оператора и ее результаты [1, с. 196].

1. Классификация математических моделей

Большое разнообразие существующих моделей ЧО объясняется многообразием свойств человека в системе управления.

По математическим признакам модели ЧО принято делить на *линейные* и *нелинейные*.

По техническим средствам реализации различают модели *непрерывные* и *дискретные*. И непрерывные, и дискретные модели могут быть как линейными, так и нелинейными. Среди непрерывных моделей почти все линейны. Дискретные модели можно подразделить на три типа: модели с дискретным восприятием входного сигнала, снабженные на входе импульсным элементом; модели с дискретными управляющими командами на выходе; модели с дискретными входной и выходной величинами.

По характеру слежения известны *модели сопровождающего слежения*, для которых управляющими сигналами служат входная величина и ошибка слежения, и *компенсирующего слежения*, управляемые только ошибкой. Модели сопровождающего слежения в свою очередь делятся на *модели с предвидением*, учитывающие будущее изменение входной величины, и *модели без предвидения*.

2. Линейная модель ЧО

Для построения математической модели деятельности ЧО в системах непрерывного типа (транспортные средства: самолет, автомобиль, корабль; системы, в которых оператор выполняет функции слежения или наведения; автоматизированные системы регулирования параметров и т.п.) применяются методы ТАУ.

В основе всех методов определения параметров *линейной* модели человека, выполняющего операцию

слежения за входным сигналом, лежит структурная схема, показанная на рисунке [3, с. 142].

Схема на рисунке, строго говоря, соответствует компенсирующему слежению, но некоторые авторы применяют ее и к сопровождающему слежению. ЧО представлен на ней передаточной функцией $W_m(s)$ и источником так называемого остатка (ремнанты $r(t)$). Остаток – та часть выходного сигнала ЧО, которая не может быть получена линейным преобразованием входного сигнала.

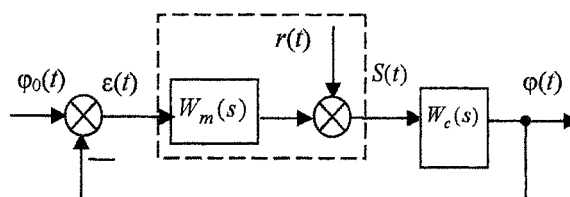


Схема слежения за входным сигналом с участием ЧО

К источникам, порождающим остаток относят следующее.

1. Оператор реагирует не только на сигнал, на который должен реагировать, но и на некоторый другой сигнал.

2. Нелинейная часть реакции на входной сигнал.

3. Собственный шум оператора, не имеющий ни линейной, ни нелинейной связи с входным сигналом.

4. Нестационарность параметров передаточной функции оператора. Передаточная функция описывает усредненный для данного опыта или для серии опытов результат. Для коротких интервалов времени, а также для отдельных опытов возможны отклонения величин параметров от средних значений. Вызванный этим разброс линейной реакции около усредненной реакции войдет в остаток.

На рисунке последовательно с ЧО включен линейный объект управления с передаточной функцией $W_c(s)$. Входная и выходная величины замкнутой системы обозначены соответственно через $\phi_0(t)$ и $\phi(t)$. Входным сигналом для человека является ошибка $\epsilon(t) = \phi_0(t) - \phi(t)$.

Выходная величина ЧО $S(t)$ складывается из входного сигнала, преобразованного оператором $W_m(s)$, и остатка $r(t)$:

$$S(t) = L^{-1} \{ W_m(s) \epsilon(s) \} + r(t). \quad (1)$$

Тогда выходная величина системы будет определяться выражением

$$\phi(t) = L^{-1} \{ W_c(s) W_m(s) \epsilon(s) + W_c(s) r(s) \}.$$

Зависимость всех переменных от входного сигнала и остатка имеет вид

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{1+W_m(s)W_c(s)}\varphi_0(s) + \frac{W_c(s)}{1+W_m(s)W_c(s)}r(s); \quad (2)$$

$$S(s) = \frac{W_m(s)}{1+W_m(s)W_c(s)}\varphi_0(s) + \frac{1}{1+W_m(s)W_c(s)}r(s); \quad (3)$$

$$\varphi(s) = \frac{W_m(s)W_c(s)}{1+W_m(s)W_c(s)}\varphi_0(s) + \frac{W_c(s)}{1+W_m(s)W_c(s)}r(s). \quad (4)$$

Передаточная функция $W_m(s)$ в общем случае имеет вид

$$W_m(s) = \frac{B_m(s)}{A_n(s)}e^{-\tau s}, \quad (5)$$

где $B_m(s)$ и $A_n(s)$ – алгебраические полиномы порядка m и n , τ – постоянное запаздывание.

Далее задача определения математической модели ЧО сводится к подбору таких величин коэффициентов полиномов и запаздывания, при которых расчетная ЧХ $W_m(i\omega)$ с удовлетворительной для целей данного конкретного исследования точностью совпадает с характеристикой, полученной из экспериментальных данных. Понятно, что при этом стремятся обойтись полиномами возможно более низкого порядка.

3. Методы определения параметров линейной модели

Методы определения параметров передаточной функции $W_m(s)$ ЧО основаны на использовании формул спектрального анализа. Исходный материал получают опытным путем в условиях, когда входной сигнал системы, т.е. закон движения цели $\varphi_0(t)$, является случайной стационарной функцией времени и процесс слежения приобрел установившийся характер.

По экспериментальным записям переменных величин вычисляют в одних методах только модуль частотной характеристики, т.е. амплитудно-частотную характеристику, в других методах – частотную характеристику полностью, т.е. и амплитудно-частотную и фазовую частотную характеристики.

3.1. Спектральный метод определения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ)

Метод основан на применении известной формулы из теории случайных функций, связывающей между собой спектральные плотности сигналов на входе и выходе линейной системы.

Если на вход стационарной линейной системы, обладающей передаточной функцией $W(s)$, поступает стационарная случайная величина $X(t)$, имеющая спектральную плотность $S_x(\omega)$, то в установившемся режиме спектральная плотность $S_y(\omega)$ выходного сигнала $Y(t)$ равна [2, с. 330]

$$S_y(\omega) = S_x(\omega)|W(i\omega)|^2, \quad (6)$$

где модуль частотной характеристики $|W(i\omega)|$ представляет собой АЧХ системы.

В ТАУ эта формула служит для анализа прохождения случайного сигнала через известную динамическую систему. В инженерно-психологических исследованиях она позволяет найти АЧХ ЧО по полученным из экспериментальных данных спектральным плотностям входного и выходного сигналов.

В обозначениях, указанных на рисунке, выражение (6) запишется в виде

$$|W_m(i\omega)| = \sqrt{S_s(\omega)/S_\varepsilon(\omega)}, \quad (7)$$

где $S_s(\omega)$ – спектральная плотность величины $S(t)$, $S_\varepsilon(\omega)$ – спектральная плотность ошибки слежения.

Следовательно, АЧХ ЧО определяется отношением спектральных плотностей сигнала $S(t)$ на выходе ЧО и сигнала $\varepsilon(t)$ на его входе. И тот, и другой сигнал согласно (3) и (2) содержат слагаемые, зависящие от внешнего сигнала $\varphi_0(t)$, и слагаемые, связанные с остатком $r(t)$. Спектральный состав этих случайных функций различен: остаток может содержать частоты, которых нет во внешнем сигнале, и, наоборот, во внешнем сигнале могут быть частоты, отсутствующие в остатке.

Полученная по выражению (7) характеристика описывает закон изменения ЧО амплитуды колебаний как той части спектра, которая содержится во внешнем сигнале $\varphi_0(t)$, так и той части спектра, которая появляется только за счет остатка. Основной интерес представляет характеристика на первом участке спектра, связанном с внешним сигналом. Однако метод без дополнительного анализа не позволяет выделить остаток из состава выходной величины $S(t)$. Вследствие этого и полученная на основе такой характеристики передаточная функция $W_m(s)$ является линейной моделью динамики преобразования ЧО и внешнего сигнала, и остатка.

3.2. Спектральный метод определения амплитудно-частотной и фазовой частотной характеристик

Метод использует взаимную спектральную плотность сигналов и на выходе и на входе ЧО.

Известно, что если на вход линейной стационарной системы подается стационарный случайный сигнал, то в установившемся режиме взаимная спектральная плотность выходного и входного равна произведению спектральной плотности входного сигнала на частотную характеристику системы:

$$S_{yx}(\omega) = S_x(\omega)W(i\omega), \quad (8)$$

где $S_{yx}(\omega)$ – взаимная спектральная плотность выходного и входного сигналов, являющаяся комплексной величиной, $S_x(\omega)$ – спектральная плотность входного сигнала, $W(i\omega)$ – ЧХ системы.

Применив (8) к (1), не выделяя остаток $r(t)$ из состава выходного сигнала, получаем рабочую формулу этого метода

$$W_m(i\omega) = s_{se}(\omega)/s_\varepsilon(\omega), \quad (9)$$

где $s_{se}(\omega)$ – взаимная спектральная плотность сигнала $S(t)$ и ошибки $\varepsilon(t)$.

Найденная таким путем ЧХ отражает характер линейного преобразования ЧО как частотных составляющих, имеющих во входном сигнале $\varphi_0(t)$, так и порожденных остатком $r(t)$. В этом отношении метод подобен предыдущему.

3.3. Спектральный метод Р. Бутона

Метод основан на использовании двух взаимных спектральных плотностей: $S(t)$ и $\varphi_0(t)$, $\varepsilon(t)$. Полагая, что остаток $r(t)$ не коррелирован с входной случайной функцией $\varphi_0(t)$, можно с помощью (8) на основании выражений (2) и (3) записать следующие выражения для взаимных спектральных плотностей:

$$s_{s\varphi_0}(\omega) = \frac{W_m(i\omega)}{1 + W_m(i\omega)W_c(i\omega)} s_{\varphi_0}(\omega); \quad (10)$$

$$s_{\varepsilon\varphi_0}(\omega) = \frac{1}{1 + W_m(i\omega)W_c(i\omega)} s_{\varphi_0}(\omega). \quad (11)$$

Разделив (10) на (11), получаем выражение для частотной характеристики:

$$W_m(i\omega) = s_{s\varphi_0}(\omega)/s_{\varepsilon\varphi_0}(\omega).$$

Преимущество данного метода по сравнению с двумя предыдущими в том, что ЧХ определяется из анализа прохождения колебаний только тех частот, которые содержатся в полосе спектра внешнего сигнала. Это справедливо в той мере, в которой выдерживается допущение об отсутствии корреляции между остатком и внешним сигналом.

Вычисления ЧХ начинаются с отыскания взаимных корреляционных функций $k_{s\varphi_0}(\tau)$ и $k_{\varepsilon\varphi_0}(\tau)$. Для этого при производстве опытов должны регистрироваться все три кривые: $\varphi_0(t)$, $\varepsilon(t)$, $S(t)$.

Заключение

1. Линейная математическая модель ЧО в общем случае имеет вид

$$W_m(s) = \frac{B_m(s)}{A_n(s)} e^{-\tau s},$$

где $B_m(s)$ и $A_n(s)$ – алгебраические полиномы порядка m и n , τ – постоянное запаздывание.

2. Задача определения параметров математической модели ЧО сводится к подбору таких величин коэффициентов полиномов $B_m(s)$, $A_n(s)$ и запаздывания, при которых расчетная ЧХ $W_m(i\omega)$ с удовлетворительной для целей данного конкрет-

ного исследования точностью совпадает с характеристикой, полученной из экспериментальных данных. При этом стремятся обойтись полиномами возможно более низкого порядка.

3. Последовательность определения АЧХ ЧО следующая.

- Вычислить, пользуясь экспериментальными записями функций $S(t)$ и $\varepsilon(t)$, корреляционные функции выходной величины $K_s(\tau)$ и ошибки $K_\varepsilon(\tau)$.
- Подобрать подходящий вид и определить числовые значения параметров аналитических функций, аппроксимирующих кривые $K_s(\tau)$ и $K_\varepsilon(\tau)$.
- Вычислить интегралы Фурье, определяющие спектральные плотности $S_s(\omega)$ и $S_\varepsilon(\omega)$:

$$S_s(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_s(\tau) \cos \omega \tau d\tau;$$

$$S_\varepsilon(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_\varepsilon(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

- По формуле $W_m(i\omega) = s_{se}(\omega)/s_\varepsilon(\omega)$ построить АЧХ.

4. Последовательность определения АЧХ и ФЧХ ЧО следующая.

- По кривым $\varepsilon(t)$ и $S(t)$ вычислить взаимную корреляционную функцию $K_{se}(\tau)$ и корреляционную функцию ошибки $K_\varepsilon(\tau)$.
- Подобрать для этих корреляционных функций аналитические аппроксимирующие функции.
- Вычислить кривые спектральных плотностей по формулам

$$S_{se}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty K_{se}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau;$$

$$S_\varepsilon(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_\varepsilon(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

Пределы, в которых необходимо вычислить интегралы, определяются ходом кривой $K_{se}(\tau)$. Кривая взаимной корреляционной функции справа и слева от начала координат довольно быстро приближается к оси абсцисс.

- Составить выражение частотной характеристики $W_m(i\omega) = S_{se}(\omega)/S_\varepsilon(\omega)$.
- Преобразовать частотную характеристику к виду $W_m(i\omega) = A_m(\omega)e^{i\varphi_m(\omega)}$, где $A_m(\omega)$ – АЧХ, $\varphi_m(\omega)$ – ФЧХ.

Литература

1. Бодров В.А. Психология и надежность: Человек в системах управления техникой. – М.: Ин-т психологии РАН, 1998.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2004.
3. Цибулевский И.Е. Человек как звено следящей системы. – М.: Наука, 1981.

