

# ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 (136)  
2009

ISSN 1991-976X

СЕРИЯ

«КОМПЬЮТЕРНЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ,  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»

Выпуск 9

Учредитель – ГОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет».

**Редакционная коллегия серии:**

д.т.н., профессор **Шестаков А.Л.**

(*отв. редактор*);

д.т.н., профессор **Казаринов Л.С.**

(*зам. отв. редактора*);

д.т.н., профессор **Щипицын А.Г.**

(*зам. отв. редактора*);

д.т.н., профессор **Войтович Н.И.**;

д.т.н., профессор **Логиновский О.В.**;

д.т.н., профессор **Тележкин В.Ф.**;

д.т.н., профессор **Карманов Ю.Т.**;

д.т.н., профессор **Лысов А.Н.**;

к.т.н., доцент **Кафтанников И.Л.**;

**Фокин Л.А.** (*техн. редактор*)

Серия основана в 2001 году.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-26455  
выдано 13 декабря 2006 г. Федеральной службой по  
надзору законодательства в сфере массовых комму-  
никаций и охране культурного наследия.

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы  
данных ВИНТИ. Сведения о журнале ежегодно пуб-  
ликуются в международной справочной системе по  
периодическим и продолжающимся изданиям  
«Ulrich's Periodicals Directory»

Решением Высшей аттестационной комиссии  
Министерства образования и науки Российской Фе-  
дерации журнал включен в «Перечень ведущих ре-  
цензируемых научных журналов и изданий, в кото-  
рых должны быть опубликованы основные научные  
результаты диссертации на соискание ученой степени  
доктора и кандидата наук»

Подписной индекс 29008 в объединенном катало-  
ге «Пресса России»

Периодичность выхода – 2 номера в год

## СОДЕРЖАНИЕ

ХАСАНОВ А.Р., ШНАЙДЕР Д.А., НИКОЛАЕНКО А.В. Автоматизированная информационная система мониторинга остаточного ресурса энергетического оборудования (АИС «Ресурс») .....	4
НИКИТИН В.В. Формирование объектов профессиональной деятельности при проектировании образовательных стандартов профессионального образования .....	11
БЕЛОУСОВ М.Д., ШЕСТАКОВ А.Л. Метод самодиагностики термопреобразователя сопротивлений в процессе работы .....	17
ЛОГУНОВА О.С. Программное обеспечение для интерактивного проектирования и оценки работы зон вторичного охлаждения МНЛЗ .....	20
ПАНФЕРОВ В.И., АНИСИМОВА Е.Ю. Об оптимальном управлении отоплением зданий как процессом с распределенными параметрами .....	24
ПАНФЕРОВ С.В., ТЕЛЕГИН А.И., ПАНФЕРОВ В.И. К обоснованию метода структурно-параметрического синтеза автоматических регуляторов .....	29
ЕЛСАКОВ С.М., ШИРЯЕВ В.И. О многоэкстремальности в задачах оценивания состояния систем детерминированного хаоса .....	37
УСТЮГОВ М.Н., ЩИПИЦЫНА М.А. Результаты моделирования задачи идентификации погрешностей инерциальной навигационной системы .....	42
ПРОКУДИНА Л.А., САЛАМАТОВ Е.А. Математическое моделирование неустойчивости тонкого слоя вязкой жидкости .....	48
СТУКАЧ О.В. Статистическое моделирование характеристик управляемого аттенюатора с инвариантным к вносимому ослаблению фазовым сдвигом .....	55
ВОЛОВИЧ Г.И., НОВОСЕЛОВ А.Л. Система высокоточных измерений параметров электрической энергии .....	59
СУХОВИЛОВ Б.М. Определение оптимальных конфигураций звезд, визируемых системой астроориентации космических аппаратов .....	63
ПЛОТНИКОВА Н.В. Постановка задачи синтеза квазистационарной стохастической системы .....	68
ЛЕВИНА Г.А., СЛЕПОВА С.В. Влияние геометрических погрешностей на результирующие силы и моменты гидродинамического подвеса миниатюрного шарового гироскопа .....	72
КОЗЛОВ А.В. Математические модели для задач анализа функционирования БИНС на стендах .....	81
КЛИКУШИН Ю.Н., КОШЕКОВ К.Т., КОШЕКОВА Б.В. Система автоматического регулирования формы сигнала .....	83
ПОЛОВОВА Т.Н. Определение рационального времени освоения материала обучающимся при тестировании .....	86

## CONTENTS

KHASANOV A.R., SHNAIDER D.A., NIKOLAENKO A.V. Monitoring automated information system of power equipment remaining life (AIS «Resource»).....	4
NIKITIN V.V. Professional activity objects forming during professional education standards designing .....	11
BELOUSOV M.D., SHESTAKOV A.L. Method of the on-line self-diagnostic of the resistance temperature detector.....	17
LOGUNOVA O.S. Software for interactive design and work evaluation of secondary cooling zones of continuous casting machines .....	20
PANFEROV V.I., ANISIMOVA E.Y. On optimal control over heating of buildings as a distributed-parameter process .....	24
PANFEROV S.V., TELEGIN A.I., PANFEROV V.I. On justification of the method of structure parametric synthesis of automatic regulators.....	29
ELSAKOV S.M., SHIRYAEV V.I. On multiextremality in the estimation problems of deterministic chaos systems.....	37
USTYUGOV M.N., SHCHIPITSYNA M.A. Simulation results of the error identification problem of inertial navigation system .....	42
PROKUDINA L.A., SALAMATOV E.A. Mathematical simulation of treacle slice unsteadiness .....	48
STUKACH O.V. Statistical modelling of characteristics of controlled attenuator with phase shift invariant with respect to the introduced attenuation.....	55
VOLOVICH G.I., NOVOSELOV A.L. System of high-precision measurement of electric energy parameters .....	59
SYHOVILOV B.M. Definition of the optimal star configurations sighted by the astroorientation system of spacecraft.....	63
PLOTNIKOVA N.V. Problem statement of synthesis of quasipermanent stochastic system ...	68
LEVINA G.A., SLEPOVA S.V. Influence of geometrical errors upon resultant forces and torques of hydrodynamic suspension of diminutive spherical gyroscope .....	72
KOZLOV A.V. Mathematical models for hardware-in-the-loop SINS simulation .....	81
KLIKUSHIN Y.N., KOSHEKOV K.T., KOSHEKOVA B.V. Automatic control system of signal waveform .....	83
POLOVOVA T.N. Definition of the rational time for assimilation of teaching material by a student with testing .....	86

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ (АИС «РЕСУРС»)

*А.Р. Хасанов, Д.А. Шнайдер, А.В. Николаенко*

## MONITORING AUTOMATED INFORMATION SYSTEM OF POWER EQUIPMENT REMAINING LIFE (AIS «RESOURCE»)

*A.R. Khasanov, D.A. Shnaider, A.V. Nikolaenko*

В статье рассматривается автоматизированная информационная система «Ресурс», реализующая оригинальную методику оценки обобщенного остаточного ресурса энергетического оборудования в реальном времени и алгоритм оперативного контроля металла в целях рационального планирования ремонтно-профилактических работ по фактическому состоянию оборудования.

*Ключевые слова: обобщенный ресурс, остаточный ресурс, АСУТП, оперативный контроль, планирование ремонтов.*

The article considers the automated information system «Resource» which implements the know-how of estimation of generalized power equipment remaining life on a real time basis and the algorithms of on-line control of metal in order to plan the maintenance and repair works rationally according to the real equipment condition.

*Keywords: generalized resource, remaining life, industrial control, online control, maintenance and repair works.*

В настоящее время на многих электрических станциях промышленных предприятий сложились условия, при которых по многим позициям оборудования сроки эксплуатации значительно превышают парковый ресурс. Для такого оборудования существующие подходы к оценке ресурса и планированию ремонтных работ являются неэффективными и требуют существенной доработки.

Так, согласно существующей отраслевой системе технической диагностики и планово-предупредительных ремонтов контроль металла энергоагрегатов осуществляется в периоды капитальных ремонтов, проводимых в соответствии с нормативами через 4–5 лет. Однако для энергооборудования, выработавшего свой парковый ресурс, существующий плановый подход является малоэффективным. В данном случае целесообразным является проведение ремонтов по фактическому состоянию оборудования, определяемому на

основании контроля диагностических показателей эксплуатации и металлоконструкций.

Методы, объем и периодичность контроля при диагностике состояния металла выбираются таким образом, чтобы обеспечить высокую надежность эксплуатации всех узлов энергооборудования. Накопленный опыт оценки состояния элементов энергооборудования и порядок продления их ресурса после длительной эксплуатации показывает [1–5], что при наработке, превышающей проектную более чем в 2 раза, должны быть выполнены специальные ресурсные исследования, измерения и расчеты. По результатам этих исследований устанавливается индивидуальный ресурс элемента энергооборудования, т.е. максимальное приближение к предельному состоянию оборудования при сохранении требований к его надежности.

Из сказанного следует, что центральными проблемами обеспечения надежности и живучести ста-

---

**Хасанов Алексей Романович** – к.т.н., ассистент кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ; hasanov@ait.susu.ac.ru.

**Шнайдер Дмитрий Александрович** – к.т.н., доцент кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ; shnaider@ait.susu.ac.ru.

**Николаенко Алексей Васильевич** – аспирант кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ; nikolaenko@chel.iceu.ru.

---

**Khasanov Alexey Romanovich** – PhD, associate of automation and control department of SUSU; hasanov@ait.susu.ac.ru.

**Shnaider Dmitry Alexandrovich** – PhD, associate professor of automation and control department of SUSU; shnaider@ait.susu.ac.ru.

**Nikolaenko Alexey Vasilievich** – post-graduate student of automation and control department of SUSU; nikolaenko@chel.iceu.ru.



реющего оборудования являются проблема прогнозирования индивидуального ресурса оборудования и проблема гибкого планирования ремонтных работ. Решение этих проблем открывает дополнительные пути для получения экономического эффекта, позволяет предупреждать возможные отказы и непредвиденные достижения предельных состояний, более правильно планировать режимы эксплуатации, профилактические мероприятия и снабжение запасными частями. Более того, переход к индивидуальному прогнозированию ведет к увеличению среднего ресурса оборудования, поскольку уменьшает долю агрегатов, преждевременно снимаемых для ремонта, и открывает путь для обоснованного выбора оптимального срока эксплуатации. В ряде случаев рентабельная эксплуатация может быть продолжена в условиях сниженных нагрузок. Поэтому можно рассматривать прогнозирование индивидуального остаточного ресурса как своего рода систему управления процессом эксплуатации и технического обслуживания.

### **1. Методика оценки обобщенного остаточного ресурса энергетического оборудования**

Решение проблемы оценки индивидуального ресурса на практике затрудняется по следующим причинам:

- текущий контроль состояния оборудования может быть осуществлен лишь по ограниченному количеству показателей, в то время как принятие решения по продлению ресурса требует текущей оценки по всему множеству представительных показателей;
- необходимо рассматривать не только локальные частные показатели ресурса, но и формировать обобщенные агрегированные показатели, отражающие состояние агрегата в целом, на основе которых можно было бы принимать достоверные решения по планированию ремонтных работ.

Таким образом, для реализации индивидуального подхода к планированию ремонтных работ необходимо не только наличие диагностических систем контроля состояния энергооборудования, но и соответствующей алгоритмической и методической базы оценки и прогнозирования остаточного ресурса энергоагрегата по его текущему состоянию, основанных на систематизации информации о диагностических показателях эксплуатации и степени износа металлоконструкций.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что идентификация показателей процесса изменения ресурса оборудования при эксплуатации должна осуществляться на основе информации из различных источников таких, как результаты обследований во время ремонтных работ, результаты текущего контроля с использованием различных методов, статистики аварий, экспертные оценки.

Для сложных агрегатов число таких показателей может составлять десятки и более. Соответственно, по каждому из параметров оценивается свой

частный ресурс. Таким образом, контролируемый агрегат, являющийся объектом наблюдения, характеризуется множеством частных ресурсов:

$$\{R_i(t) : i \in I_R\}, \quad (1)$$

где  $R_i(t)$  – частный ресурс агрегата по  $i$ -му показателю работоспособности;  $I_R$  – индексное множество частных ресурсов.

На сегодняшний день существует множество методов контроля и диагностики технического состояния оборудования, которые, в основном, направлены на выявление наиболее проблемных узлов контролируемого агрегата. Данный подход к оценке ресурса агрегата предполагает выявление таких показателей работоспособности, по которым частный ресурс контролируемого агрегата является минимальным. Аналитически данный подход можно записать в следующем виде:

$$R_{\min}(t) = \min_{(i \in I_R)} \{R_i(t)\}, \quad (2)$$

где  $R_{\min}(t)$  – оценка критического ресурса агрегата.

Такой подход для отдельных агрегатов, безусловно, является оправданным, так как позволяет одновременно решать задачу диагностики состояния оборудования и предупреждать возникновение аварий на основе целенаправленных профилактических ремонтов. Поэтому детализованный контроль частных показателей является обязательным для всех методик прогнозирования предаварийных ситуаций.

Однако данный подход обладает недостатками. Во-первых, объем контролируемых показателей работоспособности всегда является ограниченным. Неконтролируемые параметры могут обусловить непрогнозируемую аварийную ситуацию. Поэтому оценка критического ресурса (2) контролируемого агрегата является неполной и должна рассматриваться в качестве одной из возможных, хотя и достаточно представительных оценок, но требующей дальнейшего уточнения. Во-вторых, на практике, как правило, не представляется возможным одновременно производить диагностику всего парка контролируемого оборудования традиционными методами.

Более того, некоторые методы диагностики требуют вывода оборудования из эксплуатации. В связи с этим, особо важное значение имеет решение задачи мониторинга общего технического состояния оборудования в реальном времени, с целью выявления отдельных агрегатов, требующих проведения более детальных обследований известными методами. Здесь знание обобщенного технического состояния оборудования позволяет оценить надежность всего технологического комплекса в целом и правильно распределить ресурсы на проведение ремонтно-профилактических работ по видам оборудования.

Для устранения указанных выше недостатков является целесообразным применение методики оценки и прогнозирования обобщенного остаточного ресурса энергооборудования, приведенной далее.

Методика предусматривает ввод дополнительной оценки обобщенного ресурса агрегата на основе его частных ресурсов, представляющих собой нормированные оценки состояния оборудования по отдельно взятым показателям работоспособности, например: коэффициент готовности агрегата (показатель, учитывающий статистику аварий); назначенный ресурс по металлу (показатель, учитывающий старение металлоконструкций); показатели вибрационной обстановки оборудования и др.

Эксплуатация любого энергооборудования характеризуется глубинными процессами, связанными со снижением его ресурса, в частности, параметрических ресурсов, которые отражают запас изменения параметров объекта контроля до критической границы:

$$r_i(t) = (\Pi_{\text{доп}}^{\text{ав}} - \Pi_i(t)) / (\Pi_{\text{доп}}^{\text{ав}} - \Pi_{\text{ном}}), \quad (3)$$

где  $\Pi_i$  – текущее значение  $i$ -го параметрического показателя работоспособности;  $\Pi_{\text{доп}}^{\text{ав}}$  – предельное (аварийное) значение  $\Pi_i$ ,  $\Pi_{\text{ном}}$  – номинальное (рабочее) значение  $\Pi_i$ ;  $r_i$  – частный параметрический ресурс контролируемого агрегата по  $\Pi_i$ .

Общее состояние объекта контроля характеризуется также режимными факторами, учитываемыми условия и режимы эксплуатации технического объекта, превышение установленных значений которых ухудшает состояние объекта. Действие режимных факторов носит, как правило, интегральный характер, поэтому нормируются их интегральные величины:

$$\rho_j(t) = 1 - b \int_{t_k}^t \varphi_j(\tau) d\tau; \quad (4)$$

$$\varphi_j = \begin{cases} |P_{\text{доп}}^{\pm} - P_j|, & P_j \notin [P_{\text{доп}}^-, P_{\text{доп}}^+]; \\ 0, & P_j \in [P_{\text{доп}}^-, P_{\text{доп}}^+], \end{cases}$$

где  $P_j$  –  $j$ -й режимный показатель работоспособности;  $\rho_j$  – частный режимный ресурс контролируемого агрегата по показателю  $P_j$ ;  $\varphi_j$  – функция отклонения  $P_j$  от диапазона допустимых значений  $[P_{\text{доп}}^-, P_{\text{доп}}^+]$ ;  $b$  – нормирующий коэффициент;  $[t_k, t]$  – интервал времени с момента окончания  $k$ -го рассматриваемого ремонта до текущего момента времени.

Таким образом, рассмотренные параметрические (3) и режимные (4) ресурсы оборудования составляют множество частных ресурсов (1), характеризующих внутреннее состояние агрегата.

Однако наряду с задачей оценки внутреннего технического состояния агрегата существует задача внешней оценки его технического состояния, необходимой для рассмотрения надежности всего технологического комплекса в целом, элементом

которого является данный агрегат. Типовым подходом обобщенной внешней оценки агрегата является оценка параметра потока неисправностей  $\lambda_H$  и связанной с ним оценкой времени между событиями этого потока  $\tau_H$ . В общем случае параметры  $\lambda_H$  и  $\tau_H$  являются случайными величинами, имеющими нестационарный характер (рис. 1).

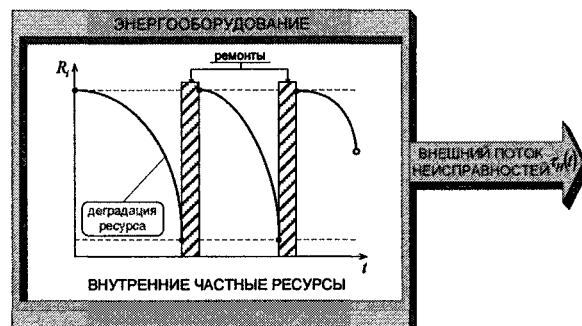


Рис. 1. Графическое представление ресурса энергооборудования:

Принимается, что  $\{R_i\}$  – это множество частных ресурсов;  $\tau_H(t)$  – время между событиями внешнего потока текущих неисправностей

Далее, можно сформулировать следующие две основные задачи:

- оперативное распознавание предаварийной ситуации;
- оценка текущего остаточного ресурса стареющего оборудования.

Рассмотрим постановку задачи оперативного распознавания предаварийной ситуации на контролируемом оборудовании.

Необходимо найти решающую функцию:

$$R_O(\{R_i\}, t) \leq R_d : \mu(t), \quad (5)$$

где  $R_O$  – обобщенный параметрический ресурс оборудования;  $R_d$  – значение предаварийной границы для обобщенного параметрического ресурса;  $\mu(t)$  – индикаторная функция.

Решающая функция (5) описывает два основных состояния контролируемого оборудования:

- неравенство (5) выполнено – прогнозируется аварийная ситуация на ближайшем интервале времени  $\Delta t_p$ ;
- неравенство (5) не выполнено – аварийная ситуация не прогнозируется.

Возможны следующие ошибки решения неравенства (5):

- решающей функцией прогнозируется нормальная работа оборудования, а в действительности произошел отказ – ситуация пропуска аварийной ситуации  $\mu_{\text{пр}}(t) = 1$ ;
- решающей функцией прогнозируется аварийная ситуация на оборудовании, а в действи-

тельности отказа не было – ситуация возникновения ложной тревоги  $\mu_{ЛТ}(t) = 1$ .

Запишем относительные частоты возникновения указанных ошибок решения:

$$P_{ПР}(t) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \mu_{ПР,s}(t); \quad (6)$$

$$P_{ЛТ}(t) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \mu_{ЛТ,s}(t), \quad (7)$$

где  $N$  – общее число рассматриваемых отказов.

Обобщенный параметрический ресурс оборудования рассчитывается по формуле [4]:

$$R_O(t) = \prod_{i=1}^n R_i^{\alpha_i}(t); \quad (8)$$

$$\alpha_i \geq 0, \sum_i \alpha_i = 1, i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

где  $\alpha_i$  – удельные весовые коэффициенты частных параметрических ресурсов в составе обобщенного;  $n$  – общее число рассматриваемых частных ресурсов.

Из формулы обобщенного ресурса (8) и накладываемых ограничений (9) видно, что обобщенный ресурс отражает аварийные ситуации для сложного агрегата, так как если по какому-либо частному параметрическому показателю возникла аварийная ситуация ( $R_i(t) = 0$ ), то  $R_O(t)$  также покажет аварийную ситуацию ( $R_O(t) = 0$ ). И наоборот, если все параметрические частные показатели находятся в области своих рабочих значений ( $R_i(t) = 1, i = \overline{1, n}$ ), то и обобщенный ресурс покажет нормальное рабочее состояние оборудования в целом ( $R_O(t) = 1$ ). При этом, если один из весовых коэффициентов частных ресурсов равен 1 ( $\alpha_i = 1$ ), то обобщенный ресурс будет равен значению соответствующего частного ресурса. Следовательно, обобщенный параметрический ресурс (8) может быть использован в решении задачи оперативного распознавания предаварийных ситуаций на контролируемом оборудовании.

В итоге, ставится задача найти оптимальные значения  $\alpha_i$  и  $R_d$  с точки зрения минимума пропусков аварийных ситуаций и возникновения ложных тревог. Формализованная постановка задачи:

$$\min_{\{\alpha_i\}, R_d} (P_{ПР} + P_{ЛТ}). \quad (10)$$

Далее рассмотрим задачу оценки текущего параметрического остаточного ресурса оборудования.

Для оценки текущего остаточного ресурса оборудования, выраженного в единицах времени, необходимо найти функциональную зависимость

$$\tau_H(t) = a_0 R_O(\{R_i\}, t), \quad (11)$$

где  $\tau_H$  – оценка времени между отказами рассматриваемого потока;  $a_0$  – масштабный коэффициент ( $a_0 > 0$ ).

Оценка остаточного ресурса в относительных единицах (0...1 или 0...100 %) может быть рассчитана по формуле [4]:

$$R_{ОСТ}(t) = (\tau_H(t) - t) / \tau_H(t), \quad (12)$$

где  $R_{ОСТ}$  – остаточный ресурс оборудования;  $t$  – текущее время с момента окончания последнего текущего ремонта.

Функциональная зависимость (11) может быть определена следующим образом:

$$\tau_H(t) = t + \Delta\tau(t) : v(t); \quad (13)$$

$$\Delta\tau(t) = a_0 \prod_{i=1}^n R_i^{\sigma_i}(t); \quad (14)$$

$$\sigma_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \sigma_i = 1, i = \overline{1, n},$$

где  $\Delta\tau$  – выработка интервала времени между отказами  $\tau_H$ ;  $\sigma_i$  – удельные весовые коэффициенты рассматриваемых частных ресурсов оборудования в составе  $\Delta\tau$ ;  $a_0$  – масштабный коэффициент;  $v(t)$  – индикаторная функция ошибок.

В этом случае возможны ошибки, аналогичные рассмотренным ранее, а именно:

1.  $v_{ПР}(t) = 1$  – пропуск аварийной ситуации.
2.  $v_{ЛТ}(t) = 1$  – возникновение ложной тревоги.

Относительные частоты возникновения указанных ошибок запишем по аналогии с формулами (6) и (7):

$$P_{ПР}(t) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N v_{ПР,s}(t);$$

$$P_{ЛТ}(t) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N v_{ЛТ,s}(t).$$

В итоге ставится задача найти оптимальные значения  $\sigma_i$  и  $a_0$  с точки зрения минимума пропусков аварийных ситуаций и возникновения ложных тревог. Формализация поставленной задачи:

$$\min_{\{\sigma_i\}, a_0} (P_{ПР} + P_{ЛТ}). \quad (15)$$

Методы решения поставленных задач (10) и (15), с применением методов интеллектуального анализа данных, подробно описаны в [4].

## 2. Алгоритм оперативной оценки обобщенного остаточного ресурса энергооборудования с учетом состояния металла

Одним из ключевых и наиболее важных показателей работоспособности, определяющих срок службы энергоагрегатов, работающих в условиях высоких температур и давлений, является состояние металла. Далее рассмотрим алгоритм оперативной оценки

обобщенного остаточного ресурса энергетического оборудования с учетом состояния металла.

Одной из основных причин повреждения металла энергооборудования, эксплуатируемого при высокой температуре, является его ползучесть. Ползучесть – это пластическая деформация, которая увеличивается со временем под действием постоянного напряжения при постоянной высокой температуре [2]. Процессы ползучести металла наблюдаются также при относительно низких температурах и напряжениях, однако скорость ползучести в таких случаях может быть пренебрежимо малой. Графическая зависимость изменения деформации от времени, называемая кривой ползучести, приведена на рис. 2.

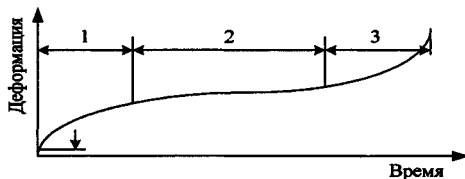


Рис. 2. Зависимость деформации от времени (кривая ползучести):

- 1 – неустановившаяся ползучесть;
- 2 – установившаяся ползучесть;
- 3 – ускоренная ползучесть

Обычно кривая ползучести характеризуется тремя стадиями.