ОПИСАНИЕ И АНАЛИЗ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ОБРАТНЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Н.В. Плотникова

Любую квазистационарную стохастическую непрерывную систему управления можно описать, используя элементарные звенья второго и первого порядков. Однако коэффициенты и постоянные времени, используемые в каноническом описании, являются комбинациями физических параметров, что затрудняет учет их случайности, поэтому имеет смысл использовать неканоническую форму записи [3].

Как показывают практические исследования [1], в большинстве систем случайными являются один или два физических параметра.

Наряду с традиционными частотными характеристиками для анализа поведения систем широко используются обратные частотные характеристики [4]. При этом квазистационарная стохастическая система описывается семейством частотных характеристик, включающим центральную характеристику – математическое ожидание, две среднеотклоненных и две предельноотклоненных характеристики.

1. Описание квазистационарной стохастической системы с двумя случайными параметрами

Для большинства квазистационарных стохастических систем достаточно ограничиться рассмотрением двух случайных параметров. Такой подход обеспечивает получение несложных аналитических формул.

Рассмотрим квазистационарную стохастическую систему с двумя случайными параметрами. Использование обратных частотных характеристик позволяет достаточно просто учесть случайность параметров, получить описание системы в виде семейства характеристик [3] и оценить показатели качества.

Обратную частотную характеристику $W^{-1}(j\omega)$ можно представить в виде:

$$W^{-1}(j\omega) = q_1 A(j\omega) + q_2 B(j\omega) + q_1 q_2 C(j\omega) + D(j\omega), \quad (1)$$

где q_1, q_2 – случайные параметры; $A(j\omega), B(j\omega), C(j\omega), D(j\omega)$ – не содержат случайных параметров. Структуру системы с учетом (1) можно представить в виде схемы (рис. 1).

Выделим в частотной характеристике вещественную и мнимую части:

$$W^{-1}(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega). \quad (2)$$

Обозначим вещественные и мнимые части $A(j\omega), B(j\omega), C(j\omega)$ и $D(j\omega)$ в (1) соответственно через $A_R(\omega), \dots, D_R(\omega)$ и $A_I(\omega), \dots, D_I(\omega)$. Тогда вы-

ражения для вещественной и мнимой частей примут вид:

$$X(\omega) = q_1 A_R(\omega) + q_2 B_R(\omega) + q_1 q_2 C_R(\omega) + D_R(\omega); \quad (3)$$

$$Y(\omega) = q_1 A_I(\omega) + q_2 B_I(\omega) + q_1 q_2 C_I(\omega) + D_I(\omega),$$

где $A_R(\omega), \dots, D_R(\omega)$ в общем случае описываются формулами вида:

$$\begin{cases} F_R(\omega) = \sum_{j=0}^{[n/2]} (-1)^j f_{n-2j} \omega^{2j}; \\ F_I(\omega) = \sum_{j=0}^{[n/2]} (-1)^j f_{(n-1)-2j} \omega^{2j+1}, \end{cases} \quad (4)$$

где $f_i = a_i, (i = 1, \dots, n)$ – коэффициенты при соответствующих степенях частоты.

2. Расчет статистических характеристик

Определим статистические характеристики вещественной $X(\omega)$ и мнимой $Y(\omega)$ частей (3), т.е. их математические ожидания, дисперсии, средние квадратические отклонения [3, 4].

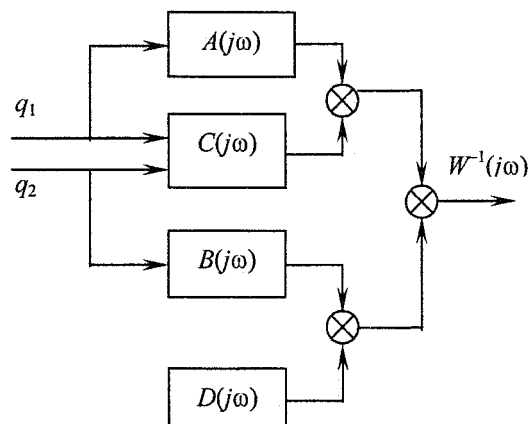


Рис. 1. Описание системы с двумя случайными параметрами

Математическое ожидание вещественной части $X(\omega)$ при условии, что параметры некоррелированы, определяется как

$$X_M(\omega) = M\{X(\omega)\} = m_1 A_R(\omega) + m_2 B_R(\omega) + m_1 m_2 C_R(\omega) + D_R(\omega). \quad (5)$$

В противном случае необходимо учитывать их корреляционный момент.

Центрированная величина находится как разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием

$$X^0(\omega) = X(\omega) - X_M(\omega) = q_1^0 A_R + q_2^0 B_R + C_R [m_1 q_2^0 + m_2 q_1^0 + q_1^0 q_2^0]. \quad (6)$$

Дисперсия вещественной части определится как математическое ожидание квадрата модуля центрированной величины

$$D\{X(\omega)\} = M\{|X^0(\omega)|^2\}. \quad (7)$$

Рассмотрим выражение в фигурных скобках с учетом (3) и (6), и, сгруппировав слагаемые, получим:

$$\begin{aligned} |X^0(\omega)|^2 = & (q_1^0)^2(A_R + C_R m_2)^2 + \\ & + (q_2^0)^2(B_R + m_1 C_R)^2 + (q_1^0 q_2^0)^2 C_R^2 + \\ & + 2q_1^0 q_2^0 \{m_1 m_2 C_R^2 + A_R B_R + m_1 A_R C_R + \\ & + m_2 B_R C_R\} + 2(q_1^0)^2 q_2^0 \{m_2 C_R^2 + A_R C_R\} + \\ & + 2q_1^0 (q_2^0)^2 \{m_1 C_R^2 + B_R C_R\}. \end{aligned}$$

Если параметры некоррелированы, то

$$M\{q_1^0 q_2^0\} = 0;$$

$$M\{(q_i^0)^2\} = D_i - \text{дисперсия } i\text{-го параметра};$$

$$M\{(q_1^0)^2 (q_2^0)^2\} = M\{(q_1^0)^2\} M\{(q_2^0)^2\} = 0;$$

$$M\{(q_1^0 q_2^0)^2\} = M\{(q_1^0)^2\} M\{(q_2^0)^2\} = D_1 D_2.$$

Тогда выражение для дисперсии вещественной части примет вид:

$$\begin{aligned} D_R(\omega) = & D_1(A_R + m_2 C_R)^2 + \\ & + D_2(B_R + m_1 C_R)^2 + C_R^2 D_1 D_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Среднее квадратическое отклонение (СКО) вещественной части

$$\sigma_R(\omega) = \pm \sqrt{D_R(\omega)}. \quad (9)$$

Аналогичным образом могут быть получены выражения для дисперсии и СКО мнимой части:

$$\begin{aligned} D_I(\omega) = & D_1(A_I + m_2 C_I)^2 + \\ & + D_2(B_I + m_1 C_I)^2 + C_I^2 D_1 D_2, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sigma_I(\omega) = \pm \sqrt{D_I(\omega)}.$$

Дисперсия всей характеристики определится как сумма дисперсий вещественной и мнимой частей (рис. 2)

$$\begin{aligned} D(\omega) = & D_R(\omega) + D_I(\omega) = D_1\{(A_R + m_2 C_R)^2 + \\ & + (A_I + m_2 C_I)^2\} + D_2\{(B_R + m_1 C_R)^2 + \\ & + (B_I + m_1 C_I)^2\} + D_1 D_2 (C_R^2 + C_I^2). \end{aligned} \quad (11)$$

СКО всей характеристики:

$$\sigma(\omega) = \pm \sqrt{\sigma_R^2(\omega) + \sigma_I^2(\omega)}. \quad (12)$$

Оценим степени частоты в выражениях (9) и (10) для средних квадратических отклонений по вещественной и мнимой частям. Порядки полиномов A_R и A_I , B_R и B_I , C_R и C_I всегда будут различны, так как вещественные части берутся по четным степеням частоты обратной передаточной функции, а мнимые – по нечетным степеням. Это приводит к тому, что значение характеристики на соответствующей частоте будет находиться не в окрестности [4], а в эллипсе рассеивания. С ростом частоты и в зависимости от порядка полиномов A_R и A_I , B_R и B_I , C_R и C_I полуоси этих эллипсов (по вещественной и мнимой частям) будут увеличиваться в разной степени и в какой-то момент (на какой-то частоте) этот эллипс будет превращаться в окружность.

3. Алгоритм построения семейства

обратных частотных характеристик системы

Таким образом, поведение квазистационарной стохастической системы в частотной области описы-

вается семейством обратных амплитудно-фазовых частотных характеристик (ОАФЧХ), состоящим из средней характеристики (математического ожидания), двух среднеотклоненных характеристик и двух предельноотклоненных характеристик. Алгоритм построения этого семейства следующий:

1. Представить передаточную функцию разомкнутой системы в неканоническом виде для того, чтобы можно было легко учесть случайность реальных физических параметров системы.

2. Перейти к обратной передаточной функции, обратным амплитудно-фазовым характеристикам, выделив случайные параметры.

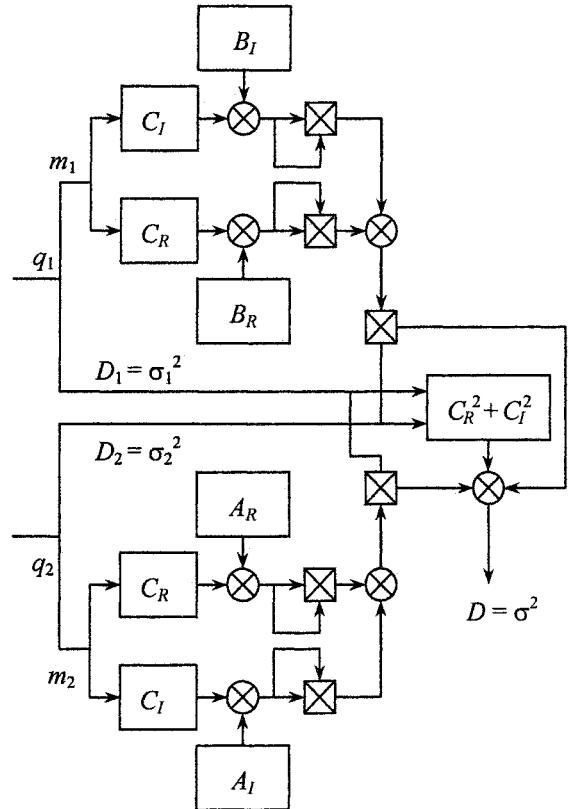


Рис. 2. Схема расчета дисперсии

Возможны два вида передаточных функций по характеру включения в них случайных параметров. Для первого случая:

$$\begin{aligned} W_1^{-1}(p) = & \\ = & \frac{q_1 A(p) + q_2 B(p) + q_1 q_2 C(p) + D(p)}{R(p)}; \end{aligned} \quad (13)$$

для второго случая:

$$\begin{aligned} W_2^{-1}(p) = & \\ = & \frac{q_1 A(p) + q_2 B(p) + q_1 q_2 C(p) + D(p)}{q_1 R(p)}. \end{aligned} \quad (14)$$

И в том и в другом случае передаточную функцию можно привести к виду

$$\begin{aligned} W^{-1}(p) = & \\ = & \tilde{q}_1 \tilde{A}(p) + \tilde{q}_2 \tilde{B}(p) + \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 \tilde{C}(p) + \tilde{D}(p), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{cases} \tilde{A}(p) = \frac{A(p)}{R(p)}; \\ \tilde{B}(p) = \frac{B(p)}{R(p)}; \\ \tilde{C}(p) = \frac{C(p)}{R(p)}; \\ \tilde{D}(p) = \frac{D(p)}{R(p)}, \end{cases} \quad (16)$$

и в первом случае $\tilde{q}_1 = q_1$, а во втором

$$\tilde{q}_1 = \frac{1}{q_1}.$$

Обратная амплитудно-фазовая частотная характеристика системы (15) будет иметь вид

$$W^{-1}(j\omega) = \tilde{q}_1 \tilde{A}(j\omega) + \tilde{q}_2 \tilde{B}(j\omega) + \tilde{q}_1 q_2 \tilde{C}(j\omega) + \tilde{D}(j\omega). \quad (17)$$

3. Определить статистические характеристики:

- найти математическое ожидание обратной амплитудно-фазовой характеристики (ОАФХ)

$$M\{W^{-1}(j\omega)\} = M\{\tilde{q}_1\} \tilde{A}(j\omega) + M\{\tilde{q}_2\} \tilde{B}(j\omega) + M\{\tilde{q}_1 \tilde{q}_2\} \tilde{C}(j\omega) + \tilde{D}(j\omega); \quad (18)$$

- представляя случайные параметры в виде суммы математических ожиданий и центрированных отклонений $q_i = q_i^0 + M\{q_i\}$, определить центрированную ОАФХ системы как разность между ОАФХ системы и ее математическим ожиданием

$$\begin{aligned} [W^{-1}(j\omega)]^0 &= W^{-1}(j\omega) - M\{W^{-1}(j\omega)\} = \\ &= q_1^0 \tilde{A}(j\omega) + q_2^0 \tilde{B}(j\omega) + \tilde{C}(j\omega)(q_1 q_2 - \\ &- M\{q_1 \cdot q_2\}); \end{aligned} \quad (19)$$

- выделив вещественную и мнимую части, определить дисперсии ОАФХ системы по вещественной и мнимой частям как математическое ожидание квадрата модуля центрированной величины

$$\begin{cases} D_R\{[W^{-1}(j\omega)]^0\} = M\left\{\left|\operatorname{Re}[W^{-1}(j\omega)]^0\right|^2\right\}, \\ D_I\{[W^{-1}(j\omega)]^0\} = M\left\{\left|\operatorname{Im}[W^{-1}(j\omega)]^0\right|^2\right\}; \end{cases} \quad (20)$$

- определить средние квадратические и предельные отклонения по вещественной и мнимой частям:

$$\begin{cases} \sigma_R\{W^{-1}(j\omega)\} = \pm\sqrt{D_R\{W^{-1}(j\omega)\}}; \\ \sigma_I\{W^{-1}(j\omega)\} = \pm\sqrt{D_I\{W^{-1}(j\omega)\}}; \\ \varepsilon_R\{W^{-1}(j\omega)\} = a\sigma_R\{W^{-1}(j\omega)\}; \\ \sigma_I\{W^{-1}(j\omega)\} = a\sigma_I\{W^{-1}(j\omega)\}, \end{cases} \quad (21)$$

где a – коэффициент для определения предельного отклонения (для нормального распределения $a = 3$).