В стадии 1 – неустановившейся (первичной) ползучести – скорость деформации уменьшается с течением времени.

В стадии 2 – установившейся (вторичной) ползучести – скорость деформации остается практически постоянной.

В стадии 3 – ускоренной ползучести (стадии разрушения) – скорость деформации увеличивается с течением времени. Увеличение скорости ползучести на третьей стадии связано обычно с возрастанием нагрузки и физическими изменениями структуры металла. Третья стадия завершается лавинной ползучестью – разрушением.

Продолжительность каждой стадии зависит от свойств металла, температуры и напряжения. Иногда ползучесть может протекать в течение длительного времени и практически не достигать третьей стадии. Если напряжение и температура очень высоки, то вторая стадия процесса ползучести может отсутствовать (первая стадия непосредственно переходит в третью).

Для оценки времени до разрушения элементов паропроводов может быть использована обобщенная параметрическая зависимость Ларсона–Миллера [2], в которой, помимо напряжения, температуры и времени, учитываются действующие напряжения и механические свойства материалов паропроводов:

$$\lg \tau_p = -\frac{10^3}{T} \left( 5,3 \left( \lg \frac{\sigma}{\sigma_b^{20}} + 0,9 \right) - LM^* \right) - 20, \quad (16)$$

где  $LM^*$  – коэффициент Ларсона–Миллера;  $T$  – температура рабочей среды, К;  $\sigma$  – действующее напряжение, МПа;  $\sigma_b^{20}$  – временное сопротивление разрыву при температуре 20 °С, МПа.

Как показали статистические данные [2], разрушение гибов из стали 12Х1МФ происходит преимущественно при коэффициенте Ларсона–Миллера  $LM^* > 20$ .

Таким образом, алгоритм оперативного расчета обобщенного остаточного ресурса оборудования с учетом состояния металла может быть представлен в следующем виде:

1. Составление статистической базы данных используемых в энергетическом оборудовании гибов.

2. Определение экспертами диагностируемых гибов по следующим критериям:

- гибы, работающие в наиболее жестких условиях (высокие температура, давление);
- гибы, обладающие наибольшим временем наработки.

3. При проведении останова энергетического оборудования измерение действующего напряжения ( $\sigma$ , МПа) и временного сопротивления разрыву при температуре 20 °С ( $\sigma_b^{20}$ , МПа).

4. Измерение и накопление значений контролируемых показателей работоспособности  $P_i$  и  $P_j$ .

5. Расчет значения критического ресурса (2) оборудования.

6. Вычисление расчетного времени до разрушения каждого выбранного элемента энергетического оборудования по формуле (16)

7. Выбор минимального значения расчетного времени до разрушения среди выбранных элементов  $\tau_{\min} = \min(\tau_j)$ .

8. Вычисление доли исчерпания ресурса  $\bar{\tau} = \tau / \tau_p$ .

9. Расчет обобщенного остаточного ресурса энергооборудования по формулам (12)–(14) и корректировка работы энергетического оборудования с учетом расчетного времени  $\tau_{\min}$ .

Применение данного алгоритма позволит повысить точность и достоверность оценки остаточного ресурса агрегата за счет оперативного контроля состояния металла, режимов работы оборудования, а также статистических и фактических показателей его работоспособности.

Описанные выше методика и алгоритм оценки остаточного ресурса энергооборудования легли в основу разработанной программы для ЭВМ «Автоматизированная информационная система «Ресурс».

### 3. Программное обеспечение АИС «Ресурс»

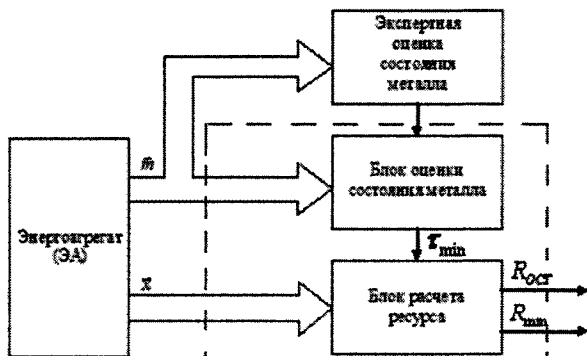
Разработанная АИС «Ресурс» предназначена для мониторинга и прогнозирования остаточного

ресурса энергетического оборудования, а также для ведения информационной базы данных по энергетическому оборудованию. Структурная схема автоматизированной системы оценки остаточного ресурса энергооборудования приведена на рис. 3.

АИС «Ресурс» обеспечивает выполнение следующих функций:

- ведение информационной базы данных показателей работоспособности и ремонтной статистики оборудования;
- расчет и графическое отображение критического и остаточного ресурсов оборудования;
- прогнозирование остаточного ресурса оборудования на заданный интервал времени;
- расчет и графическое отображение вероятностных оценок возникновения аварийных ситуаций на контролируемом оборудовании;
- расчет и графическое отображение ремонтных приоритетов оборудования.

Автоматизированная информационная система «Ресурс» состоит из 7 основных модулей: информационной базы данных, ОРС-клиента, модуля расчета обобщенного, частного и критического ресурсов, программного обеспечения (ПО) операторов производственно-технических отделов (ПТО), ПО технических экспертов и ПО администрирования.



**Рис. 3. Структурная схема автоматизированной системы оценки остаточного ресурса энергооборудования**

В информационной базе данных хранятся сведения о структуре станций, информация об основных эксплуатационных характеристиках агрегатов, параметрах расчета обобщенного и критического ресурса. При каждом добавлении в базу данных новой записи о параметрах эксплуатационных характеристик агрегата активизируется модуль расчета обобщенного, критического и частных ресурсов. Данный модуль работает на сервере АИС «Ресурс» постоянно, в фоновом режиме ожидания добавления новой записи или изменения уже существующей записи.

Конфигурирование работы системы осуществляется посредством программного обеспечения администрирования

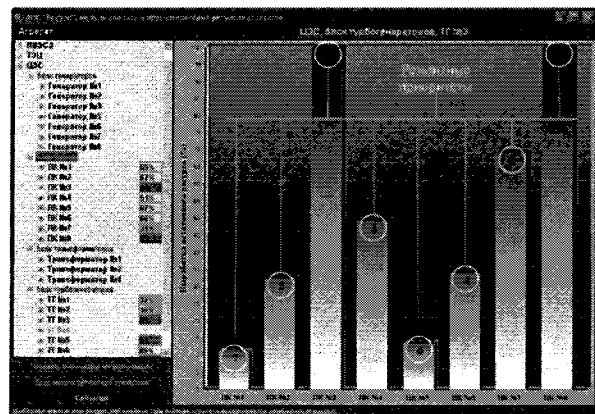
Посредством ПО технических экспертов обеспечивается расчет и графическое отображение критического и остаточного ресурсов оборудования, графическое отображение частных ресурсов по рассматриваемым показателям работоспособности, расчет и отображение прогнозных значений остаточного ресурса оборудования, вероятностных оценок возникновения аварийных ситуаций на контролируемом оборудовании, а также графиков ремонтных приоритетов.

При рассмотрении целого парка энергетического оборудования и, как правило, дефицитном ремонтном фонде предприятия, зачастую возникает задача оперативного планирования ремонтно-профилактических работ по фактическому состоянию оборудования. По сути дела, необходимо обоснованно установить четкую очередность вывода того или иного оборудования в ремонт. В разработанном ПО АИС «Ресурс» реализован подход к оперативному планированию ремонтно-профилактических работ, основанный на расстановке ремонтных приоритетов контролируемого оборудования. Расстановку ремонтных приоритетов производится, исходя из выработки (17) обобщенного остаточного ресурса однотипного оборудования.

$$L_k(t) = (1 - R_{ост}^k(t)) \cdot 100\%, \quad (17)$$

где  $L_k$  – выработка остаточного ресурса  $k$ -го оборудования;  $R_{ост}^k$  – остаточный ресурс  $k$ -го оборудования на момент принятия решения.

Далее, необходимо произвести ранжирование полученных значений выработки в порядке убывания и присвоить каждому из агрегатов соответствующий номер. На рис. 4 приведен пример окна ПО АИС «Ресурс» расстановки ремонтных приоритетов для парка однотипного энергетического оборудования. Каждому агрегату присваивается ремонтный приоритет, который отображается на графике в верхней части столбиковой диаграммы. Единица присваивается агрегату с наибольшей выработкой остаточного ресурса.



**Рис. 4. Окно ремонтных приоритетов парка энергетического оборудования**

Чем больше выработка остаточного ресурса агрегата, тем выше его ремонтный приоритет. Назначение ремонтных приоритетов контролируемого оборудования позволяет устанавливать четкую очередность проведения ремонтно-профилактических работ.

#### Выводы

1. Предложена методика оценки обобщенного остаточного ресурса энергетического оборудования в реальном времени на основе данных эксплуатации и оперативного контроля состояния металла, позволяющая автоматизировать мониторинг и прогнозирование общего технического состояния контролируемого оборудования.

2. Предложен подход к приоритетному планированию ремонтно-профилактических работ на основе текущих или прогнозных значений оценки остаточного ресурса контролируемого оборудования по обобщенным показателям, позволяющий обоснованно установить очередность проведения ремонтно-профилактических работ для парка контролируемого оборудования с целью минимизации риска возникновения аварийных ситуаций.

3. Разработана программа для ЭВМ АИС «Ресурс», предназначенная для автоматизации мониторинга и прогнозирования обобщенного остаточного ресурса энергетического оборудования по текущему состоянию в реальном времени, ведения информационной базы данных по данному

оборудованию, а также осуществляющая поддержку в решении задач оперативного планирования ремонтно-профилактических работ для парка однотипного оборудования по его фактическому состоянию.

#### Литература

1. Березина, Т. Г. *Диагностирование и прогнозирование долговечности металла теплоэнергетических установок* / Т. Г. Березина, Н. В. Бугай, И. И. Трунин. – Киев: Техника, 1991.

2. *Живучесть паропроводов стареющих тепловых электростанций* / Ю. Л. Израилев, Ф. А. Хромченко, А. П. Ливинский и др.; под ред. Ю. Л. Израилева и Ф. А. Хромченко. – М.: ТЕРУС ПРЕСС, 2002. – 616 с.

3. Резинских, В. Ф. *Ресурс и надежность металла паровых турбин тепловых электростанций* / В. Ф. Резинских, В. И. Гладштейн // *Теплоэнергетика*. – 2004. – № 4.

4. Хасанов, А. Р. *Автоматизация мониторинга и прогнозирования остаточного ресурса стареющего оборудования с использованием обобщенных показателей: автореферат дис. канд. тех. наук* / А. Р. Хасанов. – Челябинск: РЕКПОЛ, 2007. – 24 с.

5. *Generic Guidelines for The Life Extension of Fossil Fuel Power Plants: EPRI CS-4778, Project 2596-1 Final Report*. – Palo-Alto, California, 1986.

Поступила в редакцию 16 мая 2008 г.

# ФОРМИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

*В.В. Никитин*

## PROFESSIONAL ACTIVITY OBJECTS FORMING DURING PROFESSIONAL EDUCATION STANDARDS DESIGNING

*V.V. Nikitin*

Рассмотрены вариационные методы агрегирования объектов профессиональной деятельности в задачах проектирования образовательных стандартов профессионального образования.

*Ключевые слова: образовательный стандарт, проектирование, агрегирование.*

Variation methods of professional activity objects aggregation are considered in a problems of professional education standards designing.

*Keywords: educational standard, designing, aggregation.*

Решение задачи разработки государственных профессиональных и образовательных стандартов профессионального образования представляет собой многоэтапный процесс анализа, оценивания и обработки больших массивов информации.

Важным этапом этого процесса является определение объектов профессиональной деятельности (ОПД) специалиста, относительно которых «выстраиваются» его профессиональные компетенции. Сегодня общепризнанным способом идентификации таких сложных объектов являются онтологии, на основе которых уже можно идентифицировать основные ОПД [1].

Для ОПД в технической сфере целесообразно использовать перечень этапов жизненного цикла (ЭЖЦ): научные исследования; проектирование; производство; маркетинг и продажа; эксплуатация; утилизация. Представлена формализованная постановка задачи и описываются методы выделения классов ОПД, синтезируемые на основе алгоритмов автоматической классификации [2, 3].

Связь между ОПД и ЭЖЦ в сфере образования будем оценивать «коэффициентом актуальности» (КА), определяющим актуальность подготовки специалистов, компетенции которых будут связаны с данным классом ОПД, рассматриваемых для определенного ЭЖЦ. Сама актуальность определяется состоянием рынка труда, перспективами развития научно-технического прогресса, социальной престижностью профессий и рода занятий.

Оценки КА могут быть получены в основном экспертным путем, однако для повышения их объек-

тивности экспертные методы необходимо дополнять статистическими методами оценивания. В качестве наиболее целесообразного инструмента формирования таких оценок в статье предлагается воспользоваться аппаратом экспертно-статистической обработки информации [4, 5].

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим формализованную постановку задачи выделения классов ОПД.

Обозначим:  $V = \{v_n \mid n = 1 \dots N_V\}$  – множество ОПД; элемент множества представляет собой код ОПД;  $X = \{\chi_n \mid n = 1 \dots N_V\}$  – вектор наименований ОПД; элементы вектора – наименования ОПД;  $M = \{\mu_n\}$ ,  $n = 1 \dots N_V$  – вектор описаний ОПД; элементы вектора – текстовые описания ОПД;  $R = \{r_{ij}\}$ ,  $i, j = 1 \dots N_V$ ,  $i \neq j$  – матрица связей между ОПД.

Результат решения задачи разделения множества объектов на классы должен быть представлен следующей выходной информацией:  $Q' = \{q'_i \mid i' = 1 \dots N'\}$  – множество классов ОПД; элемент множества – код класса ОПД;  $\Phi'_{ij} \mid i' = 1 \dots N'$ ;  $j' = 1 \dots N'$  – матрица связности классов ОПД, элемент  $\Phi'_{ij}$  этой матрицы равен 1, если  $i'$ -й класс ОПД связан с  $j'$ -м ОПД, 0 – в противном случае.

В работе [6] обсуждаются разные варианты подхода к решению задачи классификации ОПД на основе методов автоматической классификации. Ниже более подробно рассматривается вариационный подход.

## 2. Вариационный подход к решению задачи агрегирования

Пусть имеется  $N_v$  элементов  $v_1 \dots v_{N_v}$  и соответствующая им матрица связей  $R = \{r_{ij}\}$ ,  $i, j = 1 \dots N_v$ ,  $i \neq j$ , все компоненты которой неотрицательные числа.

Пользуясь матрицей  $R$ , требуется разбить элементы на  $N'$  подмножеств (агрегатов)  $q'_1 \dots q'_N$ , где число  $N'$  считается заданным заранее.

В результате ряда теоретических и экспериментальных исследований установлено [2, 3], что в достаточно широком классе задач удовлетворительные результаты агрегирования достигаются при максимизации функционала

$$F = \sum_{k=1}^{N'} \frac{m_k}{N_v} \left[ \frac{1}{m_k(m_k-1)} \sum_{i,j \in q'_k, i \neq j} r_{ij} \right] = \frac{1}{N_v} \sum_{k=1}^{N'} \frac{1}{(m_k-1)} \sum_{i,j \in q'_k, i \neq j} r_{ij}, \quad (1)$$

где  $m_k$  – число элементов в соответствующем агрегате. Условие  $i \neq j$  введено в (1) для того, чтобы величина внутренней связи элемента с самим собой (если таковая имеется) не влияла на результат агрегирования. Для определенности при  $m_k = 1$  будем полагать

$$\frac{1}{m_k-1} \sum_{i,j \in q'_k, i \neq j} r_{ij} = 0.$$

Сумма  $\sum_{i,j \in q'_k, i \neq j} r_{ij}$  есть сумма всех величин

связи между разными элементами, попавшими в один агрегат  $q'_k$ . Величина  $m_k(m_k-1)$  – общее число таких величин, а число  $m_k / N_v$  – доля элемен-

большого размера за счет меньшей плотности агрегатов малого размера.

Вопрос о выборе функционала при реализации вариационного подхода совсем не тривиален. Оказывается, что многие функционалы, имеющие физический смысл близкий к введенному выше функционалу  $F$ , приводят к результатам, явно противоречащим нашим представлениям о «хорошем» агрегировании. В качестве примеров такого рода рассмотрим функционалы

$$F_1 = \sum_{k=1}^N \sum_{i,j \in q_k, i \neq j} r_{ij};$$

$$F_2 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{m_k(m_k-1)} \sum_{i,j \in q_k, i \neq j} r_{ij}.$$

Функционал  $F_1$  кажется на первый взгляд разумным, так как его максимизация означает такое разделение элементов на агрегаты, при котором сумма всех внутриагрегатных связей будет максимальной. Вместе с тем, величина  $F_1$  при прочих равных условиях будет тем большей, чем больше компонент матрицы  $A$  попадет в блоки. Поэтому, если бы все компоненты матрицы  $A$  были равны между собой, то при  $N = 2$  максимум функционала  $F_1$  достигался бы при таком разбиении элементов на два (непустых) агрегата, при котором в один агрегат попадет  $(N_v - 1)$  элементов, а в другой – только один элемент (рис. 1).

Функционал  $F_2$  имеет смысл суммы средних величин внутриагрегатных связей, т.е. смысл, весьма близкий к смыслу функционала  $F$ . Вместе с тем, специальные экспериментальные исследования показали [2], что максимизация функционала  $F_2$  в сложных случаях приводит к неудовлетворительным результатам. При достаточно большом числе агрегатов максимуму  $F_2$  часто соответствует

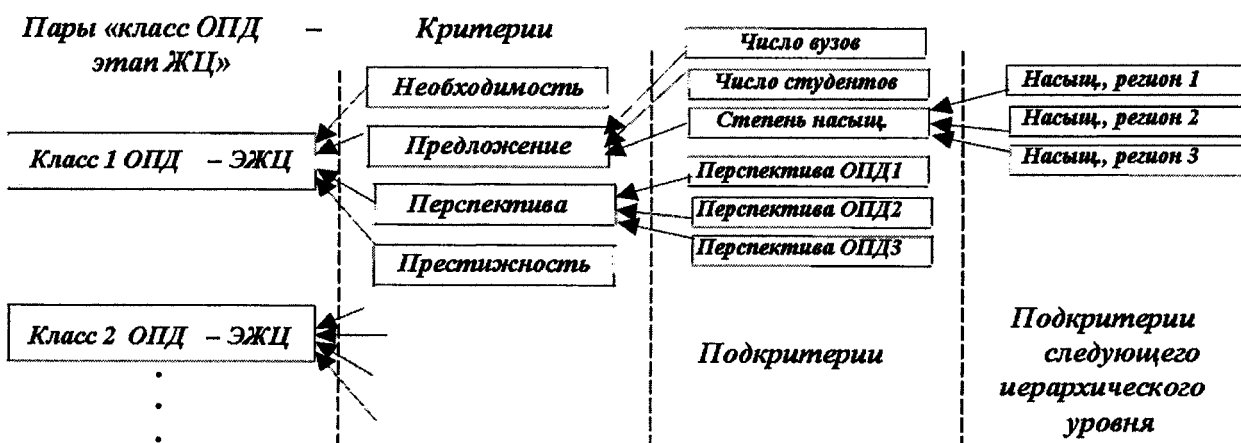


Рис. 1. Дерево принятия решений

тов, попавших в агрегат  $q'_k$ . Поэтому функционал  $F$  имеет смысл суммы взвешенных средних величин связи внутри каждого агрегата, причем коэффициенты взвешивания пропорциональны размерам агрегата. В связи с этим максимизация функционала  $F$  приводит к более «плотным» агрегатам

разбиение, в котором все агрегаты, кроме одного, состоят из пары наиболее близких элементов. Однако из причин этого заключается в том, что любой  $k$ -й член

$$\frac{1}{m_k(m_k-1)} \sum_{i,j \in q_k, i \neq j} r_{ij}$$



функционала  $F_2$  не зависит от числа классов, но быстро падает с ростом  $m_k$ .

Алгоритм поиска локального экстремума функционала  $F$  строится следующим образом. Пусть имеется некоторое начальное разбиение множества объектов на агрегаты. На каждом шаге алгоритма осуществляется пробный перенос некоторого очередного элемента из того агрегата, в котором он находится к данному шагу, последовательно во все остальные агрегаты, начиная с первого. При каждом таком переносе подсчитывается новое значение функционала  $F$  и сравнивается со значением этого функционала до переноса. Если при очередном пробном переносе данного элемента значение функционала возросло, то рассматриваемый элемент остается в новом агрегате. На этом выполнение данного шага алгоритма заканчивается. Если же после пробных переносов во все другие агрегаты значение функционала  $F$  ни разу не возросло, то рассматриваемый элемент остается в том же агрегате, в котором он находился до осуществления данного шага. Затем алгоритм переходит к следующему шагу, на котором осуществляются пробные переносы следующего элемента. Алгоритм останавливается после того, как просмотр всех элементов не приводит к изменению ни одного из агрегатов. Таким образом, если считать, что «окрестностью» некоторого разбиения является совокупность всех разбиений, отличающихся от данного местоположением только одного элемента, то рассмотренный алгоритм доставляет функционалу экстремум, локальный по отношению к

В качестве начального разбиения в этом алгоритме может использоваться любое разбиение элементов на  $L$  агрегатов.

### 3. Эвристический подход к решению задачи агрегирования

Эффективность эвристических алгоритмов решения задачи агрегирования зависит от сложности задачи. Если элементы действительно группируются в «плотные» агрегаты, а связь между любыми элементами из разных агрегатов существенно меньше, чем между элементами из одного агрегата, то такие алгоритмы дают хорошее решение задачи агрегирования. Однако встречающаяся в реальных задачах ситуация редко бывает столь идеальной, так что лишь «в среднем» элементы из одного агрегата сильнее связаны, чем элементы из разных агрегатов. И чем сложнее задача, т.е. чем сильнее она отличается от «идеальной», тем труднее выделить агрегаты и тем сложнее для этого должен быть алгоритм.

Рассмотрим один из наиболее распространенных эвристических алгоритмов – иерархический алгоритм агрегирования «Объединение» [2].

Пусть два подмножества  $q_p$  и  $q_s$  элементов включают соответственно  $m_p$  и  $m_s$  элементов. Бу-

дем измерять силу «связи» или степень «близости» между этими двумя подмножествами величиной

$$K(q_p, q_s) = \frac{1}{m_p m_s} \sum_{i \in q_p} \sum_{j \in q_s} r_{ij}. \quad (2)$$

Каждый шаг алгоритма заключается в объединении в один агрегат двух наиболее «близких» друг к другу агрегатов, полученных в результате предыдущих шагов алгоритма, так что на каждом шаге число построенных алгоритмом агрегатов уменьшается на единицу. Работа алгоритма продолжается до тех пор, пока не будет получено заранее заданное число  $N$  агрегатов.

В процессе выполнения каждого шага в связи с изменением агрегатов следует также пересчитать величины  $K(q_p, q_s)$ . Пусть, например, на некотором шаге объединяются агрегаты  $q_p$  и  $q_s$  в один агрегат, который обозначим через  $q_u$ . Если  $q_r$  и  $q_t$  не есть  $q_u$ , то соответствующая величина  $K(G_r, G_t)$  на данном шаге по изменению. Если же один из агрегатов, например  $G_r$ , это и есть новый агрегат, то, как можно видеть

$$K(q_u, q_t) = \frac{1}{(m_p + m_s) m_t} \sum_{i \in q_p \cup q_s} \sum_{j \in q_t} r_{ij} = \frac{m_p K(q_p, q_t) + m_s K(q_s, q_t)}{m_p + m_s}. \quad (3)$$

В качестве начального разбиения для работы алгоритма «Объединение» можно взять  $N_v$  агрегатов, содержащих каждый по одному элементу. В свою очередь агрегаты, получаемые в результате работы алгоритма «Объединение», можно использовать в качестве начального разбиения для работы описанного выше вариационного алгоритма.

В настоящей работе описанные алгоритмы использовались следующим образом. Агрегирование объектов профессиональной деятельности проводилось при разных значениях  $N'$ : множество  $V$  разбивалось на 8–12 классов с помощью алгоритма «Объединение». При этом каждое из полученных разбиений задавалось в качестве начального разбиения для вариационного алгоритма, который и строил окончательное разбиение на данное число классов. Построенные классификации предъявлялись экспертам пользователя, которые выбирали наилучшую из пяти классификаций, т.е. окончательное число классов  $N$ , и уточняли составы классов. Элементы матрицы связности между классами  $q_1 \dots q_N$  скорректированной пользователем классификации определялись по формуле (3):

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{m_i m_j} \sum_{s \in q_i} \sum_{p \in q_j} r_{sp}.$$

### 4. Алгоритм определения коэффициентов актуальности на основе экспертных оценок

Помимо ранее введенных множеств  $V$ ,  $X$ ,  $M$  и  $R$  и сформированного в разделе 3 числа  $N$  классов

ОПД, введем также множество  $C = \{c_j \mid j = 1 \dots J\}$  этапов жизненного цикла ОПД после его коррекции экспертом–пользователем. Необходимо сформировать выходную матрицу  $A = \|a_{ij}\|$ ,  $i = 1 \dots N$ ;  $j = 1 \dots J$ , коэффициентов актуальности элементов профессиональной деятельности (сочетаний «класс объектов профессиональной деятельности» – «этап жизненного цикла», ЭЖЦ), элемент  $a_{ij}$  матрицы  $A$  равен 1, если для  $i$ -го класса объектов профессиональной деятельности актуальна подготовка специалистов по  $j$ -му этапу жизненного цикла, 0 – в противном случае.