4. Построить семейство обратных частотных характеристик системы:

- построить среднюю характеристику (математическое ожидание);
- для фиксированных частот ω_i построить эллипсы рассеивания: на частоте ω_i определить значение вещественной и мнимой частей средней характеристики:

$$M(\omega_i) = X(\omega_i) + jY(\omega_i); \quad (22)$$

$$C_X(\omega_i) = X(\omega_i);$$

$$C_Y(\omega_i) = Y(\omega_i).$$

Значения $C_X(\omega_i)$ и $C_Y(\omega_i)$ представляют собой смещение эллипса по осям относительно начала координат; полуоси эллипса определяются следующим образом: полуось, параллельная вещественной оси, определяется как СКО средней характеристики по вещественной оси $a_i = \sigma_R(\omega_i)$; полуось, параллельная мнимой оси, определяется как СКО средней характеристики по мнимой оси $b_i = \sigma_I(\omega_i)$.

Таким образом, уравнение эллипса на частоте ω_i описывается уравнением:

$$\left(\frac{X - C_X(\omega_i)}{\sigma_R(\omega_i)}\right)^2 + \left(\frac{Y - C_Y(\omega_i)}{\sigma_I(\omega_i)}\right)^2 = 1; \quad (23)$$

- пара среднеотклоненных характеристик получается как огибающие этого семейства.

- аналогичную процедуру провести для предельноотклоненных характеристик.

Представив уравнения эллипсов в виде параметрической зависимости от частоты

$$\varphi(x, y, \omega) = 0$$

можно получить уравнения огибающих:

$$\frac{\partial \varphi(x, y, \omega)}{\partial \omega} = 0. \quad (24)$$

4. Анализ устойчивости и динамических свойств по семейству обратных частотных характеристик

При оценке влияния параметров на устойчивость семейства обратных амплитудно-фазовых характеристик (ОАФХ) можно выделить три случая:

1. Системы, у которых все семейство ОАФХ является «устойчивым».

2. Системы, у которых только предельноотклоненные ОАФХ не являются «устойчивыми».

3. Системы, у которых и среднеотклоненные и предельноотклоненные характеристики не являются «устойчивыми».

По семейству ОАФХ достаточно просто провести анализ устойчивости системы. Для этого можно воспользоваться критерием Найквиста для инверсных характеристик.

Система будет устойчива [2], если разность между числами отрицательных и положительных

переходов обратной амплитудно-фазовой характеристикой разомкнутой системы отрезка действительной оси $(0; -1)$ равна $m/2$, где m – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, лежащих в правой полуплоскости.

Любая система автоматического регулирования должна быть не только устойчива, но и иметь некоторый запас устойчивости. Количественно оценить запас устойчивости можно на основании критерия Найквиста, по удалению ОАФХ разомкнутой системы от критической точки $(-1; j0)$. Запасы устойчивости системы по фазе γ и по модулю h определяются следующим образом [2]:

- запас устойчивости системы по γ :
 $\gamma = 180^\circ - \arg\{W^{-1}(\omega_c)\};$
 $\omega_c \rightarrow |W^{-1}(\omega_c)| = 1;$ (25)

- запас по h :
 $h = 20 \lg |W^{-1}(\omega_\phi)|;$
 $\omega_\phi \rightarrow \arg\{W^{-1}(\omega_\phi)\} = -180^\circ.$ (26)

Трансформируя эти требования для плоскости обратных частотных характеристик, получим следующую формулировку: для того чтобы система регулирования имела запасы устойчивости не менее γ и h , обратная амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы не должна заходить в запретную область, включающую в себя точку с координатами $(-1; j0)$ и ограниченную лучами OC_1 и OC_2 , проведенными из начала осей координат под углами $(-180^\circ + \gamma)$ и $(-180^\circ - \gamma)$, и дугами L_1 и L_2 с радиусами $1/(1-H)$ и $1/(1+H)$, где H определяется соотношением $\lg H = h/20$. Иллюстрация приведена на рис. 3.

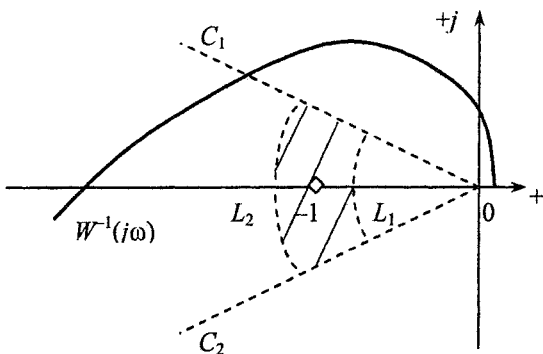


Рис. 3. Определение запасов устойчивости

С помощью ОАФХ можно проанализировать и динамические свойства стохастических квазистационарных систем.

Одной из важных характеристик системы является показатель колебательности M . Показатель колебательности – это отношение максимальной ординаты амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы к начальной ординате [2]:

$$M = \frac{A_{\max}}{A(0)}.$$

Так как в нашем распоряжении имеется ОАФХ разомкнутой системы, а M – характеристика АФЧХ

замкнутой системы, то нужно перейти к рассмотрению обратной АЧХ замкнутой системы и получить уравнения, описывающие линии равных значений показателя колебательности на плоскости обратных частотных характеристик.

Для обратной АФЧХ замкнутой системы легко получить следующее соотношение:

$$\Phi^{-1}(j\omega) = \left[\frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)} \right]^{-1} = 1+W^{-1}(j\omega), \quad (27)$$

т.е. для получения семейства ОАФХ замкнутой системы достаточно сместить семейство ОАФХ разомкнутой системы по вещественной оси на единицу.

Для определения показателя колебательности [2] на комплексную плоскость наносят семейство окружностей радиусом R с центром, смещенным влево от начала координат на величину c :

$$\begin{cases} R = \frac{M}{M^2 - 1}; \\ c = \frac{M^2}{M^2 - 1}, \end{cases} \quad (28)$$

где значение M изменяется от 1 до ∞ . Уравнение линий равных значений M можно представить в виде:

$$(x+c)^2 + y^2 = R^2.$$

Получим описание линий равных значений M на комплексной плоскости. Будем полагать, что эти линии описываются частотной характеристикой вида:

$$W_M(j\omega) = l + \frac{k}{a + j\omega T} = U(\omega) + jV(\omega), \quad (29)$$

где $l = R - c$ – смещение по вещественной оси.

Параметры a, k, T определим из следующих соотношений:

$$\omega \rightarrow \infty: U(\omega) = R - c, \quad V(\omega) = 0; \quad (30)$$

$$\omega = 0: U(\omega) = -R - c, \quad V(\omega) = 0;$$

$$\omega = \frac{1}{T}: U(\omega) = -c, \quad V(\omega) = -R.$$

Выразим $U(\omega)$ и $V(\omega)$ через параметры a, k, T :

$$\begin{cases} U(\omega) = l + \frac{ak}{a^2 + \omega^2 T^2}; \\ V(\omega) = \frac{-k\omega T}{a^2 + \omega^2 T^2}. \end{cases} \quad (31)$$

Подставим разные значения частот (30) в выражения (31) и определим параметры k и a :

$$\begin{cases} k = 2R; \\ a = -1. \end{cases} \quad (32)$$

Параметр T на форму линий не влияет и поэтому его можно положить равным единице.

Таким образом, уравнение линий равных значений M на комплексной плоскости с учетом (31) и (32) имеет вид:

$$W_M(j\omega) = R - c + \frac{2R}{-1 + j\omega}. \quad (33)$$

При переходе к плоскости обратных частотных характеристик уравнение (33) необходимо преобразовать:

$$W_M^{-1}(j\omega) = \frac{1}{R - c + 2R(-1 + j\omega)^{-1}} = \frac{-1 + j\omega}{R + c + (R - c)j\omega}. \quad (34)$$

Подставляя (28) в (34):

$$R + c = \frac{M + M^2}{M^2 - 1} = \frac{M}{M - 1};$$

$$R - c = \frac{M - M^2}{M^2 - 1} = \frac{-M}{M + 1},$$

получим

$$W_M^{-1}(j\omega) = \frac{-1 + j\omega}{\frac{M}{M - 1} + j\omega \frac{M}{M + 1}}, \quad \omega \in]-\infty; +\infty[. \quad (35)$$

Совмещая на комплексной плоскости линии равных значений показателя колебательности M и семейство ОАФХ замкнутой системы с учетом (27), определяется диапазон изменения значений M . Иллюстрация приведена на рис. 4.

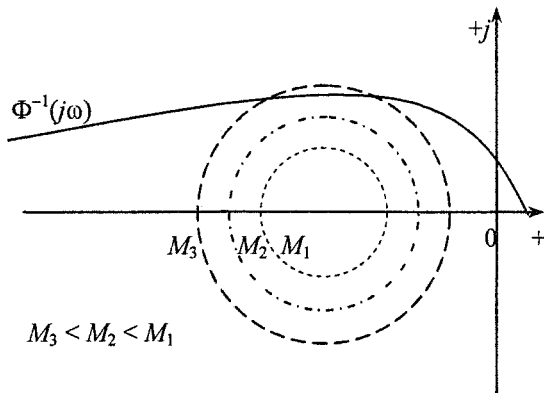


Рис. 4. Линии равных значений показателя колебательности

Заключение

1. Анализ квазистационарных стохастических систем с двумя случайными параметрами осуществляется по семейству обратных частотных характеристик с центральной характеристикой – математическим ожиданием и двумя парами среднеотклоненных и предельноотклоненных характеристик.

2. Среднеотклоненные и предельноотклоненные характеристики представляют собой огибающие (24) эллипсов рассеивания (23), центры которых (22) с увеличением частоты двигаются по средней характеристике, а полуоси (21) увеличиваются в разной степени друг относительно друга в зависимости от вида и параметров обратных частотных характеристик.

3. По построенному семейству характеристик можно оценить устойчивость системы, определить запасы устойчивости (25) и (26), а также, построив линии равных значений показателя колебательности (35), оценить его диапазон.

Литература

1. Кулешов В.С., Лакота Н.А. *Динамика систем управления манипуляторами*. – М.: Энергия, 1971. – 304 с.
2. Макаров И.М., Менский Б.М. *Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочные материалы)*, 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.
3. Черноуцкий Г.С., Червяков В.Б. *Системы автоматического управления со случайными вариациями параметров (элементы теории стационарных стохастических систем)*. – Челябинск: ЧПИ, 1974. – 108 с.
4. Черноуцкий Г.С., Сибрин А.П., Жабреев В.С. *Следящие системы автоматических манипуляторов*/ Под ред. Г.С. Черноуцкого. – М.: Наука, 1987. – 272 с.

ГЕНЕРАЦИЯ ШИРОКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ: ПРОБЛЕМЫ ВЫБОРОК С ПЕРЕКРЫТИЕМ

В.Ф. Тележкин, В.М. Ибатуллин

При формировании широкополосного случайного воздействия (ШСВ) одним из основных проблем является генерация сигнала. Основные требования к сигналу ШСВ: распределение мгновенных значений амплитуд по закону Релея, распределение мгновенных значений фаз равномерное, (условия нормального случайного процесса), также спектральная плотность мощности должна иметь определенную форму, например, равномерную в диапазоне от f_1 до f_2 с некоторой точностью.

1. Основные способы формирования ШСВ

Существует два основных способа получения случайного сигнала с определенным спектром: фильтрация белого шума, или применение обратного преобразования Фурье.

Первый способ можно назвать аналоговым, поскольку широко применялся в аналоговых генераторах шума. В нем сигнал от источника белого шума поступает в банк полосовых фильтров с регулируемыми усилениями, и затем суммируется. В цифровых системах этот метод принципиально реализовать возможно, но затраты машинного времени существенно выше, чем во втором способе. Достоинствами его являются высокое качество получаемого сигнала в смысле его характеристик как в малом отрезке времени, так и в длинной выборке; возможность формировать сигнал с нелинейным разрешением по частоте – например, с логарифмическим, что актуально для физических систем, поскольку их свойства, как правило, имеют логарифмическую зависимость от частоты.

Второй способ – цифровой – оптимален по вычислительным затратам, поскольку основан на быстром преобразовании Фурье. Для формирования выборки массив амплитуд требуемой спектральной плотности мощности (СМП, детерминированные значения) дополняется массивом случайных фаз, равномерно распределенных от $-\pi$ до π . Над полученным массивом производится обратное преобразование Фурье. В итоге, полученный временной сигнал удовлетворяет всем требованиям, в том числе, распределению мгновенных значений амплитуд по закону Релея, но с некоторыми допущениями:

- в пределах выборки сигнал представляет собой полигармонику, поскольку фаза каждой составляющей постоянна;
- мгновенные значения амплитуд отвечают распределению Релея при достаточно большом количестве выборок;
- выборки не связаны между собой, поэтому, при переходе от одной выборки к другой, про-

исходит скачок самого сигнала и его производных, с вероятностью стремящейся к 100 %, т.е. наблюдается разрыв первого рода.