Актуальность обучения по тематике, определяемой определенным ЭЖЦ для конкретного класса ОПД, является интегральной характеристикой, которая определяется четырьмя составляющими:

- степенью необходимости выбранного ЭЖЦ для данного класса ОПД (критерий 1 – «необходимость»);
- состоянием рынка труда (критерий 2 – «предложение»);
- перспективами развития научно-технического прогресса (критерий 3 – «перспектива»);
- социальной престижностью профессий и рода занятий (критерий 4 – «престижность»).

Для формирования оценок коэффициентов актуальности по тематике, определяемой определенным ЭЖЦ для конкретного класса ОПД, необходимо (а) провести экспертизу, в которой были бы отражены мнения экспертов по каждой из этих четырех сфер; (б) определить значения полученных в результате экспертизы критериев, (в) осуществить свертку указанных критериев и (г) определить значения коэффициентов актуальности.

На первом этапе работы значения коэффициентов актуальности будут формироваться в «огрубленном» двоичном представлении: значение 1 – обучение по данному ЭЖЦ для конкретного класса ОПД актуально, значение 0 – не актуально. В процессе дальнейшего развития работы и по мере накопления статистического материала коэффициенты актуальности будут сформированы в более точном представлении, как числа со значениями из отрезка  $[0, 1]$ :  $0 \leq a_{ij} \leq 1$  для всех  $i = 1 \dots N, j = 1 \dots M$ .

Для решения проблем (а)–(г) воспользуемся экспертно-статистическим подходом [4, 5, 7] в комбинации с методом анализа иерархий [8] (МАИ), придерживаясь принципа не задавать экспертам вопросов «в лоб», рассчитанных на получение непосредственных ответов на главный вопрос экспертизы: «актуально» – «не актуально». Последнее, наряду с применением процедур логической перепроверки полученных ответов, позволяет существенно повысить достоверность экспертизы. При этом в процессе анкетирования экспертов им будет предъявляться статистический материал (при его наличии) о числе вузов и числе сту-

дентов, которые обучаются по данной или аналогичной им специальности/направлению (на данном этапе под «специальностью» понимается условная категория, отвечающая характеристике исследуемого на актуальность процесса обучения по данному этапу жизненного цикла для конкретного класса объектов профессиональной деятельности).

При работе с МАИ экспертов просят ответить на вопросы о попарных сравнениях значимости введенных критериев применительно к исследуемому объекту (в данном случае, пара «этап жизненного цикла» – «класс объектов профессиональной деятельности»), причем каждый из рассматриваемых критериев подлежит дальнейшей, максимально возможной иерархической структуризации. При этом сравнение будет проводиться по 3, 5 и 9-балльным шкалам. Девятибалльная шкала выглядит так: 1 – равная важность, 3 – умеренное превосходство одного критерия над другим, 5 – существенное превосходство одного критерия над другим, 7 – значительное превосходство одного критерия над другим, 9 – очень сильное превосходство одного критерия над другим, 2, 4, 6, 8 – промежуточные градации. Пятибалльная шкала: 1 – равная важность, 2 – умеренное превосходство одного критерия над другим, 3 – существенное превосходство одного критерия над другим, 4 – значительное превосходство одного критерия над другим, 5 – очень сильное превосходство одного критерия над другим (без промежуточных градаций). Трехбалльная шкала: 1 – равная важность, 2 – превосходство одного критерия над другим, 3 – очень сильное превосходство одного критерия над другим.

Выбор между введенными выше шкалами определяется способностью экспертов к той или иной степени дифференциации, различения, имеющихся альтернатив при их попарном сравнении и зависит от решаемой проблемы.

Как отмечено выше, при использовании МАИ не менее значима максимально возможная иерархическая структуризация первичных критериев. В рассматриваемом случае таких критериев четыре: «необходимость», «предложение», «перспектива» и «престижность».

Первый критерий  $K_{ij}^{(1)}$ , как следует из его определения, не структурируется (хотя мнения, высказанные по нему разными экспертами, могут быть разными).

Второй критерий  $K_{ij}^{(2)}$ , «предложение», можно разбить на такие подкритерии, как «число вузов, в которых обучают данной специальности», «число ежегодно выпускаемых специалистов по данной специальности», «степень насыщенности рынка уже подготовленными специалистами по данной специальности». Первый из подкритериев может быть также разбит по региональному принципу на под-

критерии «число вузов, в которых обучают данной специальности, в регионе  $s$ »,  $s = 1, 2, \dots, S$ .

Третий критерий  $K_{ij}^{(3)}$  может быть сформирован с дальнейшей структуризацией по «перспективам развития конкретных объектов  $n$  из данного класса  $i$  объектов профессиональной деятельности»,  $n = 1, 2, \dots, n_i$ .

Четвертый критерий  $K_{ij}^{(4)}$ , как и первый из критериев, дальнейшей структуризации не подлежит.

В результате дерево принятия решений выглядит так, как показано на рис. 1.

Применительно к рассматриваемой проблеме процедура МАИ используется на всех, кроме последнего, шагах процедуры «подъема» по иерархической древовидной структуре на множестве введенных критериев и подкритериев. На последнем шаге будут использоваться заданные экспертами значения критериев  $K_{ij}^{(1)}$  и  $K_{ij}^{(4)}$ , а также сформированные в рамках процедуры МАИ оценки критериев  $K_{ij}^{(2)}$  и  $K_{ij}^{(3)}$ .

Анкетирование каждого из экспертов осуществляется с помощью вопросника, построенного по дереву, изображенному на рис. 1. Для этого каждому из экспертов предъявляется совокупность всех пар «класс  $i$  ОПД – этап  $j$  жизненного цикла» и предлагается осуществить попарное сравнение соответствующих альтернатив, в процессе которого эксперт также расставляет соответствующие балльные оценки (по 9, 5 или 3-балльной шкалам) для степеней важности различных критериев (рис. 2).

Формируемая в результате будущая оценка коэффициента актуальности  $a_{ij}$  будет корректной, если соответствующий интегральный критерий будет удовлетворять аксиоме Эджворта–Парето. В работе [9] показано, что для этого необходимо построить соответствующую нелинейную свертку критериев. В рассматриваемом случае одной из таких нелинейных сверток является функция вида

$$K_{ij} = K_{ij}^{(1)} (\alpha_{ij}^{(2)} K_{ij}^{(2)} + \alpha_{ij}^{(3)} K_{ij}^{(3)} + \alpha_{ij}^{(4)} K_{ij}^{(4)}), \quad (4)$$

в которой выбор коэффициентов  $(\alpha_{ij}^{(2)}, \alpha_{ij}^{(3)}, \alpha_{ij}^{(4)})$  осуществляется в процессе анализа анкет, заполненных экспертами, и выбирается равной значению собственного вектора последней из матриц попарных сравнений.

В результате формируется набор («матрица») значений интегральных оценок  $K_{ij}(t)$ , где  $t$  – номер эксперта.

Затем выбирается некоторое пороговое значение  $\bar{K}$ , после чего для каждого из экспертов формируется список пар номеров  $M_{ij}(t)$  таких, что если  $(i, j) \in M_{ij}(t)$ , то  $K_{ij}(t) \geq \bar{K}$ . Все эти пары объявляются актуальными с точки зрения  $t$ -го эксперта и предъявляются соответствующему эксперту на авторизацию.

Дальнейшие шаги алгоритма формируются в соответствии с принципами экспертно-статистического подхода. А именно, если с точки зрения каких-либо из экспертов часть пар объявленных неактуальными, по их мнению, на самом деле, актуальны, то пороговое значение  $\bar{K}$  уменьшается на заданную величину  $\Delta\bar{K}$  и осуществляется перестроение списков  $M_{ij}(t)$ . Напротив, если, по мнению некоторых экспертов, часть неактуальных пар объявлена актуальными, то пороговое значение  $\bar{K}$  увеличивается на заданную величину  $\Delta\bar{K}$  и также осуществляется перестроение списков  $M_{ij}(t)$ . Процедура продолжается до тех пор, пока все эксперты будут удовлетворены или начинается «топтанье на месте», когда на двух последовательных итерациях осуществляется изменение порога на величину  $\Delta\bar{K}$  «туда-сюда».

После того, как процедура корректировки порога  $\bar{K}$  завершена, формируются окончательные списки  $M_{ij}^*(t)$  актуальных с точки зрения экспертов пар «класс  $i$  объектов профессиональной деятельности – этап  $j$  жизненного цикла». Окончательный выбор актуальных пар с присвоением соответствующих значениям  $a_{ij}$  значения 1 (все остальные  $a_{ij}$  объявляются равными 0) осуществляется «простым большинством голосов». А именно,  $a_{ij} = 1$ , если число списков  $M_{ij}^*(t)$ , которым принадлежит пара  $(i, j)$  превышает величину  $T/2$ , где  $T$  – общее число экспертов.

Из последнего замечания очевидно, что число  $T$  экспертов должно быть нечетным. По поводу более конкретного выбора числа  $T$  экспертов заметим, что с точки зрения вычислительной сложности соответствующих процедур его следует задавать как можно меньшим. Что касается достоверности формируемых выводов, то, как показывают результаты экспериментов, при расширении состава экспертной комиссии, начиная с некоторого значения  $T$ , достоверность формируемых в результате экспертных выводов перестает расти, а в некоторых случаях даже падает. Последнее объясняется тем, что увеличение числа экспертов приводит к расширению множества «конфликтных» ситуаций. Соответствующее значение максимального числа  $T_{\max}$  экспертов в комиссии зависит от характера и сложности решаемой проблемы.

Описанная выше процедура может быть использована для построения оценок коэффициентов актуальности  $\|a_{ij}\|$ ,  $i = 1 \dots N$ ,  $j = 1 \dots M$ , отличных от бинарных: 0 или 1. Для этого производится дополнительный опрос экспертов с целью выяснения того, какую из пар  $(i, j)$  они считают наиболее актуальной и во сколько (в %) оценивают соответствующую степень актуальности. Если  $t$ -й эксперт называет пару номеров  $(i(t), j(t))$  соответствующих этапам жизненного цикла и класс объектов профессиональной деятельности и величину максимальной актуальности  $\alpha_{\max}(t)$ , то затем осуществ-

ляется пересчет сформированных по формуле (4) соответствующим экспертом интегральных оценок актуальности  $K_{ij}(t)$  с использованием формулы:

$$a_{ij}(t) = \begin{cases} 0,01K_{ij}(t)/\alpha_{\max}(t), \\ \text{если } 0,01K_{ij}(t)/\alpha_{\max}(t) \leq 1; \\ 1, \text{ если } 0,01K_{ij}(t)/\alpha_{\max}(t) > 1. \end{cases} \quad (5)$$

Окончательная оценка коэффициентов актуальности получается посредством осреднения мнения экспертов, а именно

$$a_{ij} = \sum_{t=1}^T a_{ij}(t), \quad i = 1 \dots N; \quad j = 1 \dots M. \quad (6)$$

### Заключение

Предложенные методы выделения классов объектов профессиональной деятельности специалистов позволяют перейти к автоматизированным процедурам проектирования профессиональных и образовательных стандартов на этапе построения модели области профессиональной деятельности специалиста. Описанная схема построения границ профессиональной деятельности специалиста и применение предложенной процедуры оценки коэффициентов актуальности повышает объективность формируемых в результате профессиональных и образовательных стандартов.

### Литература

1. Никитин, В. В. Информационно-методическое обеспечение формирования перечня направлений и специальностей в области информационно-коммуникационных технологий // В. В. Никитин. – М.: МАКС Пресс, 2006. – 272 с.

2. Браверманн, Э. М. Структурные методы обработки эмпирических данных / Э. М. Браверманн, И. Б. Мучник. – М.: Наука, 1983. – 302 с.

3. Бауман, Е. В. Классификационный анализ данных / Е. В. Бауман, Е. В. Дорофеюк // Труды Международной конференции по проблемам управления. – М.: СИНТЕГ, 1999. – Т. 1. – С. 62–77.

4. Мандель, А. С. Экспертно-статистические системы в задачах управления и обработки информации / А. С. Мандель // Приборы и системы управления. – 1996. – Ч. I, № 12. – С. 34–36.

5. Мандель, А. С. Экспертно-статистические системы в задачах управления и обработки информации / А. С. Мандель // Приборы и системы управления. – 1997. – Ч. II, № 2. – С. 11–13.

6. Классификация объектов профессиональной деятельности специалиста при проектировании профессиональных и образовательных стандартов / В. В. Никитин, С. В. Мальцева, А. А. Дорофеюк, А. С. Мандель // Проблемы управления. – 2007. – № 4. – С. 51–55.

7. Беляков, А. Г. Прогнозирование временных рядов на основе метода аналогов (элементы теории экспертно-статистических систем) / А. Г. Беляков, А. С. Мандель – М.: ИПУ РАН. – 2002. – 60 с.

8. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1989.

9. Ногин, В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев / В. Д. Ногин // Вычислительная математика и математическая физика. – 2004. – Т. 44, № 7. – С. 1259–1268.

Поступила в редакцию 29 декабря 2008 г.

## МЕТОД САМОДИАГНОСТИКИ ТЕРМОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ РАБОТЫ

М.Д. Белоусов, А.Л. Шестаков

## METHOD OF THE ON-LINE SELF-DIAGNOSTIC OF THE RESISTANCE TEMPERATURE DETECTOR

M.D. Belousov, A.L. Shestakov

В статье предлагается алгоритм самодиагностики в процессе работы преобразователя термосопротивления, предложенного в статье [1].

*Ключевые слова:* термопреобразователь, термосопротивление, самодиагностика, производная сопротивления.

The article offers the algorithm of self-diagnostic in operation of the converter of thermo resistance offered in the article [1].

*Keywords:* thermal converter, thermo resistance, self-diagnostic, resistance derivate.

Преобразователи температуры на базе термосопротивления (преобразователи термосопротивления) широко применяются для измерения температуры благодаря высокой точности измерения. Типичная схема термопреобразователя приведена в книгах [2, 3]. Также известен термопреобразователь на термосопротивлениях по схеме, приведённой в статье [1].

В настоящее время актуальной задачей является реализация функций самодиагностики в измерительных приборах, позволяющая повысить метрологическую надёжность в процессе эксплуатации.

Задачей данной работы является нахождение возможности практической реализации функций самодиагностики термопреобразователя, приведённого в статье [1] за счёт обработки дополнительной информации о состоянии терморезисторов на основе использования производной сопротивления терморезисторов по температуре.

### 1. Схема измерения

Схема измерения взята из статьи [1]. Рассматриваемая схема отличается от исходной в статье: вместо источника напряжения (ИН) в используется источник опорного тока ИОТ. ИОТ накладывает следующее ограничение: величина тока между предыдущим ( $i-1$ ) измерением и текущим ( $i$ ) измерением напряжений на  $R_{Tч1}$  и  $R_{Tч2}$  не должна изменяться.

Структурная схема исследуемого преобразователя температуры приведена на рис. 1.

Белоусов Михаил Дмитриевич – соискатель ученой степени при кафедре информационно-измерительной техники ЮУрГУ, инженер-испытатель отдела эталонов давления ЗАО «ПГ «Метран»; m...o@mail.ru.

Шестаков Александр Леонидович – д.т.н., профессор, ректор ЮУрГУ; admin@urc.ac.ru.

Здесь МК – микроконтроллер, ИОТ – источник опорного тока, АЦП – аналогово-цифровой преобразователь,  $R_{Tч1}$ ,  $R_{Tч2}$  – термочувствительные сопротивления. Температуры обоих термосопротивлений совпадают и равны измеряемой температуре. Очевидно, что для повышения точности измерения характеристики зависимости сопротивления от температуры у обоих термосопротивлений должны максимально отличаться друг от друга.

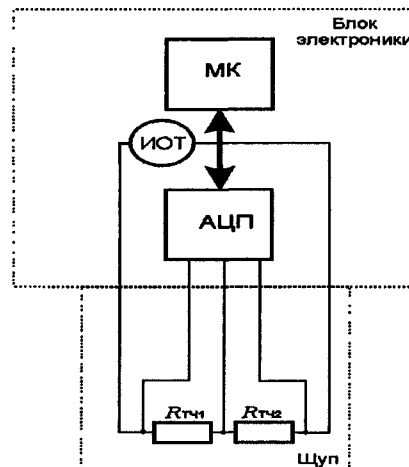


Рис. 1. Структурная схема преобразователя термосопротивления

В качестве функции, зависящей от температуры, используется отношение значений напряжений на термосопротивлениях:

Belousov Mikhail Dmitrievich – degree-seeking student at information-measuring techniques department of SUSU, test engineer of pressure standard department of ZAO «Metran Industrial Group» (joint stock company); m...o@mail.ru.

Shestakov Alexander Leonidovich – PhD, professor, rector of SUSU; admin@urc.ac.ru.

$$X(T) = U_{R_{тч1}}(T) / U_{R_{тч2}}(T), \quad (1)$$

где  $T$  – измеряемая температура,  $X(T)$  – некоторая функция. Пренебрегая значениями входного тока АЦП, можно записать:

$$X(T) = R_{тч1}(T) / R_{тч2}(T). \quad (2)$$

При этом  $X(T)$  не является функцией тока, протекающего через резисторы.

В качестве чувствительных элементов предлагается использовать никелевые и платиновые терморезисторы. Характеристики для терморезисторов из платины и никеля, производства фирмы Advanced Thermal Products [4], приведены ниже.

Для платины в температурном диапазоне  $-200...+600$  °С зависимость сопротивления от температуры определяется выражением из [4]:

$$\begin{cases} R_T = R_0(1 + AT + BT^2 + CT^3(T - 100)), T < 0 \text{ °С}, \\ R_T = R_0(1 + AT + BT^2), T > 0 \text{ °С}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $A = 3,9083 \cdot 10^{-3} \text{ °С}^{-1}$ ;  $B = -5,775 \cdot 10^{-7} \text{ °С}^{-2}$ ;  $C = -4,183 \cdot 10^{-12} \text{ °С}^{-3}$ .

Для никеля, в температурном диапазоне  $-100...+250$  °С зависимость сопротивления от температуры определяется выражением из [4]:

$$R_T = R_0(1 + AT + BT^2 + DT^4 + FT^6), \quad (4)$$

где  $A = 5,485 \cdot 10^{-3} \text{ °С}^{-1}$ ;  $B = 6,65 \cdot 10^{-6} \text{ °С}^{-2}$ ;  $D = 2,805 \cdot 10^{-11} \text{ °С}^{-4}$ ;  $F = -2 \cdot 10^{-17} \text{ °С}^{-6}$ . Примем, что в дальнейшем к коэффициентам уравнения (3) добавляем индекс «п» (платина), а к коэффициентам уравнения (4) добавляем индекс «н» (никель). Выражение (2), используя (3), (4), запишем в виде:

$$X(T) = \frac{R_{0н} \cdot (1 + A_n T + B_n T^2 + D_n T^4 + F_n T^6)}{R_{0п} \cdot (1 + A_p T + B_p T^2 - 100C_p T^3 + C_p T^4)}. \quad (5)$$

Здесь и далее  $C_n$ , согласно выражению (3) при  $T < 0$  и равно нулю при  $T \geq 0$ . График функции  $X(T)$  представлен на рис. 2.

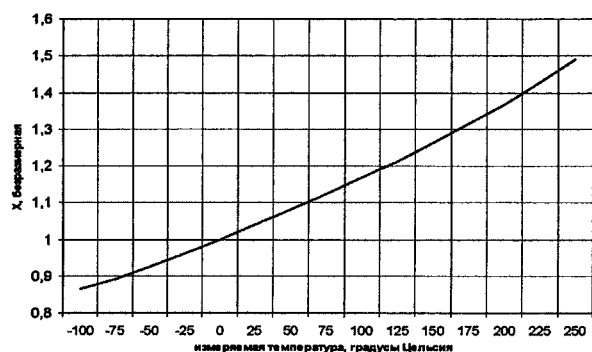


Рис. 2. Зависимость отношений сопротивлений никель/платина от температуры

Измерив напряжения на платиновом и никелевом терморезисторах и подставив их в формулу (1), получается значение величины  $X$  для данного измерения, подставив полученное  $X$  в выражение (5), рассчитывается измеренная температура  $T$ . Уравнение (5) не имеет аналитического решения, но может быть решено численными методами. Данную температуру в дальнейших преобразованиях обозначим как  $T_1$ .

## 2. Самодиагностика неисправности в процессе работы

При любых измерениях температуры, как при установившемся, так и при неустановившемся процессе, практически всегда есть некоторое изменение температуры от времени между измерениями. В свою очередь эти изменения температуры вызывают соответствующие изменения сопротивлений и напряжений на сопротивлениях (рис. 3).

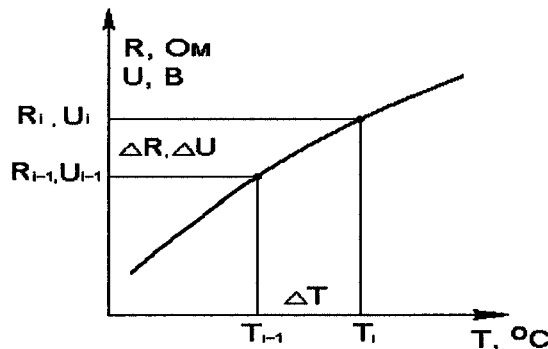


Рис. 3. Изменения переменных термопреобразователя

Здесь  $T_i$  – температура при  $i$ -м измерении температуры,  $T_{i-1}$  – температура в  $(i-1)$ -й точке измерения,  $\Delta T$  – приращение температуры между этими измерениями. В свою очередь  $\Delta T$  вызывает приращение сопротивления  $\Delta R$ , и напряжения  $\Delta U$  на терморезисторе. Проведём следующие преобразования с отношением приращений напряжений на сопротивлениях  $\Delta U_n / \Delta U_p$  (ток – константа):

$$\frac{\Delta U_n}{\Delta U_p} = \frac{I \Delta R_n}{I \Delta R_p} = \frac{\Delta R_n}{\Delta R_p} = \frac{\Delta R_n / \Delta T}{\Delta R_p / \Delta T} \approx \frac{R'_n |_T}{R'_p |_T}. \quad (6)$$

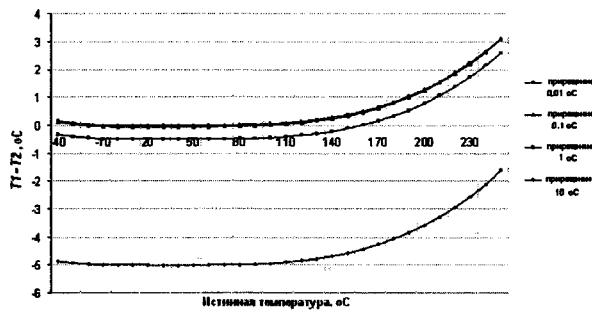
Взяв производные по температуре от (3) и (4) и подставив их в (6), получим:

$$\frac{\Delta U_n}{\Delta U_p} \approx \frac{R_{0н}}{R_{0п}} \cdot \frac{A_n + 2B_n T + 4D_n T^3 + 6F_n T^5}{A_p + 2B_p T - 300C_p T^2 + 4C_p T^3}. \quad (7)$$

Левая часть уравнения (7) вычисляется из результатов измерения, правая часть является функцией от температуры. С помощью уравнения (7) можно рассчитать измеренную температуру, независимо от (5). Уравнение (7), также, как и уравнение (5) не имеет аналитического решения, но также может быть решено численными методами. Данную температуру в дальнейших преобразованиях обозначим как  $T_2$ .

Таким образом, имеются два результата измерения температуры, вычисленные по разным физическим зависимостям. Их разность будет характеризовать погрешность измерительного прибора – на котором сделаны эти измерения. Графики зависимости разности температур  $T_1$  и  $T_2$ , при различных приращениях температуры  $\Delta T$  приведены на рис. 4.

Нелинейность графиков при измеряемых температурах больше 100 °С вызвана главным образом нелинейностью зависимости никелевого сопротивления при этих температурах. Чтобы избежать подобных величин погрешностей вычисления температуры, предлагается следующее решение.



**Рис. 4. Зависимости разности температур ( $T_1 - T_2$ ) от истинной температуры при различных приращениях температуры**

Входными данными являются  $U_{Ni}$  и  $U_{Pt}$  – напряжения на никелевом и платиновом сопротивлениях в  $i$ -е измерение,  $U_{Ni-1}$  и  $U_{Pt-1}$  – напряжения на никелевом и платиновом сопротивлениях в  $(i-1)$ -е измерение. Из (5) рассчитываются температуры  $T_i$ ,  $T_{i-1}$  – температуры в  $i$ -е и  $(i-1)$ -е измерение. Зная их, из (3) и (4) рассчитываются сопротивления  $R_{Ni}$ ,  $R_{Ni-1}$  – расчетные значения сопротивления никелевого резистора в  $i$ -е и  $(i-1)$ -е измерение температуры,  $R_{Pt}$ ,  $R_{Pt-1}$  – расчетные значения сопротивления платинового резистора в  $i$ -е и  $(i-1)$ -е измерение температуры.

Под расчетным значением сопротивления понимается значение сопротивления терморезистора, которое теоретически задается измеренной температурой и уравнениями (3) или (4) без учета изменения коэффициентов полиномов сопротивлений, возникающих в процессе эксплуатации. Таким образом можно вычислить отношение расчетных приращений сопротивлений  $\Delta R_{Ni}/\Delta R_{Pt}$  по формуле (8):

$$\Delta R_{Ni}/\Delta R_{Pt} = (\Delta R_{Ni} - \Delta R_{Ni-1}) / (\Delta R_{Pt} - \Delta R_{Pt-1}). \quad (8)$$

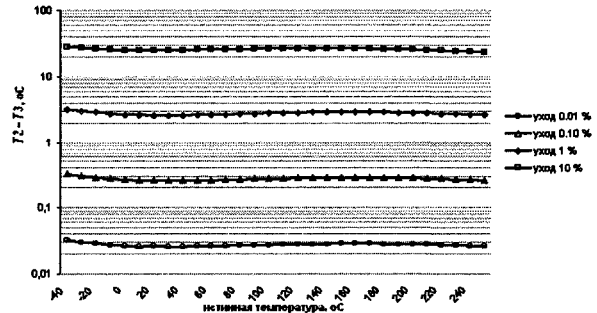
Исходя из выражения (6) приращение сопротивлений на резисторах между измерениями строго равно приращению напряжений на резисторах между измерениями. Подставив полученное значение  $\Delta R_{Ni}/\Delta R_{Pt}$  в формулу (7) вместо  $\Delta U_{Ni}/\Delta U_{Pt}$ , можно еще раз рассчитать значение температуры, которую в дальнейших преобразованиях обозначим как  $T_3$ .

Когда текущие зависимости сопротивления терморезисторов от температуры абсолютно точно описываются заранее заданными коэффициентами полиномов уравнений (3), (4), то величины  $\Delta U_{Ni}/\Delta U_{Pt}$  и  $\Delta R_{Ni}/\Delta R_{Pt}$  совпадают настолько, насколько точно они были рассчитаны численными методами вычисления. Соответственно и температуры  $T_2$  и  $T_3$  будут одинаковы с точностью их вычисления. При эксплуатации термопреобразователя происходит изменение зависимости сопротивления сенсоров от температуры и, как следствие, изменение истинных коэффициентов полиномов. Это приведет к появлению разницы температур  $T_2$  и  $T_3$ , что и будет являться критерием самодиагностики термопреобразователя.

На рис. 5 показаны графики разности температур  $T_2$  и  $T_3$ , при уходе (увеличении) коэффициента  $R_{0n}$  на 0,01, 0,1, 1 и 10 %.

Графики на рис. 5 рассчитаны при величине приращения температуры между измерениями  $\Delta T$  равной 1 °C.

Предложенное решение позволяет не только полностью устранить погрешности, отображенные на рис. 4, но и использовать предлагаемый алгоритм самодиагностики при любых приращениях температуры между измерениями, не превышающими диапазон измерений термопреобразователя.



**Рис. 5. Зависимость разности температур  $T_2$  и  $T_3$  при уходе коэффициента  $R_{0n}$**

Для диагностики термопреобразователя необходимо задаться некоторым критерием  $d$ , например

$$d = T_2 - T_3 \quad (9)$$

или

$$d = (\Delta R_{Ni}/\Delta R_{Pt}) / (\Delta U_{Ni}/\Delta U_{Pt}), \quad (10)$$

выход которого за некоторые пределы будет рассматриваться как неисправность термопреобразователя.

Значение допустимых пределов критерия  $d$  необходимо уточнить по практической реализации термопреобразователя – в реальной эксплуатации дополнительное приращение  $d$  будет обусловлено дополнительными факторами, как-то: электромагнитные помехи, погрешности измерения напряжений в термопреобразователе и т.п.

### Заключение

Возможность практической реализации функций самодиагностики неисправности термопреобразователя сопротивлений в процессе работы, приведенного в статье [1] достигнута за счёт обработки дополнительной информации о состоянии терморезисторов с помощью предлагаемой математической модели на основе использования производной сопротивления терморезисторов по температуре.

### Литература

1. Белоусов, М. Д. Преобразователь температуры без опорного сопротивления / М. Д. Белоусов, А. Л. Шестаков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2008. – Вып. 7, № 3(103). – С. 29–33.
2. Измерение температур в технике / Под ред. Ф. Линевега. – М.: Металлургия, 1980. – 544 с.
3. Измерения в промышленности: справочное издание; кн. 2 / Под ред. П. Профоса. – М.: Металлургия, 1990. – 384 с.
4. Resistance Temperature Detectors (RTD's). – Режим доступа: <http://www.atpsensor.com/pdfs/rtd.pdf>, свободный.

Поступила в редакцию 12 декабря 2008 г.

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИНТЕРАКТИВНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ РАБОТЫ ЗОН ВТОРИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ МНЛЗ

*О.С. Логунова*

## SOFTWARE FOR INTERACTIVE DESIGN AND WORK EVALUATION OF SECONDARY COOLING ZONES OF CONTINUOUS CASTING MACHINES

*O.S. Logunova*

В работе рассматривается постановка и решение задачи по разработке программного продукта, предназначенного для проведения научно-исследовательских работ в области металлургии черных металлов. В отличие от существующих работ в данной области автором предлагается комплексный подход, объединяющий в себе проектно-конструкторскую деятельность и математическое моделирование технологических процессов на основе компьютерных технологий. Итогом работы является программный продукт «Injector Cooling» для проведения анализа работы машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) с произвольной конструкцией зон вторичного охлаждения (ЗВО).

*Ключевые слова:* машина непрерывного литья заготовок, МНЛЗ, проектирование, зоны вторичного охлаждения.

The paper considers the problem and solution of software developing for scientific researches in the domain of ferrous materials metallurgy. Unlike the existing works on this subject the author offers a complex method that combines project designing and mathematical process simulations on the base of computer technologies. The result is the software product «Injector Cooling» for operational analysis of continuous casting machines with arbitrary construction of the secondary cooling zones.

*Keywords:* continuous casting machine, design, secondary cooling zone.

Одним из основных факторов повышения эффективности производства непрерывного литья заготовок является обеспечение работоспособности и оптимальных технологических режимов оборудования с использованием автоматизированных систем, оснащенных современными технологическим, математическим и программным обеспечением.

Эффективность использования этого обеспечения в условиях сложных технологических процессов определяется качеством выпускаемой продукции и производительностью металлургических агрегатов, которые диагностируются и корректируются в реальном времени на основе объективно принятых решений.

Особую актуальность на современном этапе приобретает проблема разработки методологии для комплексного изучения многофакторной среды, в которой функционируют реальные металлургические агрегаты.

Одним из средств решения указанных проблем является разработка программных продуктов, которые могут быть использованы при проектировании новых агрегатов и оценки их работоспособности. В настоящее время разработано большое количество программных продуктов для САПР. Программные продукты указанного класса являются дорогостоящими и их цена для одного рабочего места в среднем превышает 100 тыс. руб. при условии тиражирования.

### 1. Постановка задачи разработки программного продукта «Injector Cooling»

При исследовании процессов, протекающих при высоких температурах и при больших объемах производства, зачастую невозможно выполнить их экспериментальную оценку и проследить их протекание при изменении ряда параметров. Примером такого технологического процесса является разли-



ка стали на машинах непрерывного литья заготовок, которые применяются на всех современных металлургических предприятиях в России и за ее пределами. Во многих работах [1–4] при математическом моделировании теплового состояния непрерывнолитой заготовки выполняется ссылка на учет конструктивных особенностей таких агрегатов. При этом условия заготовки определяются только изменением значения коэффициента теплоотдачи с поверхности, независимо от структуры построения зон вторичного охлаждения. В отличие от указанного подхода автором работы была поставлена цель разработки программного продукта «Injector Cooling», с помощью которого возможно выполнить:

- интерактивное изменение схемы расстановки форсунок по длине и ширине машины непрерывного литья заготовок;
- назначение технологических параметров работы каждой форсунки в отдельности: пространственные координаты установки форсунки над заготовкой и под ней, угол раскрытия, режим работы, расход охладителя;
- моделирование теплового состояния непрерывнолитой заготовки при построенной схеме зон вторичного охлаждения с учетом химического состава разливаемой стали;
- графическое отображение результатов конструирования зон вторичного охлаждения МНЛЗ и моделирования тепловых полей заготовки;
- организацию рабочего места инженера лаборатории контроля за прогнозированием поведения процесса непрерывной разливки стали.

## **2. Математическая модель описания теплового состояния заготовки при ее нахождении на технологической линии МНЛЗ**

Математическая модель для описания теплового состояния заготовки включает:

- уравнение теплопроводности для двух пространственных и одной временной переменных в декартовой системе координат с учетом образования двухфазной зоны по квазиравновесной модели [1–3, 5];
- начальные условия, задающие распределение температуры по сечению заготовки в момент ее перехода из кристаллизатора в зоны вторичного охлаждения;
- граничные условия третьего рода, учитывающие конвективный теплообмен поверхности заготовки с окружающей средой и использующие запись коэффициента теплоотдачи в виде временного ряда для переключательной функции:

$$\alpha^j(x, \tau) = \alpha_1(x)z_1(\tau \leq \tau_1) + \sum_{i=2}^n \alpha_i^j(x)z_i(\tau_{i-1} \leq \tau \leq \tau_i) + \alpha_{n+1}^j(x)z_{n+1}\left(\tau > \sum_{i=1}^n \tau_i\right),$$

где  $\alpha_i^j(x)$  – распределение коэффициента теплоотдачи в  $i$ -й зоне водовоздушного охлаждения МНЛЗ

по ширине (высоте, для  $j = 3$ ) заготовки, причем количество зон определяется конструкцией МНЛЗ: согласно технологической инструкции машины для отливки заготовок прямоугольного сечения, действующей в условиях ОАО «ММК», предусмотрено восемь зон, для сортовой машины только четыре;  $j$  – индекс, определяющий номер поверхности заготовки, с которой рассматривается теплоотвод,  $j = 1$  – соответствует поверхности со стороны большого радиуса МНЛЗ,  $j = 2$  – соответствует поверхности со стороны малого радиуса МНЛЗ,  $j = 3$  – соответствует поверхности узкой грани заготовки;  $z_i$  – фиктивная переменная, определяющая наличие и подключение зоны водовоздушного охлаждения в выбранном режиме:  $z_i = 1$  – при наличии зоны и  $z_i = 0$  – при ее отсутствии;  $\tau$  – текущее время рассмотрения;  $\tau_i$  – время прохождения  $i$ -й зоны вторичного охлаждения;  $\alpha_0$  – коэффициент теплоотдачи с поверхности

заготовки в зоне воздушного охлаждения;  $\sum_{i=1}^n \tau_i$  –

время нахождения заготовки в зоне водовоздушного охлаждения;  $n$  – количество зон вторичного охлаждения [4];

- форма области, охватываемая факелом форсунки считается эллипсообразной с размером малого радиуса, ограниченной зоной орошения между роликами проводки, и большого радиуса, определяемого высотой установки форсунки и углом ее раскрытия.

## **3. Функциональная схема и алгоритмы программного продукта «Injector Cooling»**

В программном продукте «Injector Cooling» можно выделить три основных части:

- модуль подготовки исходных данных;
- модуль реализации математической модели теплового состояния заготовки;
- модуль графической визуализации данных.

Функциональная схема взаимодействия модулей приведена на рис. 1. Согласно схеме, приведенной на рис. 1, «Модуль ввода данных» получает в качестве исходных данных:

- сведения марочника сталей, соответствующих сортаменту цеха: ГОСТы, марки сталей, границы содержания процентного содержания примесей в стали;
- сведения, характеризующие зоны вторичного охлаждения и скорость вытягивания заготовки из кристаллизатора;
- сведения о принципах построения зон вторичного охлаждения – разбиение на слои внутри зоны для одного коллектора;
- режим работы форсунок в каждой зоне: статус включено/выключено, расход охладителя на зону/форсунку, высота установки, угол раскрытия факела форсунки и координаты установки по ширине.

Работа с модулем производится в интерактивном режиме. Наибольшую сложность в реализации

этого модуля вызвал алгоритм размещения форсунок на шаблоне зон вторичного охлаждения, позволяющий организовать добавление форсунок, удаление форсунок, корректировку места расположения в шаблоне.

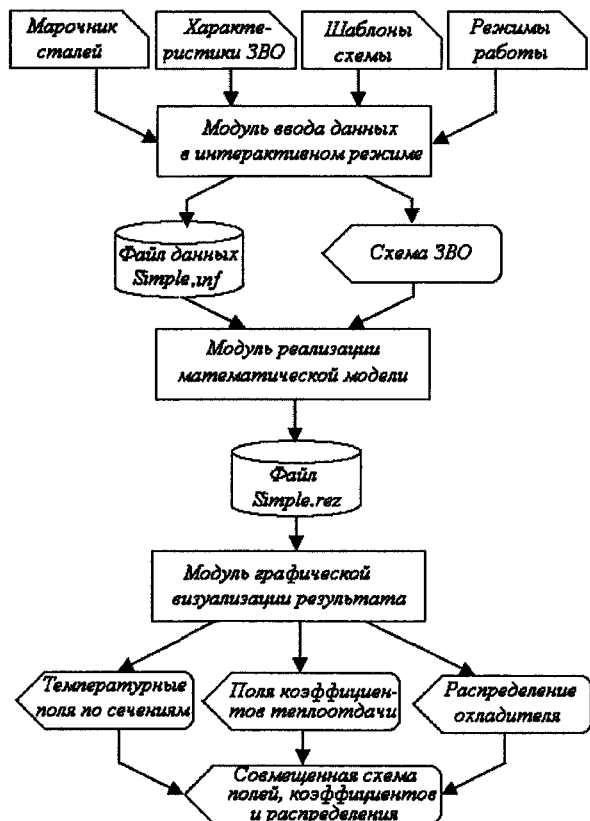


Рис. 1. Функциональная схема взаимодействия основных модулей программного продукта «Injector Cooling»

Результатами работы модуля являются: файл инициализации данных Simple.inf для модуля реализации математической модели в автоматическом режиме и новая схема расположения форсунок по длине и ширине МНЛЗ в формате JPG.

В модуле реализации математической модели теплового состояния заготовки был использован алгоритм решения уравнения теплопроводности на основе явной конечно-разностной схемы при выполнении условия сходимости решения. Время работы модуля составляет 30–60 мин в зависимости от количества разбиений по осям пространственных координат. В результате работы модуля формируется файл текстового формата, содержащий значения температур по поперечному сечению заготовки. Размер выходного файла составляет до 80 МБ. Работа модуля производится в пакетном режиме.

Модуль графической визуализации данных предназначен для отображения результатов реализации математической модели и позволяет выполнить совмещение всех используемых элементов в единое целое для принятия решения о возможности и рациональности использования новой схемы

расстановки форсунок. Наибольшую сложность в реализации данного модуля составил алгоритм сопоставления числовых дискретных значений температур по сечению заготовки, полученных с заданным шагом по введенной сетке, с непрерывной цветовой шкалой температур каления стали. Указанная задача решалась сглаживаем температурных полей между двумя точками по осям сечения, что приводит к «растяжению» файла с температурными полями до 200 МБ.

Программный продукт реализован в среде Delphi 7.0 и работает как независимое приложение.

#### 4. Пример эксплуатации программного продукта «Injector Cooling»

Наиболее интересным с точки зрения реализации являются моменты интерактивного размещения форсунок на шаблоне зон вторичного охлаждения (рис. 2) и отображения результатов моделирования в графическом режиме (рис. 3).

Построение новой схемы ЗВО является наиболее трудоемким процессом в эксплуатации программного продукта «Injector Cooling». Проектировщик обязан определить тип используемых форсунок или создать новый, и разместить на шаблоне схемы. Контролируется положение форсунок в поле сканирования и настраивается режим работы каждого вертикального ряда форсунок. Так же контролируется покрытие факелом форсунки поверхности заготовки. Этот контроль обуславливается дополнительным определением коэффициента теплоотдачи при перекрытии факелов форсунок или не полном покрытии поверхности заготовки.

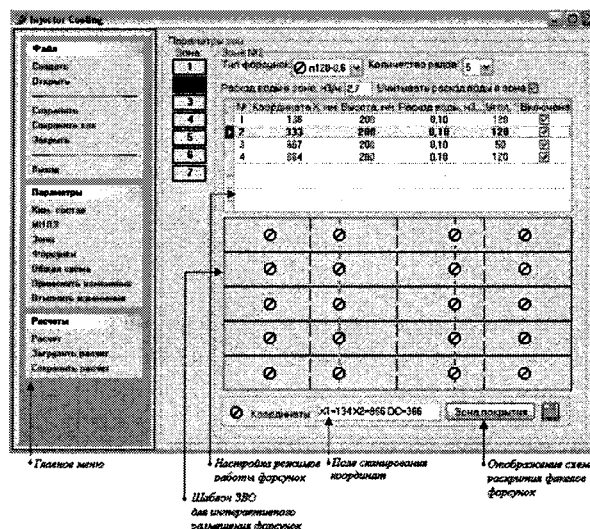


Рис. 2. Вид рабочего окна для интерактивного формирования схемы форсунок

В автоматизированном режиме проводится отображение результатов моделирования тепловых полей заготовки по трем плоскостям (см. рис.3).

На основе графического отображения могут быть определены:

- области разогрева или переохлаждения поверхности заготовки, которые оказывают влияние на формирование неравномерных температурных полей во внутренних слоях и способствуют формированию как внутренних так и поверхностных дефектов [5–7];
- границы фаз во внутренней полости заготовки: затвердевшей, жидкой и двухфазной по положению линий ликвидус–солидус;
- выполнить сопоставление температурных полей заготовки в любом сечении с параметрами теплообмена и конструкцией ЗВО.

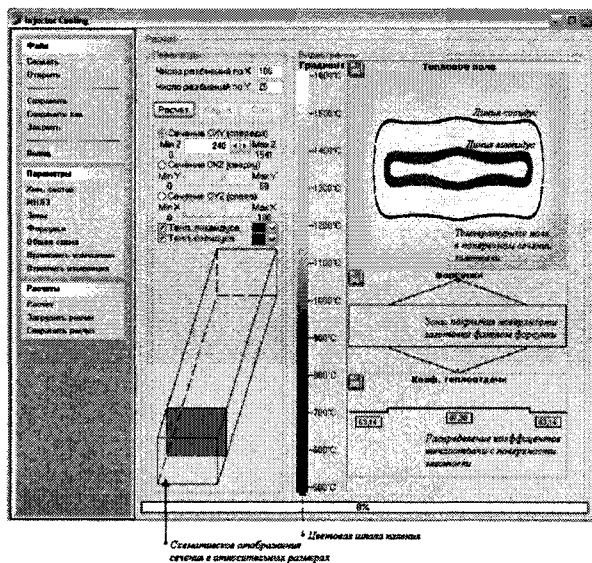


Рис. 3. Пример графического отображения результатов моделирования теплового состояния заготовки для перпендикулярного сечения по новой схеме ЗВО

### Заключение

Таким образом, в представляемой работе выполнены:

- постановка задачи на разработку программного продукта, способного объединить в себе возможности проектно-конструкторской деятельности и математическое моделирование процесса непрерывной разливки стали;
- разработка математической модели для описания теплового состояния заготовки и ее реализация в алгоритмическом и программном виде;
- разработка программного продукта «Injecor Cooling», использование которого в научно-исследовательской работе позволяет анализировать и диагностировать работу действующих и проектирующихся машин непрерывного литья заготовок.

Результаты, полученные в ходе эксплуатации программного продукта, были использованы при решении задачи многокритериальной оптимизации [8–10] для выбора оптимальных режимов вторич-

ного охлаждения и оптимальной конструкции машины непрерывного литья заготовок, способствующих повышению производительности агрегата без снижения качества готовой продукции.

### Литература

1. Борисов, В. Т. Теория двухфазной зоны металлического слитка / В. Т. Борисов. – М.: Металлургия, 1987. – 406 с.
2. Флемингс, М. Процессы затвердевания / М. Флемингс. – М.: Мир, 1977. – 424 с.
3. Журавлев, В. А. К теории формирования непрерывного слитка / В. А. Журавлев // В сб. Непрерывная разливка стали. – М.: Металлургия, 1974. – № 2. – С. 29–35.
4. Машины непрерывного литья заготовок. Теория и расчет / Л. В. Буланов, Е. П. Корзунин, Е. П. Парфенов и др. – Екатеринбург: Уральский центр ПР и рекламы – «Марат», 2004. – 320 с.
5. Математическое моделирование макроскопических параметров затвердевания непрерывных слитков / О. С. Логунова, Д. Х. Девятков, И. М. Ячиков, А. А. Киртичев // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. – 1997. – № 2. – С. 49–52.
6. Определение областей непрерывнолитой заготовки с наибольшей вероятностью нарушения сплошности металла / О. С. Логунова и др. // Вестник УГТУ – УПИ. На передовых рубежах науки и инженерного творчества: труды III Международной научно-практической конференции регионального УрО Академии инженерных наук им. А. М. Прохорова. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2004. – № 15(45), Ч. 1. – С. 95–98.
7. Логунова, О. С. Стохастическая модель качества непрерывнолитой заготовки / О. С. Логунова // Сталь. – 2005. – № 12. – С. 21–23.
8. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 4202. Блочный алгоритм неградиентного метода случайного поиска с операторами адаптации для оптимизации вторичного охлаждения непрерывнолитой заготовки / О. С. Логунова. – М.: ВНИИЦ, 2005. – № 50200500020.
9. Логунова, О. С. Стратегия постановки задачи многокритериальной оптимизации теплового состояния непрерывной заготовки / О. С. Логунова // Математические методы в технике и технологиях: труды XX Международной научной конференции «ММТТ-20». – Ярославль: Изд-во Ярославского ГТУ, 2007. – Т. 2. – С. 19–23.
10. Пат. 2229956 Рос. Федерация : МПК В 22 D 11/124 Способ непрерывного литья заготовок на машинах криволинейного типа / А. А. Морозов, Р. С. Тахаудтинов, А. Ф. Сарычев, А. В. Фурманов, Е. В. Кебенко, О. А. Николаев, С. В. Горосткин, В. В. Павлов, О. С. Логунова.

Поступила в редакцию 21 октября 2007 г.

# ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ОТОПЛЕНИЕМ ЗДАНИЙ КАК ПРОЦЕССОМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

*В.И. Панферов, Е.Ю. Анисимова*

## ON OPTIMAL CONTROL OVER HEATING OF BUILDINGS AS A DISTRIBUTED-PARAMETER PROCESS

*V.I. Panferov, E.Y. Anisimova*

Рассматривается задача оптимального управления тепловым режимом отапливаемых зданий. Получены необходимые условия оптимальности, сформулированные в форме принципа максимума. Проанализированы вычислительные аспекты и указан способ приближенной реализации оптимального управления.

*Ключевые слова:* отопление зданий, управление, принцип максимума, оптимальное управление.

The problem of optimal control over thermal conditions of the heated buildings is concerned. The necessary conditions of optimality formulated in the maximum principle are obtained. The computational aspects are analyzed and the way of approximate implementation of optimal control is stated.

*Keywords:* heating of buildings, control, maximum principle, optimal control.

Ранее, в работах [1–3] тепловой режим зданий и задача оптимального управления данным объектом рассматривались в классе систем с сосредоточенными параметрами, т.е. его математическое описание представлялось обыкновенным дифференциальным уравнением. Однако, строго говоря, данный объект управления является объектом с распределенными параметрами, поэтому есть смысл перерешать задачу об оптимальном управлении для данного представления объекта: возможно, что при этом обнаружатся какие-то новые интересные особенности оптимального управления, какие не наблюдались ранее.

Далее рассматривается задача об оптимальном управлении режимом прерывистого отопления зданий. Необходимые условия оптимальности получены в форме принципа максимума: обязательность такого действия объясняется следующим. В теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, насколько нам это известно, нет достаточно общей формулировки принципа максимума, позволяющей решать все возможные постановки задач. По-видимому, это объясняется большим разнообразием и математических описаний объектов управления и са-

мых постановок задач оптимального управления. В связи с этим, как правило, условия оптимальности отыскиваются отдельно для каждого конкретного случая и лишь в некоторых частных ситуациях удается воспользоваться уже известными в науке результатами.