Сформированный таким образом сигнал будет являться, по сути, полигармоникой с кусочно-стационарными фазами составляющих.

2. Искажения спектра выборки с разрывом

На рис. 1 приведен пример двух выборок с одинаковой СПМ и случайными фазами. Для наглядности СПМ принята довольно низкочастотной: $A(f) = 1$ при $0 < f < 5$, а 0 – при остальных значениях f (в диапазоне от 0 до 32). Видно, что в точке перехода первой выборки ко второй, имеется разрыв.

В итоге спектр выборки сигнала, включающей этот разрыв, отличается от требуемого. На рис. 2 приведен модуль спектра выборки $t = 32 \dots 95$.

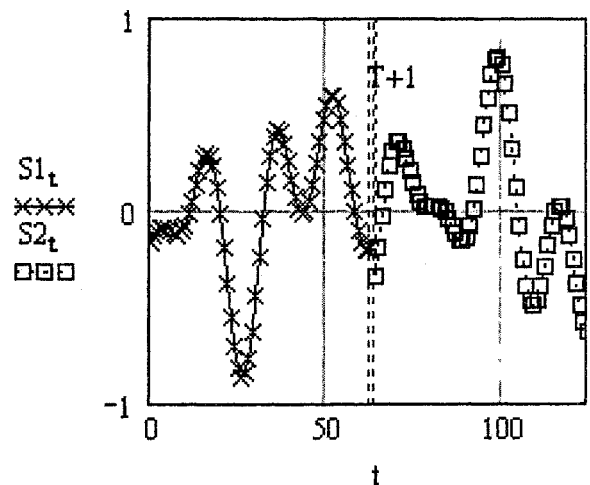


Рис. 1. Выборки $S1_t$ и $S2_t$ с одинаковой СПМ и разрывом между ними в точке $T + 1$

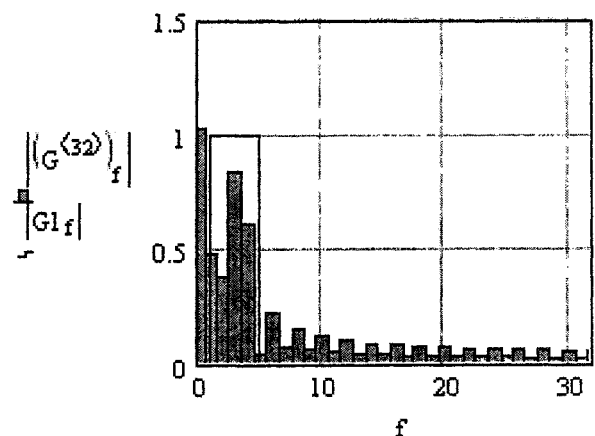


Рис. 2. Модуль спектра выборки: $|G_f|$ – с разрывом, $|G'_f|$ – без разрыва

Появление дополнительных – низко- и высокочастотных компонент обусловлено скачкообразным изменением сигнала, эквивалентным свертке с дельта-импульсом. Величина эквивалентного дельта-импульса зависит от величины разрыва и может достигать значительных значений. Для такой сферы применения как виброиспытания, подобные искажения недопустимы, так как могут привести к разрушению объекта испытания.

3. Применение перекрытия выборок

Для устранения этой проблемы было предложено формировать сигнал из выборок с перекрытием. Окно взвешивания – трапецидальное. Степень перекрытия – около 10 %.

Для наглядности, к исходным выборкам рис. 1, было применено перекрытие в 6 точек. Естественно, общая длина синтезированного сигнала уменьшилась на величину перекрытия. Процесс наложения окна к выборкам и синтезированный сигнал показаны на рис. 3–5.

Этот метод позволяет избавиться от разрыва сигнала в точке сшивки. Однако спектральная плотность выборки, включающей точку, вернее, отрезка перекрытия исходных выборок, также отличается от требуемого (рис. 6).

Видно, что высокочастотные составляющие подавлены, но спектр по-прежнему отличается от требуемого. На слух этот процесс выглядит как звук движения поезда: стационарные участки с шумом на их стыке.

4. Зависимость искажения спектра от смещения выборки относительно точки сшивки

Рассмотрим поведение одной гармоники (с точки зрения преобразования Фурье) в фазовой плоскости.

У полигармоники вектор постоянной амплитуды и фазы (рис. 7, а). У полигармоники с кусочно-стационарными фазами, гармоника имеет постоянную амплитуду, а фаза постоянна в пределах выборки и скачет на стыках выборок, принимая случайные значения (рис. 7, б). Учитывая переходы, рис. 7, в.

На рис. 8, а показано искажение спектра сигнала при взятии выборки фиксированной длины процесса, показанного на рис. 1, сначала с 1 по 64 точки (выборка не включает переход), затем со 2 по 65, с 3 по 65 и т.д. Последняя выборка также не включает переход. Подробно поведение гармоник № 2–5 показано на рис. 8, б. Видно, что искажения в момент перехода велики, и к тому же, процесс явно нестационарный, периодический.

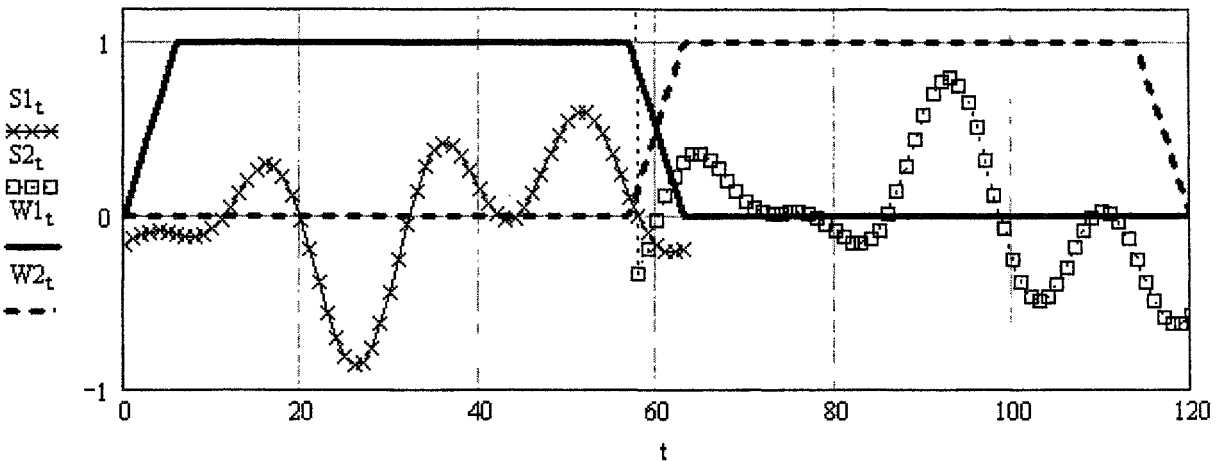


Рис. 3. Выборки с перекрытием в 6 точек и трапецидальное окно

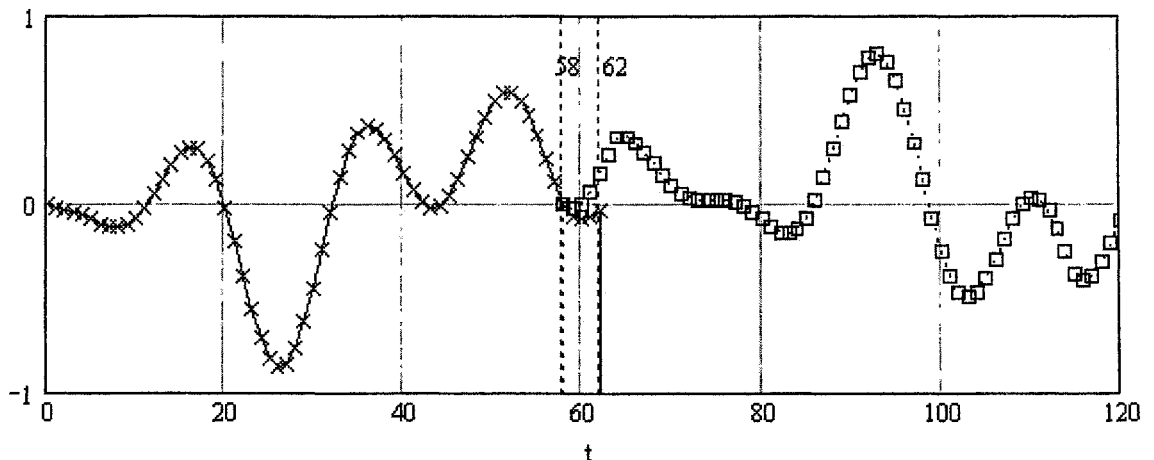


Рис. 4. Выборки после применения окна взвешивания

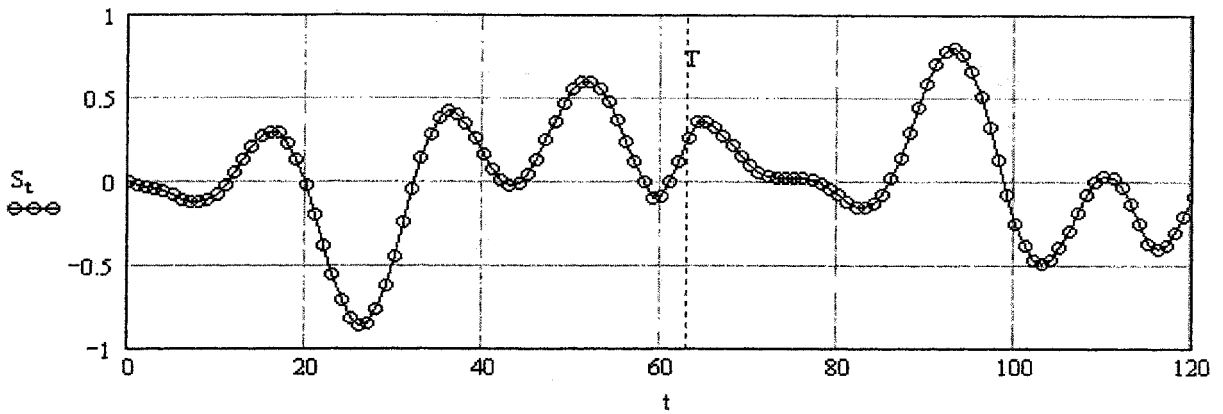


Рис. 5. Синтезированный сигнал

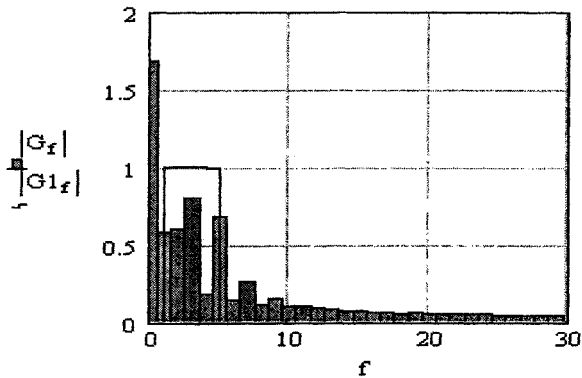


Рис. 6. Модуль спектра выборки:
|G_f| – с разрывом,
|G1_f| – без разрыва

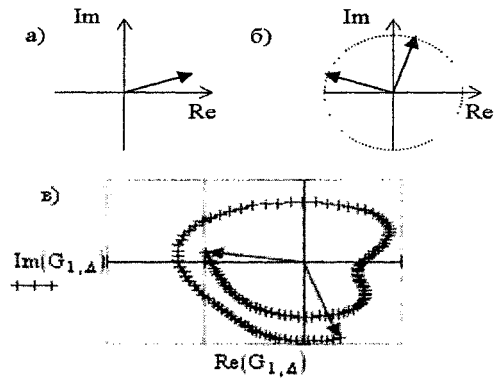


Рис. 7. Амплитудно-частотные диаграммы:
а – вектор постоянной амплитуды и фазы,
б – с перескоками фазы на стыках выборок,
в – с учетом переходов

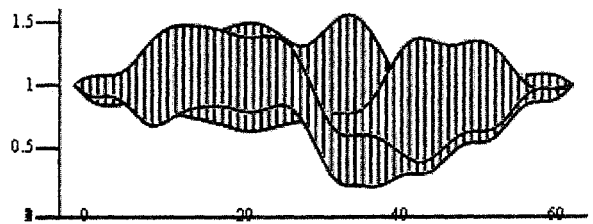
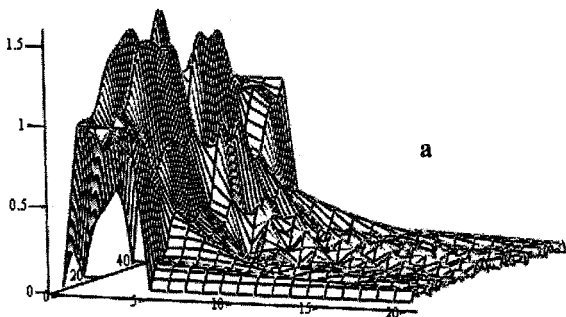


Рис. 8. Искажение спектра сигнала
а – выборка фиксированной длины,
б – поведение нескольких гармоник

Заключение

Синтез процесса с применением частично перекрывающихся выборок с трапецеидальным окном позволяет устранить разрывы на стыке выборок и снижает паразитные искажения спектра синтезированного сигнала. Однако спектр такого сигнала существенно отличается от требуемого и имеет периодический во времени характер.

Вероятно, если применить другое окно, например, Хана с многократным перекрытием, процесс станет более отвечать «настоящему» ШСВ.