### 1. Постановка задачи

Пусть тепловой режим здания описывается следующей моделью [4–7]:

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad \tau > 0; \quad (1)$$

$$t(x, 0) = t^0(x), \quad 0 \leq x \leq L; \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = \alpha_B [t_B(\tau) - t(0, \tau)], \quad \tau > 0; \quad (3)$$

$$-\lambda \frac{\partial t(L, \tau)}{\partial x} = \alpha_H [t(L, \tau) - t_H(\tau)], \quad \tau > 0; \quad (4)$$

$$c_B m_B \frac{dt_B(\tau)}{d\tau} = u(\tau) - \alpha_B F_{CT} [t_B(\tau) - t(0, \tau)] - k_{OK} F_{OK} [t_B(\tau) - t_H(\tau)], \quad \tau > 0; \quad (5)$$

$$t_B(0) = t_B^0, \quad (6)$$

**Панферов Владимир Иванович** – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ; tgsiv@susu.ac.ru.

**Анисимова Елена Юрьевна** – ассистент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ; tgsiv@susu.ac.ru.

**Panferov Vladimir Ivanovich** – PhD, professor, head of heat and gas supply and ventilation department of SUSU; tgsiv@susu.ac.ru.

**Anisimova Elena Yurevna** – lecturer of heat and gas supply and ventilation department of SUSU; tgsiv@susu.ac.ru.

где  $t(x, \tau)$  – температура в точке с координатой  $x$  по толщине стены здания в момент времени  $\tau$ ,  $L$  – толщина стены здания,  $t^0(x)$  – некоторая заданная функция, описывающая начальное температурное поле в стене,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала стены здания,  $\alpha_B$  и  $\alpha_H$  – коэффициент теплоотдачи соответственно для внутренней и наружной поверхностей стены,  $t_B$  и  $t_H$  – соответственно температура внутреннего воздуха и наружной среды,  $c_B$  и  $m_B$  – соответственно удельная теплоемкость и масса воздуха в здании,  $F_{CT}$  и  $F_{OK}$  – площадь ограждений и окон здания,  $k_{OK}$  – коэффициент теплопередачи окон,  $t_B^0$  – температура внутреннего воздуха в начальный момент времени,  $u(\tau)$  – управление, в данном случае мощность системы отопления.

Оптимальное управление будем искать в классе кусочно-непрерывных функций, принадлежащих области

$$W_0^{\min} \leq u(\tau) \leq W_0^Y, \quad (7)$$

где  $W_0^Y$  – установленная мощность системы отопления,  $W_0^{\min}$  – минимальная мощность системы отопления, как рекомендуется работой [3], эта мощность должна обеспечить поддержание температуры внутреннего воздуха на уровне 12 °С, исключаящем выпадение конденсата на поверхностях ограждений.

Управление, удовлетворяющее указанным условиям, будем называть допустимым.

Предполагается также, что если задано некоторое допустимое управление, то система (1)–(6) имеет единственное решение, причем малому изменению управления соответствует малое изменение решения системы (1)–(6).

На множестве допустимых управлений зададим функционал

$$I = [t_B(\tau k) - t_B^0]^2 + \beta \int_0^{\tau k} G[u(\tau)] d\tau, \quad (8)$$

где  $\tau k$  – заданный промежуток времени,  $G$  – заданная функция,  $\beta$  – некоторый весовой коэффициент.

Поставим следующую вариационную задачу: среди всех допустимых управлений  $u(\tau)$  найти такое, чтобы соответствующее ему решение задачи (1)–(6) доставляло минимум критерию (8). Управление  $u^*(\tau)$ , дающее решение поставленной задачи, будем называть оптимальным.

## 2. Принцип максимума

Для формулировки условий оптимальности введем функцию

$$H = \psi_0(\tau) u(\tau) - \beta G[u(\tau)], \quad (9)$$

где  $\psi_0(\tau)$  удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$-c_B m_B \frac{d\psi_0(\tau)}{d\tau} + (\alpha_B F_{CT} + k_{OK} F_{OK}) \psi_0(\tau) - \alpha \alpha_B / \lambda \psi(0, \tau) = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial \tau} + a \frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} = 0, \quad (11)$$

с начальными условиями

$$c_B m_B \psi_0(\tau k) = -2[t_B(\tau k) - t_B^0]; \quad (12)$$

$$\psi(x, \tau k) = 0. \quad (13)$$

Граничные условия для функции  $\psi(x, \tau)$  зададим в виде

$$a \frac{\alpha_B}{\lambda} \psi(0, \tau) - a \frac{\partial \psi(0, \tau)}{\partial x} - \alpha_B F_{CT} \psi_0(\tau) = 0; \quad (14)$$

$$-\lambda \frac{\partial \psi(L, \tau)}{\partial x} = \alpha_H \psi(L, \tau). \quad (15)$$

**Утверждение.** Если допустимое управление  $u(\tau)$  доставляет минимум критерию (8), то оно должно максимизировать функцию  $H$ , определенную соотношениями (9)–(15), т.е.

$$u^*(\tau) = \arg \{ \sup H \mid W_0^{\min} \leq u(\tau) \leq W_0^Y \}.$$

## 3. Доказательство утверждения (принципа максимума)

Подстановка в уравнения (1)–(6) нового управления  $u(\tau) + \Delta u(\tau)$  приводит к отклонению решения от решения, полученного при управлении  $u(\tau)$ . Следуя [8], решение, соответствующее управлению  $u(\tau)$ , назовем номинальным. Возмущенное решение будет описываться следующими уравнениями:

$$\frac{\partial [t(x, \tau) + \Delta t(x, \tau)]}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 [t(x, \tau) + \Delta t(x, \tau)]}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \tau > 0; \quad (16)$$

$$t(x, 0) + \Delta t(x, 0) = t^0(x), \quad 0 \leq x \leq L; \quad (17)$$

$$-\lambda \frac{\partial [t(0, \tau) + \Delta t(0, \tau)]}{\partial x} = \alpha_B \{ [t_B(\tau) + \Delta t_B(\tau)] - [t(0, \tau) + \Delta t(0, \tau)] \}, \quad \tau > 0; \quad (18)$$

$$-\lambda \frac{\partial [t(L, \tau) + \Delta t(L, \tau)]}{\partial x} = \alpha_H \{ [t(L, \tau) + \Delta t(L, \tau)] - t_H(\tau) \}, \quad \tau > 0; \quad (19)$$

$$c_B m_B \frac{d[t_B(\tau) + \Delta t_B(\tau)]}{d\tau} = u(\tau) + \Delta u(\tau) - \alpha_B F_{CT} \{ [t_B(\tau) + \Delta t_B(\tau)] - [t(0, \tau) + \Delta t(0, \tau)] \} - k_{OK} F_{OK} \{ [t_B(\tau) + \Delta t_B(\tau)] - t_H(\tau) \}, \quad \tau > 0; \quad (20)$$

$$t_B(0) + \Delta t_B(0) = t_B^0. \quad (21)$$

Если из системы (16)–(21) вычесть невозмущенную систему (1)–(6), то получим систему уравнений в приращениях

$$\frac{\partial \Delta t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \Delta t(x, \tau)}{\partial x^2}, 0 < x < L, \tau > 0; \quad (22)$$

$$\Delta t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq L; \quad (23)$$

$$-\lambda \frac{\partial \Delta t(0, \tau)}{\partial x} = \alpha_B [\Delta t_B(\tau) - \Delta t(0, \tau)], \tau > 0; \quad (24)$$

$$-\lambda \frac{\partial \Delta t(L, \tau)}{\partial x} = \alpha_H \Delta t(L, \tau), \tau > 0; \quad (25)$$

$$c_B m_B \frac{d \Delta t_B(\tau)}{d \tau} = \Delta u(\tau) - \alpha_B F_{CT} \times \\ \times [\Delta t_B(\tau) - \Delta t(0, \tau)] - k_{OK} F_{OK} \Delta t_B(\tau), \tau > 0; \quad (26)$$

$$\Delta t_B(0) = 0. \quad (27)$$

Введем в рассмотрение функционал

$$I^* = I + M_1 + M_2,$$

где

$$M_1 = \int_0^{\tau k} \int_0^L \psi(x, \tau) \left[ \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \right] dx d\tau;$$

$$M_2 = \int_0^{\tau k} \psi_0(\tau) \{ c_B m_B dt_B(\tau) / d\tau - u(\tau) + \\ + \alpha_B F_{CT} [t_B(\tau) - t(0, \tau)] + k_{OK} F_{OK} [t_B(\tau) - t_H(\tau)] \} d\tau.$$

Здесь функции  $\psi(x, \tau)$ ,  $\psi_0(\tau)$  играют роль множителей Лагранжа [8].

Для произвольного допустимого управления  $u(\tau)$  и соответствующего ему решения задачи (1)–(6)

$$I^* = I$$

независимо от выбора функций  $\psi(x, \tau)$ ,  $\psi_0(\tau)$ , будем выбирать эти функции таким образом, чтобы выполнялись условия (10)–(15).

Найдем приращение функционала  $I^*$ , обусловленное вариацией управления:

$$\Delta I^* = \Delta I + \Delta M_1 + \Delta M_2. \quad (28)$$

Приращение  $\Delta I$  будет иметь вид

$$\Delta I = 2 [t_B(\tau k) - t_B^0] \Delta t_B(\tau k) + \\ + \beta \int_0^{\tau k} \{ G[u(\tau) + \Delta u(\tau)] - G[u(\tau)] \} d\tau + \\ + O(|\Delta t_B(\tau k)|), \quad (29)$$

где выражение  $O(*)$  означает величину порядка (\*).

Аналогично найдем, что

$$\Delta M_1 = \int_0^{\tau k} \int_0^L \psi(x, \tau) \left[ \frac{\partial \Delta t(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 \Delta t(x, \tau)}{\partial x^2} \right] dx d\tau; \quad (30)$$

$$\Delta M_2 = \int_0^{\tau k} \psi_0(\tau) \{ c_B m_B d \Delta t_B(\tau) / d\tau - \Delta u(\tau) + \\ + \alpha_B F_{CT} [\Delta t_B(\tau) - \Delta t(0, \tau)] + k_{OK} F_{OK} \Delta t_B(\tau) \} d\tau. \quad (31)$$

Нетрудно показать, что

$$\int_0^{\tau k} \int_0^L \psi(x, \tau) \frac{\partial \Delta t(x, \tau)}{\partial \tau} dx d\tau = \\ = \int_0^{\tau k} \frac{d}{d\tau} \int_0^L [\psi(x, \tau) \Delta t(x, \tau) dx] d\tau - \\ - \int_0^{\tau k} \int_0^L \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial \tau} \Delta t(x, \tau) dx d\tau = \int_0^L [\psi(x, \tau k) \Delta t(x, \tau k) - \\ - \psi(x, 0) \Delta t(x, 0)] d\tau - \int_0^{\tau k} \int_0^L \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial \tau} \Delta t(x, \tau) dx d\tau; \quad (32)$$

$$\int_0^{\tau k} \int_0^L \psi(x, \tau) \frac{\partial^2 \Delta t(x, \tau)}{\partial x^2} dx d\tau = \\ = \int_0^{\tau k} \left[ \psi(x, \tau) \frac{\partial \Delta t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \Delta t(x, \tau)}{\partial x} dx \right] d\tau = \\ = \int_0^{\tau k} \left[ \psi(L, \tau) \frac{\partial \Delta t(L, \tau)}{\partial x} - \psi(0, \tau) \frac{\partial \Delta t(0, \tau)}{\partial x} \right] d\tau - \\ - \int_0^{\tau k} \left[ \frac{\partial \psi(L, \tau)}{\partial x} \Delta t(L, \tau) - \frac{\partial \psi(0, \tau)}{\partial x} \Delta t(0, \tau) \right] d\tau + \\ + \int_0^{\tau k} \int_0^L \frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \Delta t(x, \tau) dx d\tau; \quad (33)$$

$$\int_0^{\tau k} \psi_0(\tau) \frac{d \Delta t_B(\tau)}{d \tau} d\tau = \psi_0(\tau) \Delta t_B(\tau) \Big|_0^{\tau k} - \\ - \int_0^{\tau k} \frac{d \psi_0(\tau)}{d \tau} \Delta t_B(\tau) d\tau. \quad (34)$$

Поэтому, учитывая (13), (23), (24), (25), приращение  $\Delta M_1$  примет вид:

$$\Delta M_1 = - \int_0^{\tau k} \int_0^L \Delta t(x, \tau) \left[ \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial \tau} + a \frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \right] dx d\tau + \\ + a \int_0^{\tau k} \left[ \frac{\alpha_H}{\lambda} \psi(L, \tau) + \frac{\partial \psi(L, \tau)}{\partial x} \right] \Delta t(L, \tau) d\tau - \\ - a \int_0^{\tau k} \left[ \frac{\alpha_B}{\lambda} \psi(0, \tau) + \frac{\partial \psi(0, \tau)}{\partial x} \right] \Delta t(0, \tau) d\tau - \\ - a \int_0^{\tau k} \frac{\alpha_B}{\lambda} \psi(0, \tau) \Delta t_B(\tau) d\tau.$$

Приращение для  $\Delta M_2$  с учетом (27) будет иметь вид:

$$\Delta M_2 = c_B m_B \psi_0(\tau k) \Delta t_B(\tau k) - \\ - \int_0^{\tau k} \{ c_B m_B d \psi_0(\tau) / d\tau - [\alpha_B F_{CT} + k_{OK} F_{OK}] \times \\ \times \psi_0(\tau) \} \Delta t_B(\tau) d\tau + \\ + \int_0^{\tau k} \psi_0(\tau) [-\Delta u(\tau) - \alpha_B F_{CT} \Delta t(0, \tau)] d\tau.$$

Таким образом, учитывая дополнительно (10)–(12), (14), (15), получим, что приращение для  $\Delta I^* = \Delta I + \Delta M_1 + \Delta M_2$  представится следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta I^* &= - \int_0^{\tau k} \{ \psi_0(\tau) [u(\tau) + \Delta u(\tau)] - \\ &- \beta G [u(\tau) + \Delta u(\tau)] \} - \{ \psi_0(\tau) u(\tau) - \\ &- \beta G [u(\tau)] \} d\tau + O(|\Delta t_B(\tau k)|) = \\ &= - \int_0^{\tau k} \Delta_u H d\tau + O(|\Delta t_B(\tau k)|). \end{aligned}$$

Здесь  $\Delta_u H$  приращение  $H$  по  $u(\tau)$ .

Если  $\Delta u(\tau) = 0$  вне малого отрезка времени  $\Delta \tau$ , то, как известно, [9–11] имеет место следующая оценка:

$$O(*) \leq \text{const} \|\Delta u(\tau)\|^2 \Delta \tau^2.$$

Далее предположим, что управление  $u(\tau)$  доставляет минимум функционалу  $I$ , но тогда приращение функционала, вызванное приращением управления, будет неотрицательным, т.е.  $\Delta I^* = \Delta I + \Delta M_1 + \Delta M_2 \geq 0$ . Согласно теореме для этого необходимо, чтобы «почти всюду» выполнялось неравенство  $\Delta_u H \leq 0$ , что эквивалентно выполнению неравенства  $\int_0^{\tau k} \Delta_u H d\tau \leq 0$ .

Допустим, что теорема неверна и существует  $u^*(\tau)$  такое, что  $\int_0^{\tau k} \Delta_u H d\tau > 0$ , но тогда в пределах  $\Delta \tau$  будет выполняться неравенство  $\Delta_u H \geq \sigma > 0$ . В этом случае

$$\begin{aligned} \Delta I &= - \int_0^{\tau k} \Delta_u H d\tau + O(|\Delta t_B(\tau k)|) = \\ &= - \int_{\Delta \tau} \Delta_u H d\tau + O(*) \leq \\ &\leq - \int_{\Delta \tau} \left[ \sigma - \frac{\text{const}}{\Delta \tau} \|\Delta u(\tau)\|^2 \Delta \tau^2 \right] d\tau. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что  $\lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \Delta \tau^2 / \Delta \tau = 0$ , поэтому всегда можно выбрать такое достаточно малое  $\Delta \tau$ , что  $\sigma - \text{const} / \Delta \tau \|\Delta u(\tau)\|^2 \Delta \tau^2 > 0$ . В этом случае  $\Delta I < 0$ , что противоречит условию  $\Delta I \geq 0$ . Утверждение доказано.

#### 4. О вычислительных аспектах оптимального управления

Полученные необходимые условия оптимальности управления режимом прерывистого отопления являются достаточно сложными. Следует подчеркнуть, что сложность, как правило, характерна

для любых задач оптимального управления. Научной общественности уже хорошо знакома такая черта теории оптимального управления, когда она отличается глубокими результатами качественного характера, вместе с тем развитие конструктивных аспектов теории, связанных с фактическим аналитическим или численным решением задач заметно отстало. До сих пор нет достаточно надежных алгоритмов, формализующих процедуру построения оптимальных управлений даже в линейных задачах [12], чтобы решить задачу до конца обычно требуется привлекать какие-то дополнительные соображения, так называемый здравый смысл.

Возможно, что при численном решении будет эффективным метод последовательных приближений, сущность которого, следуя в основном работе [13] можно изложить следующим образом: первоначально, исходя из каких-либо соображений, задаются некоторым допустимым управлением и решают систему уравнений (1)–(6). Затем из полученного решения в момент времени  $\tau k$  определяют «начальное» значение (12) и интегрируют в обратном времени уравнения для сопряженных переменных с целью уточнения управления и т.д. При этом, очевидно, наиболее доступным и простым является численное интегрирование уравнений методом конечных разностей. Однако, в некоторых случаях возможно и использование известных аналитических решений. Но при этом далеко не исследованным является вопрос о сходимости этого метода для рассматриваемых задач. Кроме того, довольно не простым, в особенности для обратных задач, является вопрос о построении эффективной разностной схемы, которая помимо точности и экономичности должна, прежде всего, удовлетворять требованию устойчивости.

Вместе с тем, большим достоинством доказанной теоремы является то, что она позволяет во многих случаях оценить структуру оптимального управления, его общий вид, не решая самой оптимальной задачи. Такая оценка, помимо самостоятельного интереса, часто оказывается полезной при численном решении задачи. Например, в линейных оптимальных задачах, т.е. в задачах, уравнения которых содержат управление в первой степени (следует заметить, что к таким задачам приводится большой круг практических задач управления), из теоремы следует, что если оптимальное управление существует, то, формально, при определении допустимой области управления в виде указанного неравенства оно будет представлять кусочно-постоянную функцию, принимающие поочередно значения  $W_0^{\min}$  и  $W_0^y$ , т.е.

$$u^*(\tau) = \frac{W_0^{\min} + W_0^y}{2} + \frac{W_0^y - W_0^{\min}}{2} \text{sign} [\psi_0(\tau) - \beta]. \quad (35)$$

Таким образом, в данной задаче оптимальное управление формально представляет кусочно-постоянную функцию, принимающую поочередно

известные значения  $W_0^{\min}$  и  $W_0^y$ . И, казалось бы, все решение состоит в оптимальном подборе последовательностей интервалов управления и их точек стыка. Однако, важно отметить, что формальность записи (35) и заключена в том, что аннулирование выражения, стоящего под знаком sign, вообще говоря, возможно не только в отдельных точках отрезка  $[0, tk]$ , но и на целых его участках. В этом случае принципа максимума оказывается недостаточно для определения оптимального управления, требуется дополнительное специальное исследование по выявлению так называемых особых экстремалей [14]. Трудность здесь заключается еще в том, что эта проблема для распределенных систем математически практически не разработана. Кроме того, здесь опять же остается открытым вопрос о возможном числе точек переключения и об их расположении на отрезке  $[0, tk]$ .

Тем не менее, согласно рекомендациям работ [15, 16], в некоторых априорно задаваемых классах решение может быть получено численными методами. Будем, например, разыскивать решение в соответствии с (35), но, заранее задавая число переключений, роль неизвестных будут играть моменты переключений. В этом случае задача будет состоять в отыскании минимума функционала  $I$  по моментам переключения управления. Если в ходе поиска какой-нибудь из интервалов станет меньше некоторой достаточно малой величины, то его следует ликвидировать и число точек переключения уменьшить на единицу [16].

Таким образом, в ходе поиска число переменных (точек переключения), по которым ведется поиск, может уменьшаться, но, естественно, не может увеличиваться.

Важно, однако, отметить, что для рассматриваемых задач оправданным, в определенной мере, математически является построение управлений, состоящих из двух-трех интервалов постоянства [15–17]. Этот подход тем более разумен технически потому, что реализовать управления с большим числом переключений практически невозможно.

### Литература

1. Панферов, В. И. К теории математического моделирования теплового режима зданий. / В. И. Панферов, А. Н. Нагорная, Е. Ю. Анисимова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 4, № 14(69). – С. 128–132.
2. Панферов, В. И. Моделирование и управление тепловым режимом зданий / В. И. Панферов, А. Н. Нагорная, Е. Ю. Пашина // Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции: материалы Международной научно-технической конференции. – М.: МГСУ, 2005. – С. 94–98.
3. Панферов, В. И. Решение задачи оптимального управления отоплением здания в нерабочее время / В. И. Панферов, Е. Ю. Пашина // Вестник ЮГТУ – УПИ. Строительство и образование. – 2006. – № 12(83). – С. 355–357.
4. Строй, А. Ф. Управление тепловым режимом зданий и сооружений / А. Ф. Строй. – Киев: Вища школа, 1993. – 153 с.
5. Табуничиков, Ю. А. Тепловая защита ограждающих конструкций зданий и сооружений / Ю. А. Табуничиков, Д. Ю. Хромец, Ю. А. Матросов. – М.: Стройиздат, 1986. – 380 с.
6. Макагонов, В. А. О возможности приведения многослойных конструкций к однослойным при тепловых расчетах / В. А. Макагонов // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1974. – № 4. – С. 137–140.
7. Шкурко, Б. Ф. К вопросу инженерного теплового расчета конструкций / Б. Ф. Шкурко, В. П. Нечаев // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – № 3. – С. 93–96.
8. Андреев, Ю. Н. Оптимальное проектирование тепловых агрегатов / Ю. Н. Андреев. – М.: Машиностроение, 1983. – 231 с.
9. Егоров, А. И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А. И. Егоров. – М.: Наука, 1978. – 464 с.
10. Дегтярев, Г. Л. Об оптимальном управлении одномерными процессами с распределенными параметрами / Г. Л. Дегтярев, Т. К. Сиразетдинов // Автоматика и телемеханика. – 1967. – № 11. – С. 29–38.
11. Дегтярев, Г. Л. Об оптимальном управлении распределенными процессами с движущейся границей / Г. Л. Дегтярев // Автоматика и телемеханика. – 1972. – № 10. – С. 44–50.
12. Габасов, Р. Прямой точный алгоритм построения оптимального управления в линейной задаче / Р. Габасов, С. В. Гневко, Ф. М. Кириллова // Автоматика и телемеханика. – 1983. – № 8. – С. 30–38.
13. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М.: Наука, 1975. – 568 с.
14. Габасов, Р. Особые оптимальные управления / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – М.: Наука, 1973. – 256 с.
15. Бутковский, А. Г. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский, Л. М. Пустыльников. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
16. Островский, Г. М. Методы оптимизации химических реакторов / Г. М. Островский, Ю. М. Волин. – М.: Химия, 1967. – 248 с.
17. Рапопорт, Э. Я. Предельные характеристики температурных полей при индукционном нагреве металла / Э. Я. Рапопорт // Сб. научн. тр. ВНИИЭТО: Теория и практика индукционного нагрева. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – С. 3–13.

Поступила в редакцию 14 января 2008 г.



## К ОБОСНОВАНИЮ МЕТОДА СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА АВТОМАТИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ

*С.В. Панферов, А.И. Телегин, В.И. Панферов*

## ON JUSTIFICATION OF THE METHOD OF STRUCTURE PARAMETRIC SYNTHESIS OF AUTOMATIC REGULATORS

*S.V. Panferov, A.I. Telegin, V.I. Panferov*

Обосновывается вид эталонной передаточной функции замкнутой системы автоматического регулирования. Решается задача структурно-параметрического синтеза автоматических регуляторов для типовых промышленных объектов управления. Анализируется качество выбора структур и настроек регуляторов.

*Ключевые слова: синтез регулятора, структурно-параметрический синтез, выбор настроек, выбор структуры.*

A type of reference closed-loop transfer function of automatic regulation is justified. The problem of structure parametric synthesis of automatic regulators for standard industrial control objects is solved. The quality of structure selection and regulator adjustments is analyzed.

*Keywords: regulator synthesis, structure parametric synthesis, superstructure selection, structure selection.*

В настоящее время в промышленности для автоматического регулирования различных переменных технологических процессов широко используются ПИД-регуляторы и их частные варианты. Накоплен огромный опыт применения таких регуляторов, в частности, разработаны и апробированы различные способы их настройки. Вместе с тем, как неоднократно отмечает В.Я. Ротач в своем сравнительно недавно изданном учебнике [1], П-, ПИ- и ПИД-«...алгоритмы были получены чисто эвристическим путем» [1, с. 82] и что «... достаточно убедительное формальное доказательство целесообразности их применения ... до сих пор получить не удалось» [1, с. 24].

В настоящей работе предлагается метод структурно-параметрического синтеза регуляторов по желаемой (эталонной) передаточной функции замкнутой системы. Работа является развитием результатов, полученных в работах [2, 3] и, как нам представляется, может служить некоторым формальным обоснованием целесообразности применения ПИД-регуляторов.

**Панферов Сергей Владимирович** – аспирант кафедры систем управления и математического моделирования Миасского филиала ЮУрГУ; tgsiv@susu.ac.ru.

**Телегин Александр Иванович** – д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой систем управления и математического моделирования Миасского филиала ЮУрГУ; aam@am.susu.ru.

**Панферов Владимир Иванович** – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ; tgsiv@susu.ac.ru.

### 1. Решение задачи синтеза регуляторов

Задача решалась методом выбора передаточной функции замкнутой системы в виде  $W_{zc}(p) = \frac{1}{\theta p + 1} \exp(-\tau_{об} p)$ , где  $\theta$  – достаточно ма-

лая постоянная времени,  $p$  – комплексная переменная, а параметр  $\tau_{об}$  приравнивался ко времени запаздывания объекта управления, который при этом представлялся одной из следующих типовых передаточных функций:

$$\frac{1}{T_{об} p} \exp(-\tau_{об} p);$$

$$\frac{k_{об}}{T_{об} p + 1} \exp(-\tau_{об} p);$$

$$\frac{k_{об}}{a_2 p^2 + a_1 p + 1} \exp(-\tau_{об} p),$$

где  $k_{об}$ ,  $T_{об}$ ,  $\tau_{об}$  – соответственно коэффициент передачи, постоянная времени и время запаздывания объекта,  $a_1$ ,  $a_2$  – коэффициенты дифференциального уравнения объекта. В результате приме-

**Panferov Sergey Vladimirovich** – post-graduate student of control system and mathematical modeling department of Miass branch of SUSU; tgsiv@susu.ac.ru.

**Telegin Alexander Ivanovich** – PhD, professor, head of control system and mathematical modeling department of Miass branch of SUSU; aam@am.susu.ru.

**Panferov Vladimir Ivanovich** – PhD, professor, head of heat and gas supply and ventilation department of SUSU; tgsiv@susu.ac.ru.

нения данного подхода получили, что для объектов первого типа передаточная функция квазиоптимального регулятора будет равна

$$W_p(p) = \frac{T_{об}}{\tau_{об} + \theta}, \text{ т.е. близким к идеальному является}$$

ПИ-регулятор с коэффициентом передачи  $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об} + \theta}$ . Для объекта второго типа квазиоптимальным будет ПИ-регулятор, его передаточная функция будет иметь вид

$$W_p(p) = \frac{T_{об}}{k_{об}(\tau_{об} + \theta)} \left[ 1 + \frac{1}{T_{об}p} \right]. \text{ Передаточная}$$

функция регулятора для объекта третьего типа

$$\text{будет такой } W_p(p) = \frac{a_1}{k_{об}(\tau_{об} + \theta)} \left[ 1 + \frac{1}{a_1 p} + \frac{a_2}{a_1} p \right],$$

т.е. целесообразно применение ПИД-регулятора.

## 2. Обоснование вида эталонной передаточной функции

При выборе эталонной передаточной функции замкнутой системы руководствовались следующими соображениями. Очевидно, что идеальной передаточной функцией замкнутой системы по задающему воздействию является передаточная функция вида  $W_{зс}(p) = 1$  [4]. В этом случае САР абсолютно точно обрабатывает задание, а также полностью исключает влияние возмущений на процесс управления [4]. Однако, как это достаточно хорошо известно научной общественности, добиться такой передаточной функции совершенно невозможно. Поэтому есть смысл попытаться за счет выбора регулятора получить такую передаточную функцию замкнутой системы, которая в определенной мере будет близка к идеальной. Нетрудно видеть, что при малом значении параметра  $\theta$  следующие передаточные функции близки к 1:

$$\frac{1}{\theta p + 1}, e^{-\theta p}, \text{ причем при } \theta \rightarrow 0 \text{ предел этих передаточных функций будет точно равен 1. Кроме}$$

того  $\frac{1}{\theta p + 1} \approx e^{-\theta p}$ , т.е. данные передаточные функции приближенно равноценны. Отметим также, что по данным работы [5] система с передаточной функцией  $\frac{1}{\theta p + 1}$  является оптимальной по робастности и точности. В этой работе, в частности, приводятся следующие интересные для рассматриваемой проблемы данные: «...чем ближе к отрицательной вещественной полуоси располагаются корни характеристического уравнения системы», «...тем большую робастность имеет система» и что «...если все полюсы системы находятся на отрицательной вещественной полуоси, то она «...обладает» «...наиболее высоким потенциалом по робастности», «...из множества чисто инерци-

онных систем наиболее структурно-робастным является простейшее инерционное звено первого порядка».

Кроме того, дополнительным обоснованием для выбора данной передаточной функции в качестве эталона являются следующие соображения.

Известно [6], что достаточно рациональным (вполне предпочтительным) является следующий критерий качества переходных процессов в САР:

$$I = \int_0^{\infty} [\varepsilon^2 + \alpha^2 (d\varepsilon/dt)^2] dt, \quad (1)$$

где  $\varepsilon(t) = x^3(t) - x(t)$  – ошибка регулирования (расогласование),  $x^3(t)$  и  $x(t)$  – соответственно заданное и действительное значение регулируемой величины,  $t$  – время,  $\alpha^2$  – некоторый весовой коэффициент.

Известно также [6], что оптимальным по минимуму этого критерия переходным процессом является экспоненциальный процесс, т.е. процесс вида

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(0) \exp(-t/\alpha), \quad (2)$$

где  $\varepsilon(0)$  – значение ошибки регулирования при  $t=0$ .

Если при этом считать, что такой переходный процесс должен иметь место при отработке САР единичного ступенчатого задания  $x^3(t) = 1(t)$ , то в этом случае  $\varepsilon(0) = 1$  и выходной сигнал САР будет иметь вид

$$x(t) = 1 - \exp(-t/\alpha). \quad (3)$$

В связи с этим Лапласово изображение выходной величины запишется так

$$L\{x(t)\} = X(p) = \frac{1}{p(\alpha p + 1)}, \quad (4)$$

далее, учитывая, что

$$L\{x^3(t)\} = X^3(p) = \frac{1}{p} \quad (5)$$

найдем передаточную функцию образцовой (эталонной) САР

$$W(p) = \frac{X(p)}{X^3(p)} = \frac{1}{\alpha p + 1}, \quad (6)$$

что соответствует вышеотмеченному.

Для выбора величины  $\alpha$  имеются следующие рекомендации [6]: так как длительность переходного процесса в САР с передаточной функцией (6) составляет примерно  $(3 \div 4)\alpha$ , поэтому если задано время регулирования  $t_p$ , то, допуская известный запас,  $\alpha$  следует вычислять по соотношению

$$\alpha = \frac{t_p}{(5 \div 6)}. \quad (7)$$

Понятно, что параметр  $\alpha$  в этом случае играет роль постоянной времени  $\theta$  эталонной передаточной функции САР.

Если известна передаточная функция замкнутой САР по заданию  $W_{зс}(p)$ , то передаточная функция регулятора  $W_p(p)$  находится по формуле:

$$W_p(p) = \frac{W_{зс}(p)}{W_{об}(p)[1 - W_{зс}(p)]}, \quad (8)$$

где  $W_{об}(p)$  – передаточная функция объекта.

Если динамические свойства объектов управления описывать вышеприведенными передаточными функциями и при этом  $W_{зс}(p)$  выбрать в виде  $\frac{1}{\theta p + 1}$ , то в соответствии с формулой (8) будут

получаться физически нереализуемые структуры регуляторов из-за наличия в числителе  $W_p(p)$  сомножителя вида  $\exp(\tau_{об}p)$ . Поэтому, учитывая все вышеизложенное, при решении задачи полагали, что  $W_{зс}(p) = \frac{1}{\theta p + 1} \exp(-\tau_{об}p)$ . Таким

образом, было и установлено, что для каждого конкретного объекта управления, принадлежащего множеству типовых динамических объектов целесообразно применение конкретного регулятора из ПИД-семейства.

### 3. Обсуждение подхода к решению задачи

Следует отметить, что данный подход к решению задачи синтеза (посредством предварительного выбора передаточной функции замкнутой системы) вообще-то известен уже давно. Повидимому, впервые в отечественной литературе идея этого метода достаточно ясно изложена в работе [7, с. 7–8]. Многие методы синтеза САР, в частности, и методы [4] по существу основаны на предварительном выборе желаемой передаточной функции замкнутой системы. В известной мере этот подход используется даже при выборе желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы [8–10]. Обсуждаются и используются такие подходы и в настоящее время [5, 11, 12]. Однако непосредственно этот метод в литературе практически не рассматривается, во всяком случае, авторам неизвестны работы конкретно с вышеизложенной постановкой и решением задачи синтеза. Вместе с тем, метод достаточно прост и отличается предельной ясностью. Очень важно, что метод приводит к явному формульному решению задачи, дает однозначный ответ на вопрос: какой регулятор следует применить на данном объекте и каковы должны быть его параметры настройки. Последнее замечание достаточно значимо, по крайней мере, в учебных целях, так как в литературе по существу нет формализованных процедур, позволяющих однозначно решать задачу синтеза регуляторов. Так, например, в [7, с. 85], в частности, отмечается, что каждый из типовых переходных процессов «...может быть обеспечен любым регулятором

непрерывного действия». При этом в работах [7, 13] для любого типового переходного процесса предлагаются настройки любого из типовых регуляторов. Если учесть, что требование простоты закона регулирования в настоящее время уже не является существенным, то следует признать неоднозначность рекомендаций работ [7, 13] по выбору структуры регуляторов в современных условиях. Определенная неоднозначность прослеживается также и в известных процедурах параметрической настройки уже выбранного каким-то образом закона регулирования. Здесь достаточно упомянуть о показателе колебательности  $M$ , ведь в работе [9] требуется, чтобы он не превышал значения, равного двум, а в работе [14, с. 59–60] вообще утверждается, что «...обоснованные рекомендации по выбору  $M$  устанавливают на основании опыта эксплуатации каждого класса систем», т.е. уже после проектирования и внедрения САР. Таким образом, рассмотренный метод, на наш взгляд, незаслуженно обделен вниманием.

Примечательно то, что в ряде случаев полученные настройки достаточно близки к рекомендациям работ [7, 13]. Для объекта второго типа полученные настройки ПИ-регулятора при  $\theta = 0$  полностью совпадают с настройками работы [13] для переходного процесса с минимальной квадратичной площадью отклонения от идеального результата. Для объекта первого типа настройка П-регулятора для аperiodического переходного процесса и переходного процесса с 20 % перерегулированием в работе [13] отличается от полученной только на постоянный множитель. Для переходного процесса с минимальной квадратичной площадью отклонения настройка П-регулятора в работе [13] отсутствует, причем никаких разъяснений на этот счет не приводится. Для объекта третьего типа в работах [7, 13] вообще нет никаких рекомендаций. Подчеркнем, однако, что в работах [7, 13] не указывается, как была найдена структура приводимых формул для настройки.

### 4. Свойства сконструированных систем

Нетрудно видеть, что во всех рассмотренных случаях передаточная функция разомкнутой системы  $W_{рс}(p)$  получается одинаковой и равной

$$W_{рс}(p) = \frac{\exp(-\tau_{об}p)}{(\theta + \tau_{об})p}, \quad \text{поэтому передаточная функция замкнутой САР по задающему воздействию будет равна } W_{зс}(p) = \frac{\exp(-\tau_{об}p)}{(\theta + \tau_{об})p + \exp(-\tau_{об}p)}.$$

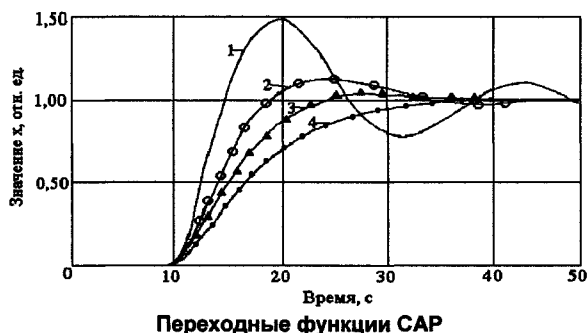
Отсюда следует, что дифференциальное уравнение замкнутой САР будет иметь вид:

$$(\theta + \tau_{об}) \frac{dx(t)}{dt} + x(t - \tau_{об}) = x^3(t - \tau_{об}). \quad (9)$$

Решая уравнение (9) для единичного ступенчатого воздействия, найдем переходную функцию замкнутой системы. На рисунке приведены переход-

ные функции САР для  $\tau_{об} = 5$  с и различных значений параметра  $\theta$ : для кривой 1  $\theta = 0$  с; для кривой 2  $\theta = 3$  с; для кривой 3  $\theta = 5$  с; для кривой 4  $\theta = 8$  с.

Как видно из рисунка во всех случаях САР устойчивая, причем с увеличением параметра  $\theta$  колебательность переходной функции уменьшается, переходный процесс все в большей степени приобретает аperiodический характер (демпфированность САР возрастает), причем при  $t \rightarrow \infty, x \rightarrow 1$ , т.е. САР астатическая.



Проанализировали влияние параметра  $\tau_{об}$  на показатели качества переходных процессов в рассматриваемых САР, определялись перерегулирование  $\sigma$ , время регулирования  $t_p$ , а также значения следующих критериев:

$$I_1 = \int_0^{t_k} |\varepsilon(t)| dt; \tag{10}$$

$$I_2 = \int_0^{t_k} \varepsilon^2(t) dt, \tag{11}$$

где  $t_k$  — конечное время оценки переходного процесса. Здесь время регулирования  $t_p$  определялось как время, по истечении которого отклонение регулируемой величины от задания не будет превышать 5%. Результаты приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, перерегулирование  $\sigma$  с увеличением параметра  $\tau_{об}$  растет, начиная с величины 45%, однако рост достаточно медленный, в наших расчетах эта величина не превышала 50%,  $t_p$  также растет, причем практически прямо пропорционально увеличению  $\tau_{об}$ , растут и величины  $I_1$  и  $I_2$ , которые оценивают близость переходных процессов к идеальному результату — единичной функции  $1(t)$ . Таким образом, можно сделать вывод, что чем больше запаздывание объекта управления  $\tau_{об}$ , тем хуже переходный процесс в системе, сконструированной по рассматриваемому методу. Вместе с тем удалось установить достаточно интересное влияние параметра  $\theta$ , небольшое положительное значение этого параметра приближает САР к идеалу, уменьшаются все перечисленные показатели (табл. 2). Отметим также, что при некоторых сочетаниях параметров  $\tau_{об}$  и  $\theta$  показатели качества переходного процесса, особенно перерегулирование  $\sigma$  резко меняются, так, например, если  $\tau=1$  с, то при  $\theta=0$  с  $\sigma=45\%$ , а при  $\theta=1$  с уже  $\sigma=2,5\%$ , при  $\theta=2$  с,  $\sigma=0\%$ . При этом очевидно, что во многих случаях за счет выбора параметра  $\theta$  всегда можно добиться приемлемого качества процесса регулирования.

Таблица 1

**Показатели качества переходных процессов в САР при  $\theta = 0$  с и возмущении по заданию**

$\tau_{об}, c$	1,0	2,0	3,0	5,0	7,0	10,0	15,0	20,0
$\sigma, \%$	45,0	47,5	48,3	48,9	49,2	49,4	49,6	49,7
$t_p, c$	8,2	16,8	25,4	42,5	70,4	101,6	153,2	204,8
$I_1$ , ед. регулируемой величины $\times c$	2,57	5,45	8,35	14,12	19,75	28,63	43,12	57,62
$I_2$ , ед. регулируемой величины $^2 \times c$	15,62	32,58	49,60	83,66	117,72	168,84	254,04	339,25

Таблица 2

**Показатели качества переходных процессов в САР при  $\theta = 1$  с и возмущении по заданию**

$\tau_{об}, c$	1,0	3,0	5,0	10,0
$\sigma, \%$	2,5	24,1	32,6	40,4
$t_p, c$	3,4	19,4	33,5	84,6
$I_1$ , ед. регулируемой величины $\times c$	2,10	6,51	11,67	25,46
$I_2$ , ед. регулируемой величины $^2 \times c$	15,39	45,19	76,69	158,95

Если проанализировать передаточные функции САР по каналу «возмущение со стороны регулирующего органа – рассогласование», то несложно установить, что квазиоптимальные системы с объектами второго и третьего типов также будут астатическими и в этом случае, однако система с объектом первого типа будет только статической, причем установившаяся ошибка регулирования будет равна  $1/k_p = (\tau_{об} + \theta)/T_{об}$ , т.е. она тем меньше, чем больше коэффициент передачи П-регулятора.

Используя критерий устойчивости Найквиста для систем с запаздыванием [8], нашли, что критическая частота  $\omega_{кр}$  будет равна  $\omega_{кр} = \frac{1}{\theta + \tau_{об}}$ , поэтому условие устойчивости замкнутой САР в общем случае запишется так:  $\tau_{об} / (\theta + \tau_{об}) < \pi/2$ . В нашем же случае всегда  $\tau_{об} / (\theta + \tau_{об}) < 1$ , поэтому рассматриваемая САР устойчива.

Отметим также, что в данной работе структуры и настройки автоматических регуляторов выбирали, полагая, что передаточная функция замкнутой системы должна быть следующей

$$W_{зс}(p) = \frac{\exp(-\tau_{об} p)}{\theta p + 1}. \text{ Однако на самом деле полу-}$$

$$\text{чило, что } W_{зс}(p) = \frac{\exp(-\tau_{об} p)}{(\theta + \tau_{об})p + \exp(-\tau_{об} p)}.$$

Не трудно видеть, что поставленная цель все таки достигнута, но с той степенью точности, с какой выполняется соотношение  $\exp(-\tau_{об} p) \approx 1 - \tau_{об} p$ .

### 5. Некоторые замечания

В.Я. Ротачем в [1, с. 188] предлагается так называемое «...формальное обоснование применимости ПИД-регулятора»: оптимальная передаточная функция регулятора выбирается из условия минимума дисперсии выходной величины САР при обработке эквивалентного возмущения, «...приведенного непосредственно к выходу объекта» [1, с. 180]. Здесь получаемый ответ зависит от вида основного возмущающего воздействия, для возмущения, являющегося, например, белым шумом, оптимальная передаточная функция регулятора будет одной, а для возмущения другого типа совсем другой. Заметим, что, применяя этот метод, иногда можно получить результаты, достаточно близкие к тем, что следуют из вышеизложенной методики. Так, например, для объекта управления с передаточной функцией третьего типа В.Я. Ротач, полагая, что САР обладает высоким показателем технологической работоспособности, т.е. при низкочастотном характере основных возмущений получает совершенно такой же результат, что получен нами для  $W_{зс}(p) = \exp(-\tau_{об} p)$ . Вместе с тем, как нам представляется, вышеизложенный способ синтеза, во-первых, заметно проще по содержанию, чем способ [1], во-вторых, не требует опреде-

ления характера возмущающих воздействий и, в-третьих, предпочтительнее потому, что задача у САР вообще-то двоякая: как можно точнее обрабатывать задание, влияние же возмущений на регулируемую величину при этом должно быть как можно менее заметным (САР должна обрабатывать два вида воздействий – это задающие и возмущающие воздействия). При этом хорошо известно, что «...реакция регулируемой величины на скачок задающей позволяет судить о том, насколько хорошо оптимизирован контур и по отношению к возмущениям» [4, с. 6], т.е. безусловно предпочтительнее использовать способ синтеза, ориентированный на оптимальную обработку задающего воздействия. Кроме того, аргументы, приведенные В.Я. Ротачем [1, с. 190, с. 191]), являются, по существу, одним из вариантов обоснования структуры регулятора Ресвика.

В работах А.З. Сметаны [15–18] утверждается, что для объекта с передаточной функцией в виде звена чистого запаздывания  $W_{об}(p) = \exp(-\tau_{об} p)$  найдена (на оптимизаторе!?) передаточная функция оптимального регулятора, эта передаточная функция имеет вид  $W_p(p) = \frac{0,75(0,5\tau_{об} p + 1)}{\tau_{об} p}$ , очевидно,

что это ПИ-регулятор. По-видимому, никакой формализованной процедуры выбора структуры регулятора у автора нет, речь может идти лишь об определении оптимальных параметров настройки регулятора, при этом критерием оптимальности здесь

является функционал  $I = \int_0^{\infty} \varepsilon |dt$ . Вместе с тем заме-

тим, что в работе [19, с. 242] существенно аргументировано (достаточно обоснованно) показывается, что для звена чистого запаздывания идеальным регулятором является И-регулятор, такой же результат получается и при применении рассматриваемого способа синтеза САР: действительно, подставляя  $W_{об}(p) = \exp(-\tau_{об} p)$  в (8) и учитывая используемые

$$\text{допущения, получим, что } W_p(p) = \frac{1}{(\theta + \tau_{об})p}.$$

Далее, сообщается, что если объект имеет передаточную функцию вида  $W_{об}(p) = \exp(-\tau_{об} p)W_1(p)$ , то передаточная функция оптимального регулятора будет такой:

$$W_p(p) = \frac{0,75(0,5\tau_{об} p + 1)}{\tau_{об} p W_1(p)}.$$

При этом автор предлагает описывать широкий класс объектов управления следующей, якобы «нестандартной», передаточной функцией:

$$W_{об} = \frac{k_{об}}{T_{об} p + \exp(-\lambda p)} \exp(-\tau_{об} p),$$

где  $\lambda$  – некоторый параметр. Выбор такой передаточной функции автор в работе [15] объясняет тем, что «...большинство объектов регулирования в теплоэнергетике описываются передаточными

функциями, характеристические уравнения которых имеют комплексные корни», «...известные модели типа  $\exp(-\tau_{об}p)/(T_{об}p+1)$  или более сложные  $\exp(-\tau_{об}p)/[(T_{об}p+1)(T_1p+1)^n]$  имеют характеристические уравнения только с действительными корнями». Нетрудно видеть, что данный предлог является достаточно надуманным, никакой необходимости во включении в этом случае в знаменатель передаточной функции трансцендентного члена  $e^{-\lambda p}$  нет, достаточно записать знаменатель передаточной функции объекта в виде многочлена общего вида относительно  $p$ , как известно, всякий такой многочлен с действительными коэффициентами и со степенью, начиная со второй и выше, может иметь как действительные, так и комплексные корни. Затем же А.З. Сметана указывает, что данная передаточная функция «...может быть преобразована в передаточную функцию третьего или второго порядка с запаздыванием», т.е. происходит возврат к так называемому стандартному представлению динамических свойств объектов управления. Поэтому естественно возникает вопрос: так в чем же заключается оригинальность и новизна работы?

Если использовать метод А.З. Сметаны, то передаточная функция разомкнутой САР будет иметь вид:

$$W_{рс}(p) = \frac{0,75(0,5\tau_{об}p+1)\exp(-\tau_{об}p)}{\tau_{об}p},$$

поэтому передаточная функция замкнутой САР по задающему воздействию будет равна:

$$W_{зс}(p) = \frac{0,75(0,5\tau_{об}p+1)\exp(-\tau_{об}p)}{\tau_{об}p+0,75(0,5\tau_{об}p+1)\exp(-\tau_{об}p)}.$$

Отсюда следует, что дифференциальное уравнение замкнутой САР будет следующим:

$$(\tau_{об}/0,75)\frac{dx(t)}{dt} + 0,5\tau_{об}\frac{dx(t-\tau_{об})}{dt} + x(t-\tau_{об}) = 0,5\tau_{об}\frac{dU(t-\tau_{об})}{dt} + U(t-\tau_{об}), \quad (12)$$

т.е. получается довольно близкая к (9) структура. Однако следует заметить, что все результаты получены автором работ [15–18] достаточно сложным, запутанным и не совсем «прозрачным» путем. В работе [16] приводится условие устойчивости систем с такими передаточными функциями, это условие применительно к нашему случаю полностью совпадает с вышеприведенным неравенством. В этой же работе [16] указывается, что если при этом  $0 \leq \tau_{об}/(\theta + \tau_{об}) \leq 0,37$ , то переходный процесс в САР монотонный, если  $0,37 < \tau_{об}/(\theta + \tau_{об}) < \pi/2$  – колебательный затухающий, при  $\tau_{об}/(\theta + \tau_{об}) > \pi/2$  переходный процесс колебательный расходящийся. Численное моделирование показало также, что область моно-

тонных переходных процессов, выделяемая автором работы [16] неравенством

$$0 \leq \tau_{об}/(\theta + \tau_{об}) \leq 0,37$$

подтверждается, однако, только приближенно.

Как показал анализ литературных источников, некоторые из вышеприведенных результатов при определенных допущениях можно получить и методами работ [1, 19]. Однако, в частности, подход работы [19] излишне усложнен: задача решается методом эвристического конструирования алгоритмической структуры идеальной САР, при этом в процессе решения (задачи структурно-параметрического синтеза) используются структуры *практически нереализуемых* регулятора Ресвика и предиктора Смита. Найденная таким образом структура идеального регулятора, как отмечает и сам автор [19, с. 240, с. 241], имеет ряд недостатков. Так в работе [19, с. 241], в частности, утверждается, что «...существенным недостатком системы с регулятором Ресвика является ее критичность или сильная чувствительность к малым вариациям запаздывания объекта: система устойчива только при точном равенстве запаздывания объекта и запаздывания» модели. Однако при этом никаких конкретных данных не приводится, по-видимому, этот вопрос – вопрос исследования грубости структур с регуляторами типа Ресвика все-таки еще требует детального исследования. Предложенная процедура решения задачи, на наш взгляд, заметно проще, причем на всех этапах решения получаются структурно устойчивые регуляторы и системы, кроме того, конкретно робастность предлагаемых нами структур и настроек регуляторов, насколько это нам известно, еще не исследована.