Остаются открытыми, в связи с этим, вопросы:

- какое окно, и с каким перекрытием лучше использовать, чтобы максимально приблизиться к характеристикам «настоящего» ШСВ процесса;
- вероятно, что многократное перекрытие приведет к настолько большим затратам машинного времени, что станет выгоднее вернуться к применению банка полосовых фильтров.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ КАЛИБРОВКИ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.Г. Щипицын

Появление этой работы вызвано обстоятельством необходимости решения конкретной задачи калибровки ИНС на движущемся объекте и тем, что ко времени написания данной статьи автор не нашел достаточно полных публикаций, посвященных разработкам математического описания для решения указанной задачи, а в найденных публикациях изложены лишь общие подходы к решению проблем калибровки ИНС.

1. Терминология

Калибровкой инерциальной навигационной системы (ИНС) назовем задачу определения коэффициентов моделей погрешностей ее датчиков поступательного и углового движения. Эти коэффициенты далее будем называть калибровочными коэффициентами (КК).

Датчик поступательного движения – однокомпонентный акселерометр, выходным сигналом которого является проекция вектора кажущегося ускорения (ВКУ) начала связанной с акселерометром системы координат (СК) на его измерительную ось.

Датчик углового движения это:

- однокомпонентный датчик угловой скорости (ДУС), выходным сигналом которого является проекция вектора абсолютной угловой скорости (ВАУС) корпуса ДУС, или
- датчик угла стабилизации трехосного гироскопического стабилизатора (ТГС), физически моделирующего на объекте инерциальную систему отсчета.

2. Постановка задач

На объекте, движущемся произвольным образом в инерциальном пространстве, в разных его местах установлены эталонная ИНС (ЭИНС) и калибруемая ИНС (КИНС). Блок инерциальной информации (БИИ) ЭИНС может быть выполнен в двух вариантах:

- три взаимортогональных ДУС и три взаимортогональных акселерометра, сигналы которых подключены к вычислительному блоку (ВБ), выходными сигналами которого являются три проекции ВКУ начала связанной с БИИ СК и три проекции ВАУС связанной с БИИ СК;
- ТГС, на площадке (внутренней раме) которого установлены три взаимортогональных акселерометров, сигналы датчиков углов ТГС, сигналы акселерометров подключены к ВБ, выходными сигналами которого являются три угла поворота объекта вокруг осей стабилизации ТГС и три проекции

ВКУ начала связанной с площадкой ТГС СК на оси этой СК.

Имеется следующая априорная информация (АИ):

1. О характеристиках местности: движении Земли в инерциальном пространстве и ее гравитационном поле.
2. О начальных условиях об ориентации, движении и положении объекта.
3. Начала и ориентации осей СК, связанных: с Землей, объектом, с БИИ ЭИНС и с БИИ КИНС, расположенных на объекте.
4. Модель погрешностей датчиков БИИ КИНС, т.е. аналитическая зависимость аддитивных погрешностей их выходных сигналов от кинематических характеристик объекта.

Измеряемая информация (ИИ) – это совокупность выходных сигналов БИИ ЭИНС и КИНС. На объекте имеется бортовой компьютер (БК), входными сигналами которого являются выходные сигналы БИИ ЭИНС и КИНС, а его выходными сигналами являются переменные навигационной информации ЭИНС и КИНС, которые обрабатываются в нем по алгоритму вычисления величин КК.

Задачи заключаются в выполнении математических описаний, позволяющих на основе указанных выше априорной и измеряемой информации:

- определить КК КИНС в течение заданного интервала времени движения объекта;
- проверить правильность определения КК путем подачи на вход алгоритма модели погрешностей БИИ с заданными КК и сравнения с вычисленными КК на выходе этого алгоритма.

3. Принятые допущения

1. Земля имеет сферическую форму с радиусом R_z .
2. Земля имеет только собственное вращение с постоянной по величине и направлению угловой скоростью.
3. Гравитационное поле Земли является сферическим и не изменяется в объеме, занятом объектом.
4. Объект представляет собой абсолютно твердое тело (АТТ).
5. Модель погрешностей датчика БИИ представляет собой сумму произведений постоянных во времени величин на проекции ВКУ на оси связанной с БИИ СК и предполагается, что такой вид модели погрешностей определен путем испытаний до навигации объекта, а неизвестными являются только коэффициенты этой модели – КК.

4. Подходы к решению задач

Математическое описание (МО) для решения первой из поставленных задач выполнено на основе теории инерциальной навигации и заданных априорной и измеряемой информации и включает в себя: составление уравнений функционирования ЭИНС и КИНС; приведение этих уравнений к связанной с объектом СК; составление уравнений относительно абсолютных погрешностей переменных навигационной информации, обусловленных только погрешностями КИНС; составление системы уравнений, связывающих абсолютные погрешности БИИ с погрешностями переменных навигационной информации и вычисление этих величин в заданные моменты времени; составление системы уравнений относительно КК КИНС и решение этих уравнений относительно КК.

МО для решения второй задачи включает в себя МО для решения первой задачи с добавлением к нему блоков:

- моделей сигналов БИИ (А) и БИИ (В);
- моделей погрешностей БИИ КИНС с заданными КК;
- сравнения вычисленных КК с заданными.

5. Математическое описание для решения первой задачи

5.1. Системы координат

Введем следующие СК (изображены на рисунке): $O_I I_1 I_2 I_3$ (СКI) – инерциальная, т.е. неподвижная в инерциальном пространстве; $O_J J_1 J_2 J_3$ (СКJ) – земная геоцентрическая с началом O_J в центре Земли, осью J_3 направленной по вектору \vec{U} угловой скорости вращения Земли, осью J_1 проходящей через нулевой меридиан; $O_Z Z_1 Z_2 Z_3$ (СКZ) – земная географическая с началом O_Z на поверхности Земли, осью Z_3 направленной в зенит, осью Z_1 направленной на Восток, (осью Z_2 направленной на Север); $O_Y Y_1 Y_2 Y_3$ (СКY) – объектная с началом в полюсе (например, в центре масс), осью Y_1 направленной вдоль в сторону положительного направления движения, ось Y_2 направленной вбок влево, если смотреть в сторону положительного направления движения, (ось Y_3 – вверх); $O_X^A X_1^A X_2^A X_3^A$ (СКX^A) – связанная с БИИ ЭИНС ≡ БИИ (А); $O_X^B X_1^B X_2^B X_3^B$ (СКX^B) – связанная с БИИ КИНС ≡ БИИ (В).

5.2. Векторы

Введем векторы (см. рисунок): $\vec{O}_J \vec{O}_Z$ – радиус-вектор начала СКZ относительно начала СКJ; $\vec{O}_Z \vec{O}_Y = \vec{R}$ – радиус-вектор начала СКY относительно начала СКZ; определяет положение объекта относительно Земли; $\vec{O}_Y \vec{O}_X^A = \vec{L}^A$ – радиус-вектор начала СКX^A относительно начала СКY; определяет положение БИИ (А) относительно объекта;

$\vec{O}_Y \vec{O}_X^B = \vec{L}^B$ – радиус-вектор начала СКX^B относительно начала СКY; определяет положение БИИ

(В) относительно объекта; $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$ – вектор скорости точки O_Y ; $\vec{W} = \dot{\vec{V}}$ – вектор ускорения точки O_Y ; \vec{G} – вектор гравитационного ускорения любой точки объекта (согласно допущению); \vec{U} – вектор абсолютной угловой скорости Земли; $\vec{\Omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости объекта; $\vec{\epsilon}$ – вектор абсолютного углового ускорения объекта; $\vec{\Omega}^{\vec{Z}Y}$ – вектор угловой скорости объекта относительно Земли; $\vec{\epsilon}^{\vec{Z}Y}$ – вектор углового ускорения объекта относительно Земли; $\vec{J}_i, \vec{Z}_i, \vec{Y}_i, \vec{X}_i^A, \vec{X}_i^B$ – орты соответствующих осей СК.

5.3. Углы поворотов и направляющие косинусы

Обозначим углы поворотов введенных СК друг относительно друга: $Q_m^{JZ}, m = \overline{1,3}$ – углы поворотов СКZ относительно СКJ в последовательности: вокруг оси J_3 на угол $Q_3^{JZ} \equiv \lambda$ (долгота места) → вокруг оси J_1 на угол $Q_1^{JZ} \equiv \phi$ (широта места) → вокруг оси J_2 на угол $Q_2^{JZ} \equiv \psi$ (в частности, $\psi = 0$); указанные последовательности поворотов будем обозначать так:

$$J_1 J_2 J_3 \xrightarrow{Q_3^{JZ}} J_1^1 J_2^1 J_3^1 \xrightarrow{Q_1^{JZ}} J_1^2 J_2^2 J_3^2 \xrightarrow{Q_2^{JZ}} Z_1 Z_2 Z_3;$$

$Q_m^{ZY} = Q_m, m = \overline{1,3}$ – углы поворотов СКY относительно СКZ в последовательности:

$$Z_1 Z_2 Z_3 \xrightarrow{Q_1^{ZY}} Z_1^1 Z_2^1 Z_3^1 \xrightarrow{Q_2^{ZY}} Z_1^2 Z_2^2 Z_3^2 \xrightarrow{Q_3^{ZY}} Y_1 Y_2 Y_3;$$

$Q_m^{YA} = P_m^A, m = \overline{1,3}$ – углы поворотов СКX^A относительно СКY в последовательности:

$$Y_1 Y_2 Y_3 \xrightarrow{Q_1^{YA}} Y_1^1 Y_2^1 Y_3^1 \xrightarrow{Q_2^{YA}} Y_1^2 Y_2^2 Y_3^2 \xrightarrow{Q_3^{YA}} X_1^A X_2^A X_3^A;$$

$Q_m^{YB} = P_m^B, m = \overline{1,3}$ – углы поворотов СКX^B относительно СКY в последовательности:

$$Y_1 Y_2 Y_3 \xrightarrow{Q_1^{YB}} Y_1^1 Y_2^1 Y_3^1 \xrightarrow{Q_2^{YB}} Y_1^2 Y_2^2 Y_3^2 \xrightarrow{Q_3^{YB}} X_1^B X_2^B X_3^B.$$

Введем обозначения для направляющих косинусов (НК):

1. от СКJ к СКZ:

$$H_{ij}^{JZ} = \vec{J}_i \cdot \vec{Z}_j, i, j = \overline{1,3}; \tag{1}$$

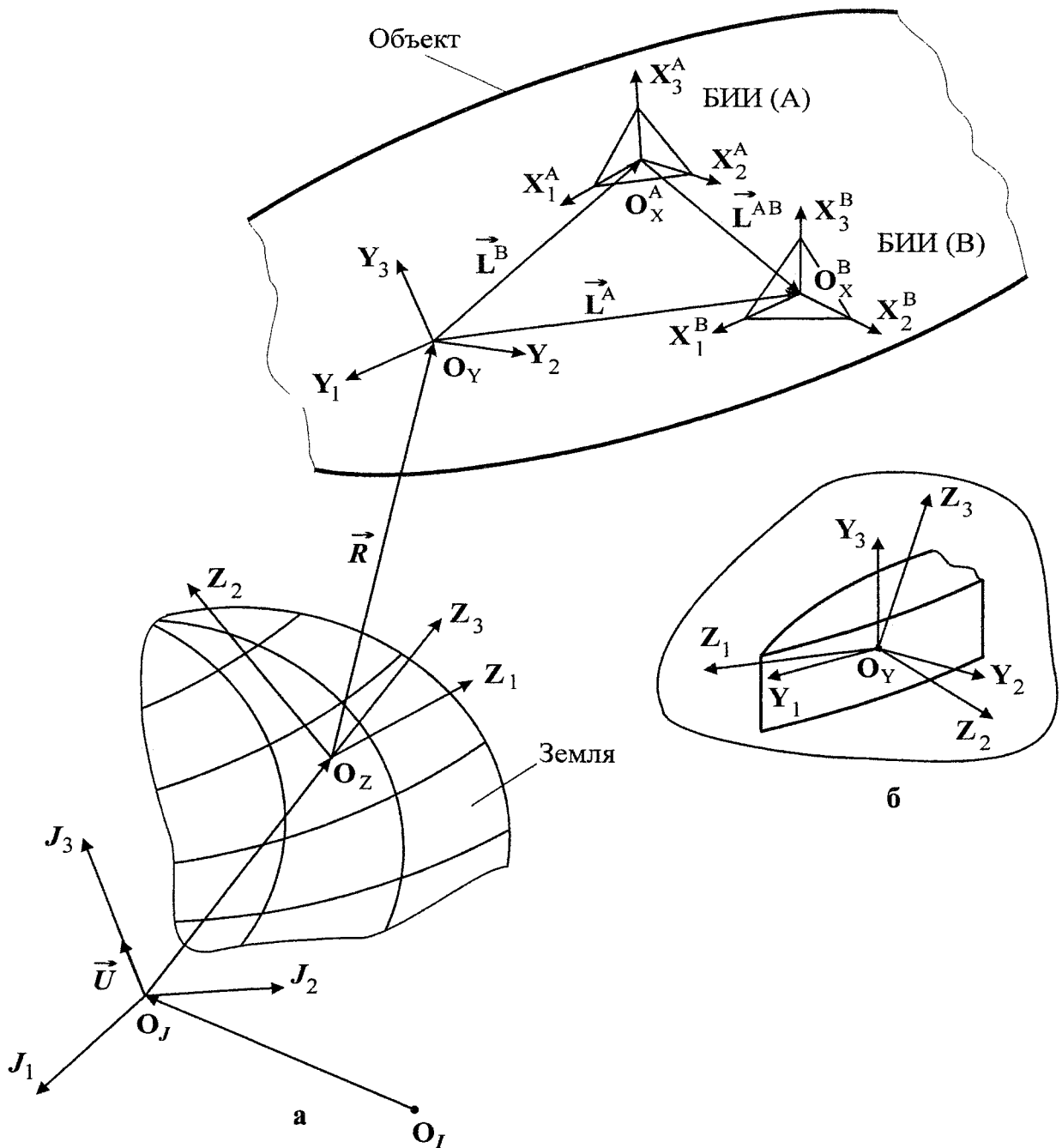
2. от СКZ к СКY:

$$H_{ij}^{ZY} = \vec{Z}_i \cdot \vec{Y}_j, i, j = \overline{1,3}; \tag{2}$$

3. от СКY к СКX^D:

$$H_{ij}^{YD} = \vec{Y}_i \cdot \vec{X}_j^D, D = A, B; i, j = \overline{1,3}. \tag{3}$$