В работе [20] задача структурно-параметрического синтеза автоматических регуляторов решается методом В.Я. Ротаца [1]. Если найденная таким образом передаточная функция регулятора не выражается через передаточные функции П-, И-, ПИ-, ПИД-регуляторов, то методом разложения в цепную дробь, а в сложных случаях, дополнительно, проводя предварительную декомпозицию задачи, эту передаточную функцию представляют в виде соединения «...двух–трех типовых законов» [20]. Данная процедура применяется авторами также и к так называемому восстановительно-прогнозирующему регулятору (ВП-регулятору). Таким образом, устанавливается приближенная связь между квазиоптимальными и типовыми законами регулирования.

Понятно, что недостатки метода [1] целиком и полностью присутствуют и в работе [20], кроме того, метод работы [20] нельзя назвать полностью формализуемым.

Следует заметить, что представление динамических свойств реальных объектов управления приведенными передаточными функциями, как известно, является достаточно приближенным.

Неоптимальными могут быть как структура математической модели объекта, так и численные значения ее параметров, т.е. возможно неоднозначное решение этих вопросов. Так, например, в работах [21, 22] утверждается, что «...во многих случаях ... динамика объектов регулирования с достаточной точностью может быть представлена передаточными функциями без учета транспортного (чистого) запаздывания» [22, с. 56] и что запаздывание авторами называется «кажущимся» [22, с. 56]. Вместе с тем следует отметить, что подавляющее большинство исследователей все-таки отдают предпочтение моделям с запаздыванием, здесь следует отметить работы [5–7, 9, 13, 14, 19]. Звено чистого запаздывания, если оно присутствует в модели объекта управления, переносится в характеристическое уравнение замкнутой системы, что делает невозможным применение некоторых аналитических методов синтеза автоматических регуляторов. Этим, как нам представляется, в частности, и объясняется стремление некоторых авторов исключить это затруднение. Кстати говоря, структура прогнозатора Смита такова, что позволяет уничтожить именно запаздывание в характеристическом уравнении замкнутой системы.

Так как качество выбора и настройки автоматических регуляторов напрямую зависит от решения задачи построения математической модели объекта управления, то качество переходных процессов в реальных системах может отличаться от ожидаемого и весь вопрос состоит в том, насколько в каждом конкретном случае будет допустимым это отличие. Сконструированная САР, в частности, может и не удовлетворять такому требованию как робастность [25], этот вопрос, как и в целом вопрос о приемлемости для практики рассмотренного способа синтеза САР требуют конкретных исследований и достаточно тщательной проверки. Вместе с тем нельзя не упомянуть, что уже частичное одобрение и применение способа можно усмотреть в работах [7, 13], а также в работах [9, 14, 23, 24] и других. В данном же случае ограничимся исследованием того, как точность определения времени запаздывания объекта сказывается на свойствах системы. Выполненные расчеты показали, что если параметры объекта определены точно, то при  $\theta = 0$  с перерегулирование  $\sigma = 49\%$ . Если же параметры объекта определены неточно, причем если время запаздывания модели  $\tau_{\text{мод}}$  меньше времени запаздывания, имеющего место на реальном объекте,  $\tau_{\text{об}}$  то перерегулирование возрастает. Так, например, если  $\tau_{\text{мод}} = 4$  с, а  $\tau_{\text{об}} = 5$  с, то  $\sigma = 72\%$ . САР в такой ситуации, когда из-за погрешности параметрической идентификации получилось, что  $\tau_{\text{мод}} < \tau_{\text{об}}$ , может и потерять устойчивость. В самом деле, если структура математической модели объекта и все ее па-

раметры, кроме времени запаздывания, определены достаточно точно, то во всех рассмотренных случаях передаточная функция разомкнутой системы получается одинаковой и равной

$$W_{\text{рс}}(p) = \frac{\exp(-\tau_{\text{об}}p)}{(\theta + \tau_{\text{мод}})p},$$

поэтому САР будет устойчива лишь при удовлетворении следующего неравенства:  $\tau_{\text{об}} / (\theta + \tau_{\text{мод}}) < \pi / 2$ .

Влияние  $\tau_{\text{мод}} > \tau_{\text{об}}$  аналогично увеличению параметра  $\theta$ , т.е. демпфированность САР возрастает.

В заключение заметим, что в работах [23, с. 132, 26, с. 182] указывается, что передаточная функция замкнутой системы может быть выбрана в виде инерционного звена с чистым запаздыванием, однако при этом порядок инерционного звена не оговаривается и никаких аргументов, обоснований для такого выбора не приводится, что позволяет заключить, что у авторов по данному вопросу нет никаких особых предпочтений. По нашему мнению, данные предложения – это ничто иное, как один из вариантов задания передаточной функции замкнутой системы.

#### **Заключение**

Приводится некоторое формальное обоснование применимости семейства ПИД-регуляторов на промышленных объектах. Анализируются свойства сконструированных систем автоматического регулирования.

#### **Литература**

1. Ротач, В. Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Я. Ротач. – М.: Изд-во МЭИ, 2004. – 400 с.
2. Панферов, В. И. Об одном подходе к решению задачи выбора и настройки автоматических регуляторов / В. И. Панферов // Известия Челябинского научного центра. – 2004. – Вып. 4(26). – С. 139–144.
3. Панферов, В. И. Выбор и настройка автоматических регуляторов в системах теплоснабжения / В. И. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – Вып. 3, № 13(53). – С. 81–84.
4. Фрер, Ф. Введение в электронную технику регулирования / Ф. Фрер, Ф. Орттенбургер. – М.: Энергия, 1973. – 190 с.
5. Мань, Н. В. Оптимальный синтез робастной каскадной автоматической системы управления / Н. В. Мань // Теплоэнергетика. – 2000. – № 9. – С. 22–28.
6. Воронов, А. А. Основы теории автоматического управления. Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем / А. А. Воронов. – М.: Энергия, 1980. – 312 с.
7. Копелович, А. П. Инженерные методы расчета при выборе автоматических регуляторов /

- А. П. Копелович. – М.: Металлургиздат, 1960. – 190 с.
8. Теория автоматического управления: ч. 1: Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. А. А. Воронова. – М.: Высш. школа, 1977. – 304 с.
9. Теория автоматического управления: учебник для вузов / Под ред. А. В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1976. – 400 с.
10. Цыпкин, Я. З. Основы теории автоматических систем / Я. З. Цыпкин. – М.: Наука, 1977. – 560 с.
11. Гончаров, В. И. Синтез робастных регуляторов низкого порядка / В. И. Гончаров, А. В. Лиетиньш, В. А. Рудницкий // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 4. – С. 36–43.
12. Лозгачев, Г. И. Построение модальных робастных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы / Г. И. Лозгачев, Л. А. Тютюнникова // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2006. – № 4. – С. 5–8.
13. Проектирование систем контроля и автоматического регулирования металлургических процессов / Г. М. Глинков, В. А. Маковский, С. Л. Лотман, М. Р. Шапировский; под ред. Г. М. Глинкова. – М.: Металлургия, 1986. – 352 с.
14. Кулаков, Г. Т. Инженерные экспресс-методы расчета промышленных систем регулирования: справ. пособие / Г. Т. Кулаков. – Минск: Высшэйшая школа, 1984. – 192 с.
15. Сметана, А. З. Методика расчета параметров настройки систем автоматического регулирования теплоэнергетических процессов / А. З. Сметана // Теплоэнергетика. – 2002. – № 10. – С. 40–45.
16. Сметана, А. З. Методика определения передаточной функции линейного динамического объекта по его переходной характеристике / А. З. Сметана // Изв. РАН. Энергетика. – 1998. – № 2. – С. 142–155.
17. Сметана, А. З. Методика определения параметров настройки регуляторов теплоэнергетических процессов / А. З. Сметана // Изв. РАН. Энергетика. – 2001. – № 2. – С. 80–87.
18. Сметана, А. З. Автоматическая и автоматизированная настройка регуляторов теплоэнергетических процессов / А. З. Сметана // Теплоэнергетика. – 2004. – № 11. – С. 47–52.
19. Лукас, В. А. Теория автоматического управления / В. А. Лукас. – М.: Недра, 1990. – 416 с.
20. Кулаков, С. М. О приближенном соответствии между квазиоптимальными и типовыми законами управления / С. М. Кулаков, В. В. Штефан, С. П. Огнев, И. А. Штефан // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1999. – № 4. – С. 33–40.
21. Чертков, Н. К. Аналитические формулы оптимальной настройки авторегуляторов / Н. К. Чертков, С. В. Корябина // Теплоэнергетика. – 1969. – № 9. – С. 28–30.
22. Чертков, Н. К. Пакет компьютерных программ для настройки систем автоматического регулирования / Н. К. Чертков, В. Н. Чертков // Теплоэнергетика. – 2007. – № 9. – С. 56–60.
23. Скаржепа, В. А. Тиристорные цифровые регуляторы температуры / В. А. Скаржепа, К. В. Шелехов, А. С. Герасимов. – Киев: Техника, 1979. – 144 с.
24. Петелин, Д. П. Автоматизация производственных процессов текстильной промышленности: учебник для вузов, в 5 кн.; кн. 1: Основы автоматизации и технические средства автоматизации в текстильной промышленности / Д. П. Петелин, Э. М. Ромаш, А. Б. Козлов и др. – М.: Легпромбытиздат, 1992. – 240 с.
25. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.
26. Медведев, Р. Б. АСУ ТП в металлургии / Р. Б. Медведев, Ю. Б. Бондарь, В. Д. Романенко. – М.: Металлургия, 1987. – 256 с.

Поступила в редакцию 2 октября 2008 г.



# О МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

С.М. Елсаков, В.И. Ширяев

## ON MULTIEXTREMALITY IN THE ESTIMATION PROBLEMS OF DETERMINISTIC CHAOS SYSTEMS

S.M. Elsakov, V.I. Shiryaev

Рассматриваются нелинейные динамические системы, привлекаемые либо для описания протекания некоторых процессов, либо для описания остатков при использовании линейных моделей. Для этих систем формулируется задача оценивания состояния (а также параметрической идентификации) на основе метода максимального правдоподобия. Для решения поставленной задачи предлагается использовать однородные алгоритмы глобальной оптимизации. Приводятся основные теоремы о линейном виде критерия для однородных алгоритмов глобальной оптимизации, о достаточном условии сходимости однородного алгоритма глобальной оптимизации. Приводятся результаты оценивания состояния для одномерной динамической нелинейной системы.

*Ключевые слова:* детерминированный хаос, нелинейная система, глобальная оптимизация.

The nonlinear dynamic systems used for the modeling of some processes or remainders when using linear models are considered. The problem of state estimation (as well as parametric identification) on the basis of maximum likelihood method is formulated. To solve the problem it is proposed to use homogeneous algorithms of global optimization. The main theorems about the linear type of criterion for homogeneous algorithms of global optimization and about the sufficient condition of convergence of homogeneous algorithm of global optimization are given. The results of state estimation for one-dimensional dynamic nonlinear system are given.

*Keywords:* deterministic chaos, nonlinear system, global optimization.

Задачи прогнозирования различных процессов, как в технике, так и в экономике, и в социальной сфере могут решаться с применением методов теории автоматического управления. Однако существенное увеличение скорости протекания всех процессов, а также высокие требования к точности прогнозов вынуждают отказываться от использования линейных моделей и переходить к нелинейным моделям, поскольку многие процессы (рис. 1, 2) имеют хаотический характер [1, 2, 13, 16–18, 19].

### 1. Системы детерминированного хаоса

Сейчас все более широкое применение для описания процессов в сложных системах находит теория детерминированного хаоса. Эта теория применяется и для описания процессов на финансовом рынке [1, 2] и на рынке акций [16] и в теории связи [17, 18] и т.д. Системы детерминированного хаоса задаются в виде нелинейной динамической системы:

$$\begin{cases} x_{k+1} = F(x_k) + \xi_k; \\ y_{k+1} = G(x_{k+1}) + \eta_{k+1}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_k \in R^N$  – вектор состояния системы,  $y_k \in R^M$  – вектор наблюдения,  $\xi_k \in R^N$  – шумы при движении системы,  $\eta_k \in R^M$  – помехи в канале наблюдения. Эти системы могут являться описанием процессов протекающих в самой системе, т.е. описывать хаотичные системы. А также могут применяться для описания систем, на которые действуют хаотичные возмущения, хотя сам объект описывается линейными уравнениями:

$$\begin{cases} x'_{k+1} = Ax'_k + \xi'_k; \\ y'_{k+1} = Cx'_{k+1} + \eta'_{k+1}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $x'_k \in R^N$  – вектор состояния системы,  $y'_k \in R^M$  – вектор наблюдения,  $\xi'_k \in R^N$  – шумы

Елсаков Сергей Михайлович – аспирант кафедры прикладной математики ЮУрГУ; elsakov@prima.susu.ac.ru.

Ширяев Владимир Иванович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики ЮУрГУ; vis@prima.susu.ac.ru.

Elsakov Sergey Mikhailovich – post-graduate student of applied mathematics department of SUSU; elsakov@prima.susu.ac.ru.

Shiryaev Vladimir Ivanovich – PhD, professor, head of applied mathematics department of SUSU; vis@prima.susu.ac.ru.

при движении системы,  $\eta'_k \in R^M$  – помехи в канале наблюдения.

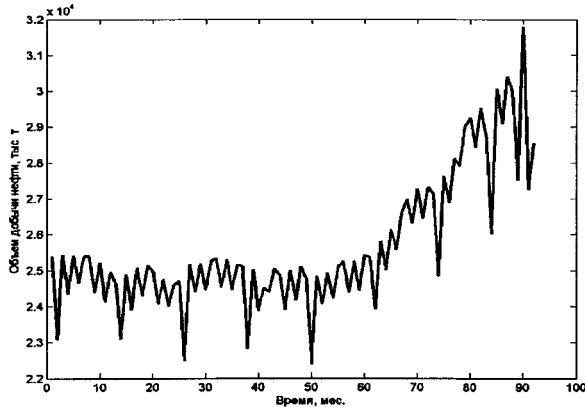


Рис. 1. Изменение объемов добычи нефти

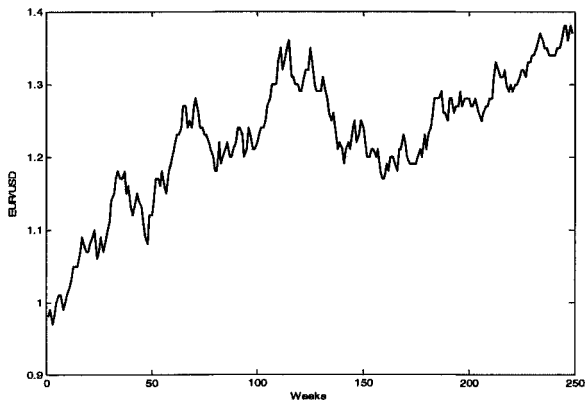


Рис. 2. Изменение курса евро к доллару

В этом случае вектор состояния можно расширить, включив в него хаотические переменные, тем самым, снизив уровни ошибок. Использование уравнений (1), (2) для описания процессов протекающих в некоторой системе возможно, только если ошибки  $\xi_k$ ,  $\eta_k$  – являются белым шумом. Имея экспериментальные данные  $y_k$ , есть возможность воспользоваться арсеналом [5] методов идентификации, оценивания состояния линейных систем. Однако нередко на практике оказывается, что ошибки  $\xi_k$ ,  $\eta_k$  представляют собой не белый шум. В этом случае применение вышеназванных методов является некорректным, а результаты недостоверными [9, 11, 12–14, 15].

При линеаризации нелинейной модели (1) в остатки кроме ошибок  $\eta_k$  вносится ошибка модели  $\zeta_k$ , которая имеет детерминированную составляющую. В результате шумы  $\eta_k$  также перестают быть белыми. Кроме того, для линейных систем характерен принцип суперпозиции, в результате чего, двукратное применение линейной модели к остаткам линейной модели лишено смысла, для нелинейных моделей принцип суперпозиции не выполняется, что позволяет применять нелиней-

ную модель несколько раз. Примеры удачного применения такого подхода можно найти в [4].

Применение подхода, основанного на позиции крайнего пессимизма [11, 12, 14] – минимаксного подхода, когда шумы представляются ограниченными, приводит к очень загруженным результатам.

## 2. Постановка задачи оценивания состояния

Рассматривается задача идентификации (оценивания состояния) нелинейной динамической системы описываемой уравнениями:

$$\begin{cases} x_{k+1} = F(x_k) + \xi_k; \\ y_{k+1} = G(x_{k+1}) + \eta_{k+1}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $x_k \in R^N$  – вектор состояния системы,  $y_k \in R^M$  – вектор наблюдения,  $\xi_k \in R^N$  – нормально распределенные с матрицей ковариаций  $Q$  шумы при движении системы,  $\eta_k \in R^M$  – нормально распределенные с матрицей ковариаций  $R$  помехи в канале наблюдения.

В общем случае, неизвестные параметры этой системы могут быть включены в вектор состояния.

### 2.1. Рекуррентный алгоритм оценивания состояния с поиском глобального минимума

Рассмотрим применение метода максимального правдоподобия к системе (3). Пусть известны оценка  $xp_k$  вектора состояния  $x_k$  на  $k$  шаге, и выполнено измерения  $y_k$ . Пусть  $v_k$  реализовавшийся значение вектора состояния  $x_k$ , а  $w_k$  – реализовавшийся значение вектора ошибки  $\xi_k$ . Можно записать логарифмическую функцию правдоподобия

$$\begin{aligned} L(v_k, w_k) = & (v_k - x_k)^T D_k^{-1} (v_k - x_k) + \\ & + (G(F(v_k) + w_k) - y_{k+1})^T R^{-1} \times \\ & \times (G(F(x_1) + x_2) - y_{k+1}) + w_k^T Q^{-1} w_k, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $D_k$  – матрица ковариаций вектора  $xp_k$ . Оценкой вектора  $x_{k+1}$  будет вектор  $xp_{k+1} = F(v_k^0) + w_k^0$ ,

$$L(v_k^0, w_k^0) = \text{abs min } L(v_k, w_k), \quad (5)$$

с матрицей ковариации  $D_{k+1} = -[\partial^2 L(x)/\partial x_i \partial x_j]^{-1}$ .

В случае, если функции  $F(\cdot)$  и  $G(\cdot)$  линейные, то задача (5) приводит к соотношениям фильтра Калмана для линейной системы. В случае нелинейности функции  $F(\cdot)$  или  $G(\cdot)$  задача (5) переходит в класс многоэкстремальных задач оптимизации. В этом случае распределение оценки  $xp_{k+1}$  будет отличным от нормального распределения, и матрица ковариации будет носить оценочный характер. Применение этого алгоритма будет на каждой итерации связано с потерей части

информации о распределении оценки  $x_{p_{k+1}}$  из-за аппроксимации ее нормальным распределением.

**2.2. Рекуррентный алгоритм оценивания состояния с поиском всех локальных минимумов**

Здесь при минимизации (4) с целью увеличения хранимой о функции распределения  $x_{p_{k+1}}$  информации предлагается сохранять не только значение глобального минимума, но и значения всех локальных минимумов, т.е. фактически решается нелинейное уравнение

$$\text{grad } L(v_k, w_k) = \bar{0}. \quad (6)$$

Каждому найденному локальному минимуму ставится в соответствие своя оценка  $x_{p_{k+1}} = F(v'_{k+1}) + w'_{k+1}$ , которая соответствует точке, в которой достигается локальный минимум функции (4). Матрица ковариаций в каждой точке выбирается, как и в предыдущем алгоритме. Кроме того каждой оценке ставится в соответствие вероятность, показывающая, что истинное значение оценивается именно этой оценкой. Вероятности выбираются на основе значения локальных минимумов, таким образом, чтобы в сумме они давали единицу. А минимальное значение локального минимума соответствовало максимальной вероятности.

**2.3. Алгоритм оценивания состояния на основе нескольких последовательных измерений**

В двух рассмотренных рекуррентных алгоритмах при переходе от шага к шагу происходит потеря информации о плотности распределения оценки. Эта потеря связана с тем, что плотность распределения не получается хранить в параметризованном виде, а требуется сохранять в виде функции. Чтобы избежать передачи плотности распределения с шага на шаг можно одновременно обрабатывать данные нескольких измерений. Для этого рассмотрим систему (3) на  $k$  шаге и будем совместно обрабатывать  $p$  измерений. Запишем логарифмическую функцию правдоподобия

$$\begin{aligned} L(x_{p_{k+1}}, x_{p_k}, \dots, x_{p_{k-p+2}}) = \\ = \sum_{i=k-p+2}^{k+1} (G(x_i) - y_i)^T R^{-1} (G(x_i) - y_i) + \\ + \sum_{i=k-p+2}^k (F(x_{i+1}) - x_i)^T Q^{-1} (F(x_{i+1}) - x_i). \end{aligned} \quad (7)$$

Запишем необходимое условие максимума в виде (8).

Предполагая, что  $\partial F(x_i)/\partial x \neq 0$ , из первого уравнения можно выразить переменную  $x_{k-p+3}$ , из следующих уравнений аналогично можно выразить остальные переменные, кроме переменной  $x_{k-p+2}$ . Затем можно подставить выраженные значения в функцию (7) – получится функция с количеством переменных равным количеству переменных

состояния. Решая задачу глобальной оптимизации для этой функции можно определить наилучшую оценку по нескольким последним измерениям. Альтернативным путем решения указанной задачи может быть решения последнего уравнения из системы (8) с учетом выполненных подстановок. Матрица ковариации для полученной оценки может быть получена описанным ранее способом.

$$\left\{ \begin{aligned} &R^{-1}(G(x_{k-p+2}) - y_{k-p+2}) \frac{\partial G(x_{k-p+2})}{\partial x} + \\ &+ Q^{-1}(F(x_{k-p+2}) - x_{k-p+3}) \frac{\partial F(x_{k-p+2})}{\partial x} = 0; \\ &\dots \\ &R^{-1}(G(x_j) - y_j) \frac{\partial G(x_j)}{\partial x} + \\ &+ Q^{-1}(F(x_j) - x_{j+1}) \frac{\partial F(x_j)}{\partial x} + \\ &+ Q^{-1}(x_j - F(x_{j-1})) = 0, \quad j = k - p + 3 \dots k; \\ &\dots \\ &R^{-1}(G(x_{k+1}) - y_{k+1}) \frac{\partial G(x_{k+1})}{\partial x} + \\ &+ Q^{-1}(x_{k+1} - F(x_k)) = 0. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

**3. Алгоритмы решения задач глобальной оптимизации**

Рассматривая различные постановки задачи оценивания состояния системы детерминированного хаоса, в плане численных методов постоянно возникает задача многоэкстремальной (глобальной) оптимизации. Кроме того, среди трех постановок задач все задачи и рекуррентные и не рекуррентные свелись к задаче глобальной оптимизации одинаковой размерности. Важным этапом является выбор адекватного алгоритма для решения задачи многоэкстремальной оптимизации. Задачи глобальной оптимизации широко встречаются на практике [3, 6–8]. Среди алгоритмов глобальной оптимизации традиционно выделяют [8] детерминированные и стохастические алгоритмы. И те и другие алгоритмы организуют процесс порождения точек допустимого множества, в которых необходимо провести вычисления целевой функции в зависимости от проведенных вычислений. Одно такое вычисление обычно называют *испытанием*. Детерминированные алгоритмы организуют процесс порождения этих точек детерминированным образом, а стохастические используют датчик псевдослучайных чисел.

Однородным называют такой алгоритм глобальной оптимизации, который для двух функций различающихся только на константу порождает одинаковые последовательности точек испытаний [7].

Для того, чтобы алгоритм учитывал особенности целевой функции, можно использовать модели целевой функций, которые могут быть представлены в функциональном виде, а именно при проведении  $k$  испытаний определены две функции:  $m_k(x)$  и  $s_k(x)$  к которым будем предъявлять следующие требования:

- $m_k(x_i) = f(x_i), i = \overline{1, k}$ ;
- $s_k(x_i) = 0, i = \overline{1, k}$ ;
- $s_k(x) > 0, x \neq x_i, i = \overline{1, k}$ ;
- $m_k(x)$  и  $s_k(x)$  – липшицевы с константой

Липшица  $L_m, k = 1, \dots$  и  $L_s, k = 1, \dots$  соответственно.

Сам алгоритм глобальной оптимизации задается в виде

$$x_{k+1} = \text{abs max}_{x \in X} P(s_k(x), m_k(x)).$$

Для однородных алгоритмов доказаны теоремы:

**Теорема 1.** Если критерий  $P(s_k(x), m_k(x))$

дважды непрерывно дифференцируемый и для функций  $m_k(x)$  и  $s_k(x)$  выполняются дополнительные условия:

- $m_k^f(x) = m_k^g(x) + C$  ( $f(x) = g(x) + C$ );
- $s_k^f(x) = s_k^g(x)$  ( $f(x) = g(x) + C$ ),

то для однородного алгоритма критерий  $P(s_k(x), m_k(x))$  может быть представлен в виде

$$P(s_k(x), m_k(x)) = C m_k(x) + p(s_k(x)),$$

где  $C = \text{const}$  и  $p(s_k(x))$  – некоторая функция.