Используя указанные последовательности поворотов, составим выражения для НК (1), (2),



Пояснения к математическому описанию для решения задачи:
 а – системы координат, связанные с Землей, объектом, БИИ (А), БИИ (В),
 б – ориентация осей связанной с объектом системы координат

(3). Для этого введем обозначения для промежуточных НК, т.е. НК: от начальной СК к СК после 1-го поворота, от СК после 1-го поворота к СК после 2-го поворота, от СК после 2-го поворота к СК после 3-го поворота, т.е. к конечной СК, обозначим их соответственно

$$h_{ip}^{01}, h_{pq}^{12}, h_{qj}^{23}, i, p, q, j = \overline{1,3}, \quad (4)$$

а затем вычислим НК от предыдущей СК к следующей по формулам:

$$H_{ij}^{NS} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^3 h_{ip}^{01} h_{pq}^{12} h_{qj}^{23}, \quad (5)$$

где $i, j = \overline{1,3}$;

$$N = J, Z, Y, X^A, X^B;$$

$$S = Z, Y, X^A, X^B.$$

Заметим, что в общем случае НК являются переменными во времени, поэтому необходимо иметь их производные по времени, которые следует вычислять по формулам:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{ij}^{NS} &= \\ &= \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \left(h_{ip}^{01} h_{pq}^{12} h_{qj}^{23} + h_{ip}^{01} h_{pq}^{12} h_{qj}^{23} + h_{ip}^{01} h_{pq}^{12} h_{qj}^{23} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $i, j = \overline{1, 3}$, смысл индексов N, S указан в (5).

5.4. Векторные уравнения функционирования ЭИНС и КИНС

Для решения поставленной задачи составим уравнения функционирования ЭИНС и КИНС. Эти уравнения являются одинаковыми по структуре, отличие заключается в наличии разных индексов (A или B) у векторов и ортов СК. Поэтому вначале запишем уравнения с применением общего индекса D , подразумевая под ним индекс A или индекс B . А когда потребуется разделить эти уравнения, введем разные индексы.

Для описания ориентации объекта на основе информации БИИ (D) введем НК:

$$C_{ij}^{ZD} = \overline{Z}_i \cdot \overline{X}_j^D, \quad i, j = \overline{1, 3}. \quad (7)$$

Применяя операцию абсолютного (обозначено «*») дифференцирования по времени (ДВ) к (7), получаем

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \left(\overline{Z}_i \cdot \overline{X}_j^D \right)^* \quad (8)$$

Заметим, что орт \overline{Z}_i вращается в инерциальном пространстве с угловой скоростью \overline{U} , а орт \overline{X}_j^D вращается в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\overline{\Omega}^D$, поэтому перепишем (8) в виде

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \left(\overline{U} \times \overline{Z}_i \right) \cdot \overline{X}_j^D + \overline{Z}_i \cdot \left(\overline{\Omega}^D \times \overline{X}_j^D \right). \quad (9)$$

Абсолютная скорость начала O_X^D СКХ^D определяется выражением (см. рисунок)

$$\overline{V}^D = \left(\overline{O_I O_J} + \overline{O_J O_Z} + \overline{R} + \overline{L}^D \right)^* \quad (10)$$

Абсолютное ускорение начала O_X^D СКХ^D определяется выражением:

$$\overline{W}^D = \overline{V}^D \quad (11)$$

Из кинематики АТТ известно векторное равенство:

$$\overline{W}^D = \overline{W} + \overline{\varepsilon} \times \overline{L}^D + \overline{\Omega} \times (\overline{\Omega} \times \overline{L}^D). \quad (12)$$

Имеет место векторное равенство

$$\overline{W}^D = \overline{A}^D + \overline{G}, \quad (13)$$

которое записано с учетом допущения о гравитационном ускорении и в котором \overline{A}^D – вектор кажущегося ускорения начала O_X^D СКХ^D, проекции которого в СКХ^D измеряются акселерометрами БИИ (D). Реально измеряются проекции векторов $\overline{\varepsilon}$, $\overline{\Omega}$, с помощью БИИ (D), т.е. следует полагать

$\overline{\Omega} = \overline{\Omega}^D$, $\overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon}^D$, и поэтому векторное равенство (12) следует переписать в виде:

$$\overline{W}^D = \overline{W} + \overline{\varepsilon}^D \times \overline{L}^D + \overline{\Omega}^D \times (\overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D). \quad (14)$$

Подставив (13) в (14), получим выражение для вектора ускорения точки O_Y :

$$\overline{W} = \overline{A}^D + \overline{G} - \overline{\varepsilon}^D \times \overline{L}^D - \overline{\Omega}^D \times (\overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D). \quad (15)$$

Применяя операцию ДВ к (10) и учитывая ограничение по движению Земли в инерциальном пространстве, т.е. что

$$\overline{O_I O_J}^* = 0, \quad (16)$$

а также то, что вектор

$$\overline{O_J O_Z} = \overline{R}^Z, \quad (17)$$

модуль которого является постоянным и равен радиусу Земли, и что этот вектор задан проекциями в СКZ, вращающейся в инерциальном пространстве с угловой скоростью \overline{U} , имеем:

$$\overline{R}^Z = \overline{U} \times \overline{R}^Z, \quad (18)$$

что вектор \overline{R} определен проекциями в СКZ и что эти проекции изменяются во времени, имеем:

$$\overline{R} = \overline{R} + \overline{U} \times \overline{R}, \quad (19)$$

что вектор \overline{L}^D , постоянный по модулю, задан проекциями в СКY, вращающейся в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\overline{\Omega} = \overline{\Omega}^D$, имеем:

$$\overline{L}^D = \overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D \quad (20)$$

Подставив (16), (18)–(20) в (10), получим

$$\overline{V}^D = \overline{U} \times \overline{R}^Z + \overline{R} + \overline{U} \times \overline{R} + \overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D, \quad (21)$$

где символами с точкой • обозначены локальные производные по времени.

Из кинематики АТТ известно равенство

$$\overline{V}^D = \overline{V} + \overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D, \quad (22)$$

где \overline{V} – вектор скорости точки O_Y объекта.

Сравнивая (21) и (22), приходим к равенству:

$$\overline{U} \times \overline{R}^Z + \overline{R} + \overline{U} \times \overline{R} = \overline{V}, \quad (23)$$

откуда имеем

$$\overline{R} = \overline{V} - \overline{U} \times \overline{R} - \overline{U} \times \overline{R}^Z. \quad (24)$$

Применяя операцию абсолютного ДВ к векторному равенству (22), получаем

$$\overline{V}^D = \overline{V} + \overline{\varepsilon}^D \times \overline{L}^D + \overline{\Omega}^D \times (\overline{\Omega}^D \times \overline{L}^D), \quad (25)$$

где учтено, что

$$\overline{\varepsilon}^D = \overline{\Omega}^D, \quad (26)$$

Учитывая, что

$$\overline{V} = \overline{W}, \quad (27)$$

и что вектор определен проекциями в СКZ, имеем:

$$\dot{\vec{V}} = \dot{\vec{V}} + \vec{U} \times \vec{V}, \quad (28)$$

перепишем (15) в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{V}} = & \overline{A^D} + \overline{G} - \overline{U} \times \overline{V} - \overline{\epsilon^D} \times \overline{L^D} - \\ & - \overline{\Omega^D} \times (\overline{\Omega^D} \times \overline{L^D}). \end{aligned} \quad (29)$$

Следует заметить, что в векторных уравнениях (24), (29) символами \vec{R} , \vec{V} обозначены соответственно радиус-вектор точки O_γ объекта и вектор скорости этой точки, вычисленные на основе информации, полученной с БИИ (D). А так как $D = A, B$, т.е. введены в рассмотрение разные БИИ, то символы \vec{R} , \vec{V} в уравнениях (24), (26) следует заменить на символы, которые бы учитывали это различие. Поэтому далее вместо символов \vec{R} , \vec{V} будем использовать символы $\overline{R^{ZD}}$, $\overline{V^{ZD}}$, понимая под ними, что они обозначают соответственно радиус-вектор точки O_γ объекта и вектор скорости этой точки, вычисленные на основе информации, полученной с БИИ (D). Следовательно, уравнения (24), (26) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\overline{V^{ZD}}} = & \overline{A^D} + \overline{G} - \overline{U} \times \overline{V^{ZD}} - \overline{\epsilon^D} \times \overline{L^D} - \\ & - \overline{\Omega^D} \times (\overline{\Omega^D} \times \overline{L^D}), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\dot{\overline{R^{ZD}}} = \overline{V^{ZD}} - \overline{U} \times \overline{R^{ZD}} - \overline{U} \times \overline{R^Z}. \quad (31)$$

Ширина места

$$\varphi = \varphi_0 + \arctg \frac{R_2}{R_3 + R_3^Z}. \quad (32)$$

где $\varphi_0 = \varphi(t_0)$, т.е. значение φ в начальный момент времени.

5.5. Скалярные уравнения функционирования ЭИНС и КИНС

Уравнения (9) в скалярной форме имеют вид:

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{p=1}^3 (\hat{U}_{ip} C_{pj}^{ZD} + C_{ip}^{ZD} \hat{\Omega}_{pj}^D), \quad (33)$$

где введены обозначения:

$$\hat{U}_{ip} = \sum_{q=1}^3 \epsilon_{qip} U_q; \quad (34)$$

$$\hat{\Omega}_{pj}^D = \sum_{q=1}^3 \epsilon_{qip} \Omega_q^D; \quad (35)$$

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{если } ijk \text{ есть } 123, 231, 312; \\ -1, & \text{если } ijk \text{ есть } 132, 213, 321; \\ 0 & \text{в остальных сочетаниях.} \end{cases} \quad (36)$$

Если ввести матрицы:

$$\begin{cases} C^{ZD} = \|C_{ij}^{ZD}\|_{3 \times 3}; \\ \hat{U} = \|\hat{U}_{ip}\|_{3 \times 3}; \\ \hat{\Omega}^D = \|\hat{\Omega}_{pi}^D\|_{3 \times 3}, \end{cases} \quad (37)$$

то скалярные уравнения (33) можно записать в матричной форме:

$$\dot{C}^{ZD} = \hat{U} C^{ZD} + C^{ZD} \hat{\Omega}^D. \quad (38)$$

Уравнение (30) в скалярной форме имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_i^{ZD} = & G_i + \sum_{j=1}^3 C_{ij}^{ZD} A_j^D - \\ & - \sum_{j=1}^3 \hat{U}_{ij} V_j^{ZD} - \sum_{j=1}^3 C_{ij}^{ZD} A_j^{LD}, \end{aligned} \quad (39)$$

где введены обозначения:

$$\hat{U}_{ik} = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ijk} U_j; \quad (40)$$

$$A_q^{eD} = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{p=1}^3 L_k^D \epsilon_{jpk} H_{kp}^{YD} \epsilon_j^D; \quad (41)$$

$$\begin{cases} A_q^{\Omega D} = \\ = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{p=1}^3 L_k^D (E_{jp} H_{kq}^{YD} - E_{qp} H_{jk}^{YD}) \Omega_j^D \Omega_p^D; \\ A_j^{LD} = A_j^{eD} - A_j^{\Omega D}. \end{cases} \quad (42)$$

Здесь использован символ Кронекера

$$E_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Если ввести матрицы C^{ZD} , \hat{U} из (37), а также ввести матрицы

$$\begin{cases} V^{ZD} = \|V_i^{ZD}\|_{3 \times 1}; \\ G = \|G_i\|_{3 \times 1}; \\ A^D = \|A_j^D\|_{3 \times 1}; \\ A^{LD} = \|A_j^{LD}\|_{3 \times 1}, \end{cases} \quad (43)$$

то скалярные уравнения (39) можно записать в матричной форме:

$$\dot{V}^{ZD} = G + C^{ZD} A^D - \hat{U} V^{ZD} - C^{ZD} A^{LD}. \quad (44)$$

Уравнения (38) определяют ориентацию БИИ (D) относительно земной СК. В правой части уравнения (38) первое слагаемое учитывает влияние вращения Земли и если пренебречь этим вращением, то оно обращается в нуль. Уравнения (44) определяют движение точки O_γ объекта относительно земной СК. В правой части (44): первое слагаемое определяет компоненты вектора гравитационного ускорения точки O_γ объекта; второе слагаемое определяет компоненты вектора кажущегося ускорения точки O_X^D в СКЗ, полученные на основе информации БИИ (D); третье слагаемое определяет компоненты ускорения точки O_γ объекта в СКЗ, обусловленные вращением Земли; четвертое слагаемое определяет компоненты векторов в СКЗ вращательного (41) и центростремительного (42) ускорений точки O_X^D .

5.6. К составлению алгоритма для определения КК датчиков углового движения

Предполагаем выполненными допущения, перечисленные в разделе 3, а также будем предполагать выполненными следующие допущения.

1. Априорная информация о характеристиках местности задана абсолютно точно, т.е. проекции G_i , U_i векторов \bar{G} , \bar{U} заданы без погрешностей.

2. Начальные условия для уравнений (38), (44) заданы абсолютно точно, т.е. компоненты матриц C^{ZD} , V^{ZD} в начальный момент времени $t = t_0$ не имеют погрешностей.

3. Априорная информация о параметрах положения и ориентации БИИ (А), БИИ (В) относительно объекта задана абсолютно точно, т.е. проекции L_k^A , L_k^B векторов \bar{L}^A , \bar{L}^B и углы ориентации Q_m^{YA} , Q_m^{YB} , а значит, и НК H_{ij}^{YA} , H_{ij}^{YB} не имеют погрешностей.

4. ЭИНС не имеет погрешностей, следовательно, проекции A_j^A , Ω_j^A , ε_j^A векторов \bar{A}^A , $\bar{\Omega}^A$, $\bar{\varepsilon}^A$ в $СКХ^A$, полученные на основе информации БИИ (А) являются абсолютно точными, а поэтому проекции Ω_j^B , ε_j^B в (41), (42) при $D = B$ для КИНС будем вычислять на основе величин Ω_j^A , ε_j^A , полученных с помощью БИИ (А) при перепроектировании последних на оси $СКХ^B$, для чего введем проекции Ω_i^{BA} , ε_i^{BA} , которые назовем проекциями векторов $\bar{\Omega}$, $\bar{\varepsilon}$ на оси $СКХ^B$, полученные на основе проекций Ω_j^A , ε_j^A этих векторов $СКХ^A$.

Определение КК датчиков углового движения БИИ (В) включает в себя следующие операции.

1. Задать \hat{U}_{ij} , L_j^{AB} , начальные условия для H_{ij}^A , H_{ij}^B , углы ориентации БИИ (А) и БИИ (В) относительно $СКУ$, вычислить H_{ij}^{YA} , H_{ij}^{YB} .

2. Измерить A_i^A , Ω_i^A , ε_i^A , Ω_k^A , Ω_k^B , вычислить $\tilde{\Omega}_k^A$, $\tilde{\Omega}_k^B$ по формулам:

$$\tilde{\Omega}_q^D = \sum_{k=1}^3 H_{qk}^{YD} \Omega_k^D, \quad D = A, B; \quad (45)$$

вычислить $\hat{\Omega}_{pj}^A$, $\hat{\Omega}_{pj}^B$ по формулам:

$$\hat{\Omega}_{pj}^D = \sum_{q=1}^3 \varepsilon_{pq} \tilde{\Omega}_q^D, \quad D = A, B. \quad (46)$$

3. Проинтегрировать системы:

$$\dot{H}_{ij}^A = \sum_{k=1}^3 (\hat{U}_{ik} H_{kj}^A + H_{ik}^A \hat{\Omega}_{kj}^A); \quad (47)$$

$$\dot{H}_{ij}^B = \sum_{k=1}^3 (\hat{U}_{ik} H_{kj}^B + H_{ik}^B \hat{\Omega}_{kj}^B); \quad (48)$$

$$\Delta \dot{H}_{ij} = \sum_{k=1}^3 (\hat{U}_{ik} \Delta H_{kj} + H_{ik}^B \hat{\Omega}_{kj}^B - H_{ik}^A \hat{\Omega}_{kj}^A). \quad (49)$$

4. Найти компоненты матрицы H_{ij}^0 , обратной для матрицы H_{ij} .

5. Найти $\Delta \hat{\Omega}_{ij}^B$ по формулам:

$$\Delta \hat{\Omega}_{ij}^B = \sum_{k=1}^3 H_{ik}^0 \left[\Delta \dot{H}_{kj} - \sum_{p=1}^3 (\hat{U}_{kp} \Delta H_{pj} + \Delta H_{kp} \hat{\Omega}_{pj}^A) \right]. \quad (50)$$

6. Вычислить $\Delta \tilde{\Omega}_q^B$ по формулам:

$$\Delta \tilde{\Omega}_1^B = \Delta \hat{\Omega}_{32}^B, \quad \Delta \tilde{\Omega}_2^B = \Delta \hat{\Omega}_{13}^B, \quad \Delta \tilde{\Omega}_3^B = \Delta \hat{\Omega}_{21}^B. \quad (51)$$

7. Вычислить $\Delta \Omega_k^B$ по формулам:

$$\Delta \Omega_k^B = \sum_{q=1}^3 H_{qk}^{YB} \Delta \tilde{\Omega}_q^B, \quad (52)$$

и зафиксировать $B_i^{\Omega K} = \Delta \Omega_k^B(t_i)$ в моменты времени t_i , $i = \overline{1, N_p}$.

8. Вычислить a_i^B по формулам:

$$a_i^B = \sum_{l=1}^3 H_{li}^{BA} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \varepsilon_{mkl} L_j^{AB} H_{mi}^{BA} H_{jk}^{YB} \varepsilon_i^{YA} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 L_j^{AB} (H_{jm}^{YA} H_{li}^{BA} - E_{jm} H_{jl}^{YB}) \Omega_i^A \Omega_m^A, \quad (53)$$

и вычислить Q_{ij} по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{i1} = 1; \\ Q_{i(l+1)} = a_l^B(t_i), \quad l = \overline{1, 3}; \\ Q_{i5} = a_1^B(t_i) \cdot a_1^B(t_i); \\ Q_{i6} = a_1^B(t_i) \cdot a_2^B(t_i); \\ Q_{i7} = a_1^B(t_i) \cdot a_3^B(t_i); \\ Q_{i8} = a_2^B(t_i) \cdot a_2^B(t_i); \\ Q_{i9} = a_2^B(t_i) \cdot a_3^B(t_i); \\ Q_{i10} = a_3^B(t_i) \cdot a_3^B(t_i); \\ i = \overline{1, 10}. \end{array} \right. \quad (54)$$

9. Решить систему

$$\sum_{j=1}^3 Q_{ij} X_j^{\Omega k} = B_i^{\Omega k}, \quad i = \overline{1, N_p}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (55)$$

т.е. определить искомые КК датчиков углового движения ИНС (В).

5.7. К составлению алгоритма определения КК датчиков поступательного движения

Определение КК датчиков поступательного движения ИНС (В) включает в себя следующие операции.

1. Задать углы ориентации БИИ (А), БИИ (В) относительно объекта и вычислить все компоненты соответствующих матриц $H_{ij}^{YA}, H_{ij}^{YB}, H_{ij}^{BA}$; проекции U_i, G_i векторов \vec{U}, \vec{G} и вычислить \hat{U}_{ij} ; проекции $L_i^A, L_i^B, (L_i^{BA})$ векторов $\vec{L}^A, \vec{L}^B, (\vec{L}^{BA})$; начальные условия $V_i^A(t_0), V_i^B(t_0), \Delta V_i(t_0), C_{ij}^{ZA}(t_0), S_{ij}^{ZB}(t_0)$.

2. Получить на интервале времени $[t_0; T]$ с БИИ (А) и БИИ (В) величины $A_i^A, \Omega_i^A, \epsilon_i^A; A_j^B$.

3. Вычислить A_j^{LA} по формулам (41), (42); a_j^B – по формуле (53); a_j^{LB} – по формулам:

$$a_q^{LB} = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{p=1}^3 L_k^B \left[\epsilon_{jpk} H_{kp}^{YB} \epsilon_p^{BA} + (E_{jp} H_{kq}^{YB} - E_{qp} H_{jk}^{YB}) \Omega_j^{BA} \Omega_p^{BA} \right], q = \overline{1,3}, \quad (56)$$

где $\Omega_p^{BA}, \epsilon_p^{BA}$ вычисляются по формулам:

$$\Omega_i^{BA} = \sum_{j=1}^3 H_{ij}^{BA} \Omega_j^A; \quad (57)$$

$$\epsilon_i^{BA} = \sum_{j=1}^3 H_{ij}^{BA} \epsilon_j^A. \quad (58)$$

4. Проинтегрировать системы:

$$\dot{C}_{ij}^{ZA} = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \left[\epsilon_{qip} U_q C_{pj}^{ZA} + \epsilon_{pqj} \Omega_q^A C_{ip}^{ZA} \right]; \quad (59)$$

$$\dot{S}_{ij}^{ZB} = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \left[\epsilon_{qip} U_q S_{pj}^{ZB} + \epsilon_{pqj} \Omega_q^{BA} S_{ip}^{ZB} \right]; \quad (60)$$

$$\dot{V}_i^A = G_i + \sum_{j=1}^3 C_{ij}^{ZA} A_j^A - \sum_{j=1}^3 \hat{U}_{ij} V_j^A - \sum_{j=1}^3 C_{ij}^{ZA} A_j^{LA}; \quad (61)$$

$$\dot{V}_i^B = G_i + \sum_{j=1}^3 S_{ij}^{ZB} A_j^B - \sum_{j=1}^3 \hat{U}_{ij} V_j^B - \sum_{j=1}^3 S_{ij}^{ZB} a_j^{LB}, \quad (62)$$

где использовано переобозначение

$$V_i^D = V_i^{ZD}, \quad i = \overline{1,3}; \quad D = A, B;$$

$$\Delta \dot{V}_i = \sum_{j=1}^3 S_{ij}^{ZB} A_j^B - \sum_{j=1}^3 C_{ij}^{ZA} A_j^A - \sum_{j=1}^3 \hat{U}_{ij} \Delta V_j - \sum_{j=1}^3 (S_{ij}^{ZB} a_j^{LB} - C_{ij}^{ZA} A_j^{LA}), \quad (63)$$

где обозначено

$$\Delta V_i = V_i^B - V_i^A.$$

5. Вычислить R_i^{ZB} по формулам:

$$R_i^{ZB} = \Delta \dot{V}_i - \sum_{j=1}^3 (S_{ij}^{ZB} a_j^B - C_{ij}^{ZA} A_j^A - \hat{U}_{ij} \Delta V_j - S_{ij}^{ZB} a_j^{LB} + C_{ij}^{ZA} A_j^{LA}), \quad i = \overline{1,3}. \quad (64)$$

6. Решить систему

$$\sum_{j=1}^3 S_{ij}^{ZB} \Delta A_j^B = R_i^{ZB}, \quad i = \overline{1,3} \quad (65)$$

и зафиксировать $\Delta A_j^B(t), a_j^B$ в моменты времени $t_i, i = \overline{1, N_p}$.

7. Вычислить Q_{ij} по формулам (54).

8. Решить систему

$$\sum_{j=1}^{N_p} Q_{ij} X_j^{Ak} = B_i^{Ak}, \quad i = \overline{1, N_p}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (66)$$

т.е. определить искомые КК датчиков поступательного движения ИНС (В).

6. Математическое описание для решения второй задачи

6.1. Модели сигналов БИИ (А), БИИ (В)

Согласно подходу к решению второй задачи необходимо смоделировать сигналы БИИ(А), БИИ (В) и модели погрешностей БИИ (В).

Модели сигналов обоих БИИ определяются на основе равенств:

$$\begin{cases} \Omega_i^A = \bar{\Omega} \cdot \bar{X}_i^A; \\ \epsilon_i^A = \bar{\epsilon} \cdot \bar{X}_i^A; \\ A_i^A = \bar{A}^A \cdot \bar{X}_i^A; \\ \Omega_i^B = \bar{\Omega} \cdot \bar{X}_i^B; \\ \epsilon_i^B = \bar{\epsilon} \cdot \bar{X}_i^B; \\ A_i^B = \bar{A}^B \cdot \bar{X}_i^B, \end{cases} \quad (67)$$

где $i = \overline{1,3}, \bar{\Omega}, \bar{\epsilon}, \bar{A}^A, \bar{A}^B$ векторы соответственно абсолютной угловой скорости объекта, абсолютного углового ускорения $СКХ^A$, кажущегося ускорения точек O_X^A, O_X^B .

Имеет место векторное равенство

$$\bar{\Omega} = \vec{U} + \vec{\omega}, \quad (68)$$

где $\vec{U}, \vec{\omega}$ – векторы угловых скоростей соответственно Земли и объекта относительно Земли, которые заданы в СКЗ:

$$\begin{cases} \vec{U} = \sum_{j=1}^3 U_j \vec{Z}_j; \\ \vec{\omega} = \sum_{j=1}^3 \omega_j^Z \vec{Z}_j. \end{cases} \quad (69)$$

Имеет место зависимость

$$\bar{\epsilon} = \bar{\Omega}^*. \quad (70)$$

Используя (68), (69), раскроем абсолютную производную в (70):

$$\bar{\epsilon} = \sum_{j=1}^3 \dot{\omega}_j^Z \vec{Z}_j + \sum_{j=1}^3 (U_j + \omega_j^Z)^* \vec{Z}_j. \quad (71)$$

Так как

$$\vec{Z}_j = \vec{U} \times \vec{Z}_j, \quad (72)$$

то (71) с учетом (69) примет вид:

$$\vec{\epsilon} = \sum_{j=1}^3 \dot{\omega}_j^Z \vec{Z}_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[(U_j + \omega_j^Z) U_k \right] (\vec{Z}_k \times \vec{Z}_j). \quad (73)$$

Для определения ω_j^Z составим векторное равенство:

$$\vec{\omega} = \sum_{k=1}^3 \dot{Q}_k \vec{Z}_k^k. \quad (74)$$

Умножая (74) скалярно на $\vec{Z}_j \equiv \vec{Z}_j^0$ и учитывая обозначения (4), получим

$$\omega_j^Z = \sum_{k=1}^3 h_{jk}^{0k} \dot{Q}_k. \quad (75)$$

Применив операцию ДВ к (75), получим:

$$\dot{\omega}_j^Z = \sum_{k=1}^3 (\dot{h}_{jk}^{0k} \dot{Q}_k + h_{jk}^{0k} \ddot{Q}_k). \quad (76)$$

Умножив (68), (73) скалярно на орт \vec{Z}_m с учетом символа Леви-Чивита, получим:

$$\begin{cases} \Omega_m^Z = U_m + \omega_m^Z; \\ \epsilon_m^Z = \dot{\omega}_m^Z + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \epsilon_{jkm} U_k (U_j + \omega_j^Z), \end{cases} \quad (77)$$

где Ω_m^Z, ϵ_m^Z – проекции векторов $\vec{\Omega}, \vec{\epsilon}$ в СКЗ, т.е.

$$\begin{cases} \vec{\Omega} = \sum_{m=1}^3 \Omega_m^Z \vec{Z}_m; \\ \vec{\epsilon} = \sum_{m=1}^3 \epsilon_m^Z \vec{Z}_m. \end{cases} \quad (78)$$

Подставив (78) в выражения для $\Omega_i^A, \Omega_i^B, \epsilon_i^A, \epsilon_i^B$ из (67) с учетом обозначений (7), получим:

$$\begin{cases} \tilde{\Omega}_i^A = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZA} \Omega_m^Z; \\ \tilde{\epsilon}_i^A = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZA} \epsilon_m^Z; \\ \tilde{\Omega}_i^B = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZB} \Omega_m^Z; \\ \tilde{\epsilon}_i^B = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZB} \epsilon_m^Z. \end{cases} \quad (79)$$

6.2. Модели поступательного движения объекта

Поступательное движение объекта относительно начала СКЗ зададим проекциями r_k вектора \vec{R} в СКЗ, а значит,

$$\vec{R} = \sum_{m=1}^3 r_m \vec{Z}_m. \quad (80)$$

Применяя операцию ДВ к (80), получим локальную производную

$$\dot{\vec{R}} = \sum_{m=1}^3 \dot{r}_m \vec{Z}_m. \quad (81)$$

Подставив (80), (81) в (23) с учетом того, что векторы \vec{U}, \vec{R}^Z заданы проекциями в СКЗ, получим:

$$\vec{V} = \dot{\vec{R}} = \sum_{m=1}^3 \dot{r}_m \vec{Z}_m + \sum_{j=1}^3 U_j \vec{Z}_j \times \sum_{k=1}^3 (r_k + R_k^Z) \vec{Z}_k. \quad (82)$$

Умножив (82) на вектор \vec{Z}_m скалярно, получим

$$V_m = \dot{r}_m + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \epsilon_{jkm} U_j (r_k + R_k^Z). \quad (83)$$

Применив операцию ДВ к (83) с учетом того, что $\dot{U}_j = 0, \dot{R}_k^Z = 0$, получим

$$\dot{V}_m = \ddot{r}_m + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \epsilon_{jkm} U_j \dot{r}_k. \quad (84)$$

Умножив векторное равенство

$$\vec{W} = \vec{V} = \dot{\vec{V}} + \vec{U} \times \vec{V} \quad (85)$$

скалярно на орт \vec{Z}_m с учетом того, что векторы $\dot{\vec{V}}, \vec{U}, \vec{V}$ заданы проекциями в СКЗ, получим

$$W_m = \dot{V}_m + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \epsilon_{jkm} U_j V_k. \quad (86)$$

Вектор \vec{L}^D задан проекциями в СКЗ, поэтому

$$\vec{L}^D = \sum_{k=1}^3 L_k^D \vec{Y}_k. \quad (87)$$

Орт \vec{Y}_k связан с ортом \vec{Z}_j зависимостью

$$\vec{Y}_k = \sum_{j=1}^3 H_{jk}^{ZY} \vec{Z}_j. \quad (88)$$

Двойное векторное произведение, входящее в (12) можно представить в виде

$$\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{L}^D) = \vec{\Omega} (\vec{\Omega} \cdot \vec{L}^D) - \vec{L}^D (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}). \quad (89)$$

Используя (87)–(89), перепишем (12) в виде

$$\begin{aligned} \vec{W}^D = \vec{W} + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^3 L_k^D \left\{ H_{jk}^{ZY} \epsilon_p^Z (\vec{Z}_p \times \vec{Z}_j) + \right. \\ \left. + [(\vec{Z}_j \cdot \vec{Y}_k) \cdot \vec{Z}_j - (\vec{Z}_p \cdot \vec{Z}_j) \cdot \vec{Y}_k] \Omega_j^Z \Omega_p^Z \right\}. \end{aligned} \quad (90)$$

Умножив (90) скалярно на орт \vec{Z}_m и используя (3), символы Леви-Чивита и Кронекера, перепишем (90):

$$\begin{aligned} W_m^D = W_m + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^3 L_k^D \left[\epsilon_{pjm} H_{jk}^{ZY} \epsilon_p^Z + \right. \\ \left. + (H_{jk}^{ZY} E_{jm} - E_{pj} H_{mk}^{ZY}) \Omega_j^Z \Omega_p^Z \right], \quad D = A, B. \end{aligned} \quad (91)$$

Итак, задавая проекции r_k , их первые \dot{r}_k и вторые \ddot{r}_k производные по времени и задавая проекции G_i, U_i, R_i^Z , учитывая, что

$$R_1^Z = 0, \quad R_2^Z = 0, \quad R_3^Z = R^Z, \quad (92)$$

где R^Z – радиус Земли, а затем последовательно применяя формулы (83), (84), (86), алгоритмы вычисления Ω_m^Z , ε_m^Z , и (91) на основе равенства

$$\vec{A}^D = \vec{W}^D - \vec{G}, \quad D = A, B \quad (93)$$

вычисляем модели сигналов акселерометров БИИ (А), БИИ (В) по формулам:

$$\vec{A}_i^A = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZA} (W_m^A - G_m); \quad (94)$$

$$\vec{A}_i^B = \sum_{m=1}^3 \tilde{C}_{mi}^{ZB} (W_m^B - G_m), \quad (95)$$

где \vec{A}_i^A , \vec{A}_i^B – проекции векторов \vec{A}^A , \vec{A}^B , являющиеся имитационными моделями для a_i^A , a_i^B .

6.3. Модели углового движения объекта

В выражениях (94), (95) использованы НК

$$\tilde{C}_{mi}^{ZD} = \vec{Z}_m \cdot \vec{X}_i^D, \quad (96)$$

которые должны быть вычислены на основе проекций U_k , Ω_k^Z путем интегрирования уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{C}}_{mi}^{ZD} &= \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 [\varepsilon_{kmj} U_k + \varepsilon_{kim} \Omega_k^Z] \times \\ &\times \tilde{C}_{ji}^{ZD}, \quad D = A, B. \end{aligned} \quad (97)$$

В выражениях (91) использованы НК (2), которые должны быть вычислены на основе проекций U_k , Ω_k^Z путем интегрирования уравнений:

$$\dot{H}_{ij}^{ZY} = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 [\varepsilon_{kim} U_k + \varepsilon_{kmi} \Omega_k^Z] H_{mj}^{ZY}. \quad (98)$$

6.4. Модели погрешностей датчиков поступательного и углового движения

Модели погрешностей БИИ (В) по условию задачи имеют вид

$$\Delta \tilde{\Omega}_i^B = \tilde{P}_{i0}^{\Omega B} + \sum_{j=1}^3 \tilde{P}_{ij}^{\Omega B} \tilde{A}_j^B + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \tilde{P}_{ijk}^{\Omega B} \tilde{A}_j^B \tilde{A}_k^B; \quad (99)$$

$$\Delta \tilde{A}_i^B = \tilde{P}_{i0}^{AB} + \sum_{j=1}^3 \tilde{P}_{ij}^{AB} \tilde{A}_j^B + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \tilde{P}_{ijk}^{AB} \tilde{A}_j^B \tilde{A}_k^B, \quad (100)$$

где проекции \tilde{A}_j^B вектора \vec{A}^B должны быть вычислены по формулам (95). В зависимостях (99), (100) использован символ «волна» над буквенными символами, указывающий на то, что эти буквенные символы относятся к обозначению величин, являющихся имитационными моделями соответствующих величин, обозначенных без символа «волна», т.е. $\Delta \tilde{\Omega}_i^B$, $\Delta \tilde{A}_i^B$ – это обозначения для имитационных моделей соответствующих величин $\Delta \Omega_i^B$, ΔA_i^B .

6.5. Начальные условия для ориентации объекта

Для интегрирования уравнений (97), (98) понадобятся начальные условия, т.е. значения НК

\tilde{C}_{ij}^{ZD} , H_{ik}^{ZY} в начальный момент времени $t = t_0$.

Согласно (2) имеет место зависимость:

$$\vec{Z}_i = \sum_{k=1}^3 H_{ik}^{ZY} \vec{Y}_k. \quad (101)$$

Подставив (101) в (7) и приписывая символ «волна», получаем:

$$\tilde{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{k=1}^3 H_{ik}^{ZY} (\vec{Y}_k \cdot \vec{X}_j^D)$$

или с учетом (2):

$$\tilde{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{k=1}^3 H_{ik}^{ZY} H_{kj}^{YD}, \quad (102)$$

где H_{kj}^{YD} – это НК от СКУ к СКХ^D, являющиеся постоянными величинами и характеризующие установку БИИ (D) на объекте, D = A, B. Таким образом для определения начальных условий для \tilde{C}_{ik}^{ZD} необходимо задать начальные условия для H_{ik}^{ZY} , направляющих косинусов H_{kj}^{YD} и вычислить \tilde{C}_{ij}^{ZD} по формулам (102).

Начальные условия для НК H_{ik}^{ZY} – это начальная ориентация объекта (СКУ) относительно Земли (СКЗ), которая в общем случае должна быть задана углами:

$$Q_k^0 = Q_k(t_0), \quad k = \overline{1,3}, \quad (103)$$

где Q_1 , Q_2 , Q_3 – соответственно углы крена (поперечной качки), тангажа (продольной качки), курса. Вычислив по алгоритму НК величины H_{ik}^{ZY} для аргументов (103), получим искомые начальные условия.

Заключение

1. Выполнено математическое описание для задачи определения калибровочных коэффициентов моделей погрешностей датчиков углового и поступательного движения калибруемой инерциальной навигационной системы (ИНС), установленной на движущемся объекте при условии наличия на этом же объекте эталонной ИНС, позволяющее составить алгоритм определения указанных калибровочных коэффициентов на основе:

- известной априорной информации о гравитационном поле и вращении Земли, расположении обеих ИНС на объекте, начальных условий об ориентации, движении и положении объекта;
- измерений сигналов датчиков эталонной и калибруемой ИНС.

2. Выполнено математическое описание для задачи построения имитационной модели определения указанных выше калибровочных коэффициентов, которое включает в себя выполненное по разделу 5 математическое описание и совокупность зависимостей, позволяющих на основе информации о кинематических характеристиках объекта определить имитационные модели сигналов

датчиков обеих ИНС и имитационные модели погрешностей калибруемой ИНС.

Литература

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961. – 824 с.

2. Дмитриев С.П. и др. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. – 208 с.

3. Щипицын А.Г. Обработка информации в инерциальных навигационных системах: монография. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. – 339 с.

4. Голиков В.П. и др. Алгоритмы калибровки платформенной инерциальной навигационной системы// Гироскопия и навигация. – 2006. – № 4. – С. 89.

5. Николаев С.Г. Калибровка БИНС с использованием моделей ошибок системы// Гироскопия и навигация. – 2006. – № 4. – С. 90–91.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БАРБАСОВА Татьяна Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

ВАСИЛЕНКО Максим Александрович – аспирант кафедры приборостроения ЮУрГУ.

ГОЙТИНА Екатерина Владимировна – младший научный сотрудник кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

ДАДАЕВ Сергей Григорьевич – доктор технических наук, профессор кафедры приборостроения ЮУрГУ.

ДЕЕВА Анастасия Сергеевна – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ.

ДИВНИЧ Петр Николаевич – аспирант кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

ЗЫРЯНОВ Георгий Валентинович – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

ИБАТУЛЛИН Вадим Мухаметович – ведущий инженер, руководитель группы отдела 47 ФГУП ГРЦ «КБ им. акад. В.П. Макеева».

КАЗАРИНОВ Лев Сергеевич – доктор технических наук, профессор, декан приборостроительного факультета ЮУрГУ, заведующий кафедрой автоматике и управления ЮУрГУ, научный консультант администрации Челябинской области.

КОПЦЕВ Леонид Алексеевич – кандидат технических наук, начальник лаборатории анализа и управления энергоресурсами Центра энергосберегающих технологий ОАО «ММК».

ОСТРОУХОВ Всеволод Викторович – магистрант кафедры систем управления ЮУрГУ.

ПАВЛОВСКАЯ Ольга Олеговна – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

ПЛОТНИКОВА Наталья Валерьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

ПОПОВА Ольга Валерьевна – ассистент кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

ТЕЛЕЖКИН Владимир Федорович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиотехнических системы ЮУрГУ.

ШНАЙДЕР Дмитрий Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

ЩИПИЦЫН Анатолий Георгиевич – доктор технических наук, заведующий кафедрой систем управления ЮУрГУ, действительный член Международной академии навигации и управления движением.

ЯПРЫНЦЕВА Илона Алексеевна – инженер Центра энергосберегающих технологий ОАО «ММК».

*Информация о «Вестнике ЮУрГУ» и требования к оформлению статей
доступны в Интернет по адресу:
<http://www.susu.ac.ru/ru/science/publish/vestnik/>*

**ВЕСТНИК
ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 7 (79) 2007**

**Серия
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ,
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»
Выпуск 5**

Издательство Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 08.05.2007. Формат 60×84 1/8. Печать трафаретная.
Усл. печ. л. 7,44. Уч.-изд. л. 6,51. Тираж 500 экз. Заказ 137/37.

Отпечатано в типографии Издательства ЮУрГУ. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.