**Теорема 2.** Для того чтобы множество предельных точек порождаемых однородным алгоритмом с критерием  $P(s_k(x), m_k(x))$  совпадало с множеством глобальных минимумов липшицевой функции  $f(x)$  с константой Липшица  $L$  на компакте  $X$  достаточно, чтобы

$$-\max_{x \in X} (P(s_k(x), m_k(x))) \leq \min_{x \in X} \max_{i=1, k} (f(x_i) - K \|x - x_i\|),$$

где  $K > L$ .

**Теорема 3.** Если для функции  $s_k(x)$  выполняется условие

$$s_k(x) \geq \min_{i=1, k} \|x - x_i\|,$$

то множество предельных точек порождаемых линейным алгоритмом с критерием  $K s_k(x) - m_k(x)$ , где  $K > L + L_m$ , будет совпадать с множеством глобальных минимумов липшицевой функции  $f(x)$  с константой Липшица  $L$ .

В рамках однородных алгоритмов могут быть представлены некоторые существующие алгоритмы, а также были построены новые алгоритмы на основе триангуляции Делоне, реберно-симплексных разверток и т.д. [7].

Для решения поставленных задач можно привлекать однородные алгоритмы в зависимости от размерности решаемой задачи.

#### 4. Пример

Рассмотрим систему [13], задаваемую одномерным отображением

$$\begin{cases} x_{k+1} = 1 - \alpha x_k^2 + \xi_k; \\ y_{k+1} = x_{k+1} + \eta_k, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\xi_k$  – случайная величина с дисперсией  $R$ , а  $\eta_k$  – с дисперсией  $Q$ .

Для сравнения работы рассматривалось два алгоритма оценивания состояния: фильтр Калмана примененный к линеаризованной модели и не рекуррентный алгоритм с обработкой трех последних измерений. Параметр  $\alpha$  был выбран  $\alpha = 1,85$ . Интенсивности шумов изменялись. Для каждой интенсивности шумов выбиралось случайное начальное значение  $x_0$ . Начальное приближение для фильтра Калмана также выбиралось случайно. На рис. 3 изображен пример ряда получаемого с помощью уравнения (9),  $R = Q = 0,1$ . На рис. 4, представлена зависимость ошибки оценивания состояния при различных интенсивностях шумов.

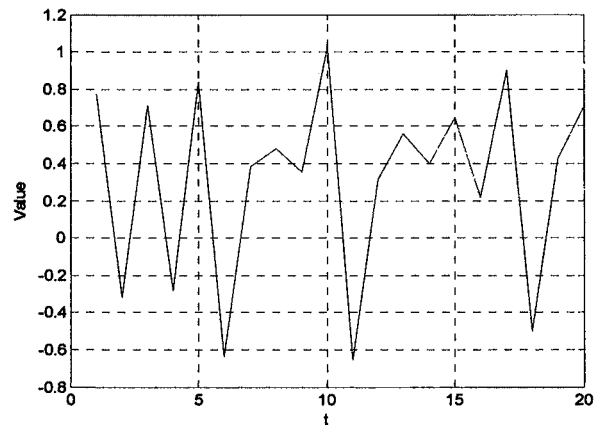


Рис. 3. Пример хаотического ряда

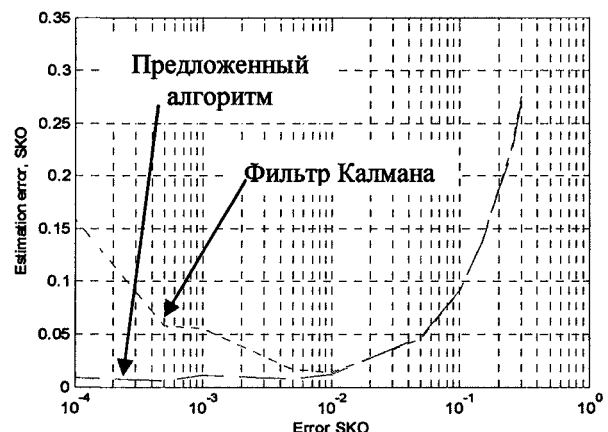


Рис. 4. Зависимость точности оценивания от уровня помех

Совместная обработка показала лучший результат при использовании малых шумов, когда ошибки при линеаризации модели для применения фильтра Калмана велики. В этом случае с одной стороны шумы подаваемые на фильтр Калмана

являются не белыми, а с другой присутствует не-точность модели.

При больших шумах эффективность алгоритмов практически одинакова. Однако с увеличением размерности и, как следствие, усложнением нелинейной модели, увеличивается порог шумов до которых алгоритм совместного распределения является лучшим.

#### **Выводы**

Использование моделей детерминированного хаоса является необходимостью при моделировании сложных объектов, а также при моделировании остатков линейных объектов. Задача оценивания состояния системы детерминированного хаоса приводит к многоэкстремальной задаче оптимизации, которая может быть решена с использованием однородных алгоритмов глобальной оптимизации. При численном решении задачи оценивания состояния системы (9), рассмотренный алгоритм показывает лучшие результаты до некоторого (небольшого) уровня шума, а затем демонстрирует результаты схожие с результатами применения фильтра Калмана.

#### **Литература**

1. Mandelbrot, B. A. *Multifractal Walk Down Wall Street* / B. Mandelbrot // *Scientific American*. – 1999.
2. Peters, E. *Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics* / E. Peters. – New York: John Wiley & Sons, 1994.
3. Антонов, М. О. *Нахождение оптимального расположения радиомаяков в разностно-дальномерной системе посадки летательного аппарата* / М. О. Антонов, С. М. Елсаков, В. И. Ширяев // *Авиакосмическое приборостроение*. – 2005. – № 11. – С. 41–45.
4. Афанасьева, К. Е. *Идентификация состояния и прогнозирование регионального рынка* / К. Е. Афанасьева, В. И. Ширяев // *Проблемы управления*. – 2007. – № 3.
5. Бек, В. В. *Интегрированные системы терминального управления* / В. В. Бек, Ю. С. Вишняков, А. Р. Махлин. – М.: Наука, 1989. – 224 с.
6. Гергель, В. П. *Современные методы принятия оптимальных решений* / В. П. Гергель и др. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 189 с.
7. Елсаков, С. М. *Об однородных алгоритмах глобальной оптимизации* / С. М. Елсаков, В. И. Ширяев // *Информационный бюллетень ассоциации математического программирования: материалы 13-й Всероссийской конференции «Математическое программирование и приложения», Екатеринбург, 26 февраля – 2 марта 2007 г.* – 2007. – № 11. – С. 37–38.
8. Жигляевский, А. А. *Методы поиска глобального экстремума* / А. А. Жигляевский, А. Г. Жилин-скас. – М.: Наука, 1991. – 248 с.
9. Калман Р.Е. *Идентификация систем с шумами* // *Успехи математических наук*, 1985. – Т.40, вып. 4(244). – С. 27–41.
10. Красовский, Н. Н. *Управление и стабилизация при недостатке информации* / Н. Н. Красовский // *Изв. РАН. Техническая кибернетика*. – 1993. – № 1. – С. 148–151.
11. Кунцевич, В. М. *Гарантированное оценивание фазового состояния и параметров линейных динамических систем* / В. М. Кунцевич // *Проблемы управления и информатики*. – 2005. – № 5. – С. 18–25.
12. Куржанский, А. Б. *Идентификация нелинейных процессов – гарантированные оценки* / А. Б. Куржанский, В. Д. Фурасов // *Автоматика и телемеханика*. – 1999. – № 6. – С. 70–87.
13. Смирнов, Д. А. *Метод оценки параметров одномерных отображений по хаотическим рядам* / Д. А. Смирнов, В. С. Власкин, В. И. Пономаренко // *Письма в ЖТФ*. – 2005. – Т. 31, № 3.
14. Черноусько, Ф. Л. *Об оптимальном эллипсе и дальнем оценивании для динамических систем, подверженных неопределённым возмущениям* / Ф. Л. Черноусько // *Кибернетика и системный анализ*. – 2002. – № 2. – С. 85–94.
15. Ширяев, В. И. *Синтез управления линейными системами при неполной информации* / В. И. Ширяев // *Изв. РАН. Техническая кибернетика*. – 1994. – № 3. – С. 229–237.
16. Никуличев, Е. В. *Модели хаоса для процессов изменения курса акций* / Е. В. Никуличев // *Exponenta Pro. Математика в приложениях*. – 2003. – № 1(1). – С. 49–52.
17. Leland, W. E. *On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version)* / W. E. Leland et al. // *IEEE/ACM Transactions of Networking*. – 1993. – № 2(1). – P. 1–15.
18. Осин, А. В. *Влияние самоподобности речевого трафика на качество обслуживания в телекоммуникационных сетях* / А. В. Осин // *Автореф. дис. канд. техн. наук*. – 2005.
19. Красовский, А. А. *Аттракторы и синтез управления в критических режимах* / А. А. Красовский // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. – 1996. – № 3. – С. 5–14.

*Поступила в редакцию 6 октября 2007 г.*

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

*М.Н. Устюгов, М.А. Щипицына*

## SIMULATION RESULTS OF THE ERROR IDENTIFICATION PROBLEM OF INERTIAL NAVIGATION SYSTEM

*M.N. Ustyugov, M.A. Shchipitsyna*

Изложены результаты численного моделирования процедуры калибровки инерциальной навигационной системы на движущемся объекте, где в качестве критерия точности принята относительная погрешность калибровки платформы и акселерометров, и исследовалось влияние на эту погрешность исходной информации о кинематике объекта, времени калибровки, моментах времени съема сигналов датчиков, расположении на объекте эталонной и калибруемой инерциальных навигационных систем.

*Ключевые слова:* инерциальная навигационная система, погрешность, ИНС, БИНС, калибровка, подвижное основание.

The results of numerical simulation of calibration of inertial navigation system on a moving target are given. As criterion of accuracy the fractional error of calibration of platform and acceleration indicator was taken. The influence of the source information about object kinematics, time of calibration, moments of reading the sensory data, position of reference and calibrated inertial navigation systems on the object upon this error was researched.

*Keywords:* inertial navigation system, error, INS, strapdown inertial navigation system (SINS), calibration, moving base.

В работе [1] выполнено математическое описание и составлен алгоритм функционирования имитационной модели процедуры калибровки платформенной инерциальной навигационной системы, позволяющие определять по десять калибровочных коэффициентов для каждого канала стабилизации ее площадки и по десять калибровочных коэффициентов для каждого ее акселерометра на произвольно движущемся в пространстве объекте, а также указан алгоритм решения этой задачи при наличии реальной измерительной информации. В работе [2] выполнено математическое описание и составлен алгоритм функционирования имитационной модели процедуры калибровки подсистемы платформенной инерциальной навигационной системы (ИНС), состоящей из одноосной стабилизированной площадки и установленных на этой площадке двух взаимно ортогональных акселерометров, а также указано, что разработана программа, реализующая указанную имитационную модель.

Используя обозначения, введенные в работе [2], приведем некоторые наиболее существенные результаты численного моделирования для задачи идентификации погрешностей калибруемой ИНС-В.

### 1. Базовые исходные данные

Введем численные значения исходных данных согласно таблице, которые назовем базовыми и влияние отклонений от которых на точность калибровки будем фиксировать на основе вычислений по указанной программе.

### 2. Результаты численного моделирования

Результаты численного моделирования задачи идентификации погрешностей ИНС представлены на рис. 1–10 семействами графиков, ординатами каждого семейства являются относительные погрешности калибровки площадки ( $S^{\phi}$ ) и акселерометров ( $S^a$ ), абсциссой – один из варьируемых параметров, а каждая кривая семейства отражает влияние второго варьируемого параметра.

---

Устюгов Михаил Николаевич – д.т.н., профессор кафедры систем управления ЮУрГУ; su@susu.ac.ru.

Щипицына Мария Анатольевна – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ; maria\_shchipitsyna@rambler.ru.

---

Ustyugov Mikhail Nikolaevich – PhD, professor of control systems department of SUSU; su@susu.ac.ru.

Shchipitsyna Mariya Anatolievna – post-graduate student of control system department of SUSU; maria\_shchipitsyna@rambler.ru.

### Закключение

Имеют место следующие результаты анализа влияния варьируемых параметров на точность калибровки площадки и акселерометров ИНС-В (при остальных базовых исходных данных (согласно таблице)):

1. Анализ влияния параметров времени  $T$ ,  $\Delta t$  на точность калибровки показал, что:

1.1. С увеличением времени  $T$  калибровки в интервале от 10 с до 1000 с точность калибровки

- площадки уменьшается, т.е. относительная погрешность  $S^Q$  уменьшается на один порядок;
- акселерометров увеличивается, т.е. относительная погрешность  $S^A$  уменьшается на один порядок.

1.2. С увеличением шага  $\Delta t$  в интервале от 0,001 с до 0,1 с точность калибровки

- площадки увеличивается, т.е. относительная погрешность  $S^Q$  уменьшается от  $10^{-1}$  до  $10^{-3}$ ;
- акселерометров уменьшается, т.е. относительная погрешность  $S^A$  увеличивается от  $10^{-4}$  до  $10^{-2}$ .

1.3. Наиболее подходящие для практики интервалы изменения параметров  $T$ ,  $\Delta t$  следующие:  $T \in [400; 1000]$  с,  $\Delta t \in [0,01; 0,1]$  с – при которых относительные погрешности  $S^Q \in [10^{-3}; 10^{-2}]$ ;

$$S^A \in [10^{-4}; 10^{-3}].$$

2. Анализ влияния параметров  $t_1$ ,  $t_2$  ( $t_3 = 0,9T$ ;  $T = 1000$  с;  $\Delta t = 0,01$  с) моментов времени съема информации показал, что:

2.1. Для фиксированного  $t_2$  при увеличении  $t_1$  в интервале от  $0,1T$  до  $0,5T$  относительные погрешности калибровки  $S^Q$ ,  $S^A$  увеличиваются в пределах одного порядка соответственно  $[10^{-3}; 10^{-2}]$  для  $S^Q$ ,  $[10^{-4}; 10^{-3}]$  для  $S^A$ .

2.2. Для фиксированного  $t_1$  при увеличении  $t_2$  в интервале от  $0,3T$  до  $0,8T$  относительные погрешности калибровки  $S^Q$ ,  $S^A$  изменяются в пределах одного порядка соответственно  $[10^{-3}; 10^{-2}]$  для  $S^Q$ ,  $[10^{-4}; 10^{-3}]$  для  $S^A$ .

2.3. Наиболее подходящие для практики интервалы изменения параметров  $t_1$ ,  $t_2$  следующие:

$$t_1 = 0,1T, t_2 = 0,3T;$$

$$t_1 = 0,2T, t_2 = 0,4T;$$

$$t_1 = 0,1T, t_2 = 0,8T,$$

при которых относительные погрешности  $S^Q \in [10^{-3}; 10^{-2}]$ ;  $S^A \in [10^{-4}; 10^{-3}]$ .

3. Анализ влияния параметров  $\alpha^Q$ ,  $\omega$  углового движения объекта показал, что:

3.1. Для фиксированной величины  $\alpha^Q$  амплитуды при увеличении частоты колебаний объекта в интервале  $[0,1; 1]$  с $^{-1}$ :

- относительная погрешность  $S^Q$  калибровки площадки увеличивается от величины порядка  $10^{-4}$  до величины порядков  $10^{-3}$ ;  $10^{-2}$ ;

- относительная погрешность  $S^A$  калибровки акселерометров увеличивается в пределах порядков  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ .

3.2. Для фиксированной величины  $\omega$  частота при увеличении амплитуды колебаний объекта в интервале  $[0,025; 0,5]$  с $^{-1}$ :

- относительная погрешность  $S^Q$  калибровки площадки увеличивается от величины порядка  $10^{-3}$ ;
- относительная погрешность  $S^A$  калибровки акселерометров увеличивается в пределах порядков  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ .

3.3. Наиболее подходящие для практики интервалы изменения параметров  $\alpha^Q$ ,  $\omega$  следующие:  $\alpha^Q \in [0,025; 0,1]$  с $^{-1}$ ;  $\omega \in [0,1; 1,0]$  с $^{-1}$ , при которых относительные погрешности  $S^Q \in [10^{-3}; 10^{-2}]$ ;  $S^A \in [10^{-4}; 10^{-3}]$ .

4. Анализ влияния параметров  $K_{13}^A$ ,  $K_{23}^A$  испытуемого движения объекта показал, что:

4.1. Для фиксированных величин  $K_{12}^A = 0,1$ ;  $K_{22}^A = 0,3$  и фиксированной величины  $K_{23}^A$  при увеличении  $K_{12}^A \in [0,01; 0,8]$  относительная погрешность:

- $S^Q$  изменяется в пределах порядка  $10^{-2}$ ;
- $S^A$  изменяется в пределах порядка  $10^{-3}$ .

4.2. Для фиксированных величин  $K_{12}^A = 0,1$ ;  $K_{22}^A = 0,3$  и фиксированной величины  $K_{13}^A$  при увеличении  $K_{23}^A \in [0,01; 3,2]$  относительная погрешность:

- $S^Q$  изменяется в пределах порядка  $10^{-2}$ ;
- $S^A$  изменяется в пределах порядка  $10^{-3}$ .

4.3. Наиболее подходящие для практики величины параметров  $K_{13}^A$ ,  $K_{23}^A$  следующие:

$$K_{13}^A = 0,2, \quad K_{23}^A = 0,4;$$

$$K_{13}^A = 0,8, \quad K_{23}^A = 0,2, 0,4, 0,8,$$

при которых относительные погрешности  $S^Q \approx 10^{-3}$ ;  $S^A \approx 10^{-4}$ .

5. Анализ влияния параметров  $L_1^B$ ,  $L_2^B$  расположения ИНС В на объекте показал, что:

5.1. Для фиксированных  $L_1^A = 10$  м,  $L_2^A = 20$  м и фиксированной величине  $L_1^B$  в интервале  $[10; 640]$  м относительные погрешности  $S^Q$ ,  $S^A$  увеличиваются от порядка  $10^{-3}$  до порядка  $10^{-2}$ .

5.2. Для фиксированных  $L_1^A = 10$  м,  $L_2^A = 20$  м и фиксированной величине  $L_1^B$  при увеличении  $L_2^B$  в интервале  $[10; 640]$  м относительные погрешности  $S^Q$ ,  $S^A$  увеличиваются от порядка  $10^{-3}$  до порядка  $10^{-1}$ .

5.3. Наиболее подходящие для практики величины параметров  $L_1^B$ ,  $L_2^B$  следующие:

$$L_1^B \in [10; 40] \text{ м};$$

$$L_2^B \in [10; 80] \text{ м},$$

при которых относительные погрешности  $S^Q \sim 10^{-3}$ ;  $S^A \sim 10^{-3}$ .

6. Анализ влияния моделей калибровочных коэффициентов (КК) площадки ИНС-В показал, что:

6.1. Для фиксированных КК акселерометров и фиксированных  $\tilde{P}_0^Q, \tilde{P}_1^Q$  при увеличении  $\tilde{P}_2^Q$  от  $10^{-10}$  до  $10^{-7}$  относительная погрешность  $S^Q$  увеличивается от  $10^{-2}$  до  $10^0$ , а относительная погрешность  $S^A$  не изменяется.

6.2. Для фиксированных КК акселерометров и фиксированных  $\tilde{P}_0^Q, \tilde{P}_2^Q$  при увеличении  $\tilde{P}_1^Q$  от  $10^{-10}$  до  $10^{-7}$  относительная погрешность  $S^Q$  увеличивается от  $10^{-2}$  до  $10^0$ , а относительная погрешность  $S^A$  не изменяется.

6.3. При увеличении или уменьшении  $\tilde{P}_1^Q \in [10^{-10}; 10^{-7}]$ ,  $\tilde{P}_2^Q \in [10^{-10}; 10^{-7}]$  в одинаковое количество раз (на одинаковое количество порядков) относительная погрешность  $S^Q$  не изменяется.

7. Анализ влияния моделей КК акселерометров ИНС В показал, что:

7.1. Для фиксированных КК площадки и фиксированных  $\tilde{P}_{10}^A, \tilde{P}_{11}^A$  при увеличении  $\tilde{P}_{12}^A$  от

$10^{-6}$  до  $10^{-3}$  относительная погрешность  $S^A$  увеличивается от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$ , а относительная погрешность  $S^Q$  не изменяется.

7.2. Для фиксированных КК площадки и фиксированных  $\tilde{P}_{10}^A, \tilde{P}_{12}^A$  при увеличении  $\tilde{P}_{11}^A$  от  $10^{-6}$  до  $10^{-3}$  относительная погрешность  $S^A$  увеличивается от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$ , а относительная погрешность  $S^Q$  не изменяется.

7.3. При увеличении или уменьшении  $\tilde{P}_{11}^A \in [10^{-6}; 10^{-3}]$ ,  $\tilde{P}_{12}^A \in [10^{-6}; 10^{-3}]$  в одинаковое количество раз (на одинаковое количество порядков) относительная погрешность  $S^A$  не изменяется.

### Литература

1. Щипицын, А. Г. Математическое описание для процедуры калибровки инерциальной навигационной системы / А. Г. Щипицын // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2007. – Вып. 5, № 7(79). – С. 52–61.

2. Щипицына, М. А. Алгоритм функционирования имитационной модели процедуры калибровки инерциальной навигационной системы. / М. А. Щипицына // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2007. – Вып. 5, № 8(80). – С. 21–25.

Поступила в редакцию 4 октября 2007 г.

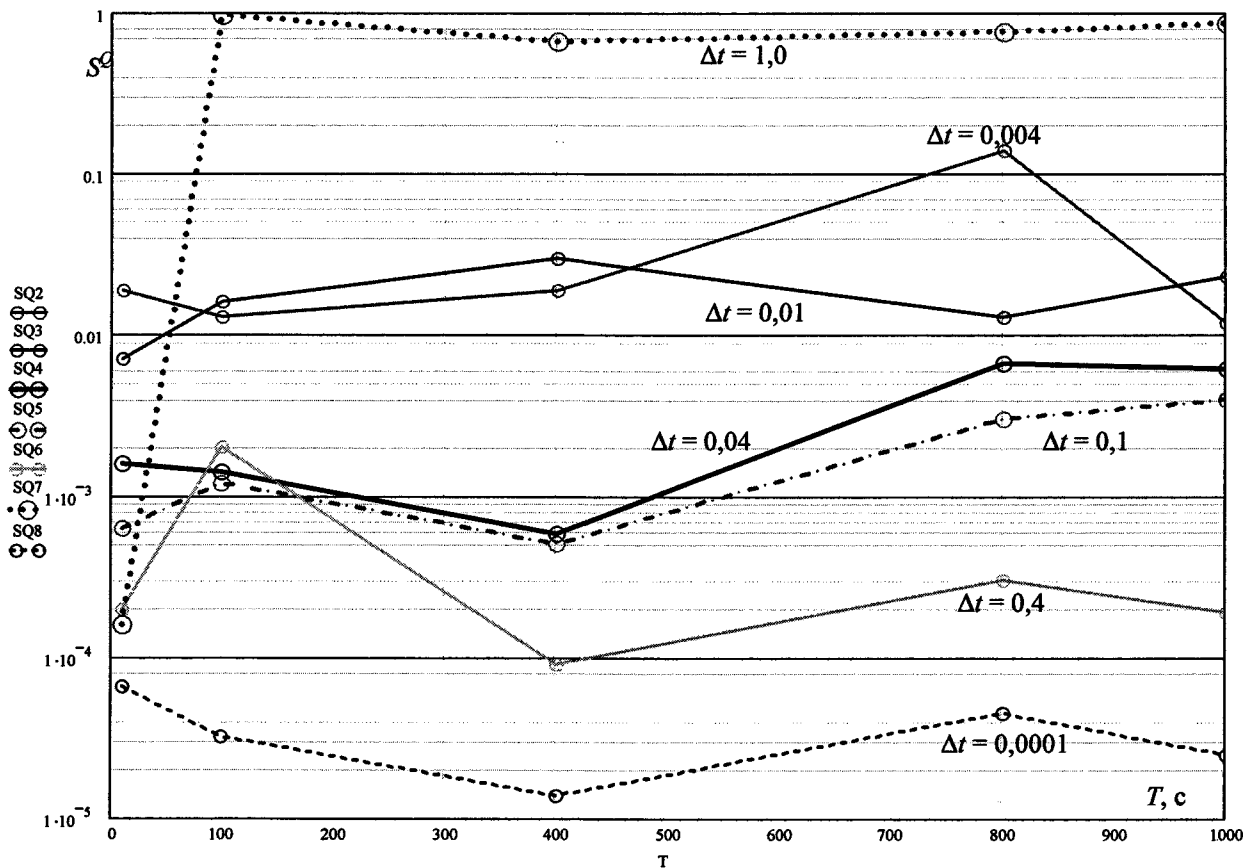


Рис. 1. Зависимость точности определения КК площадки от параметров  $T, \Delta t$



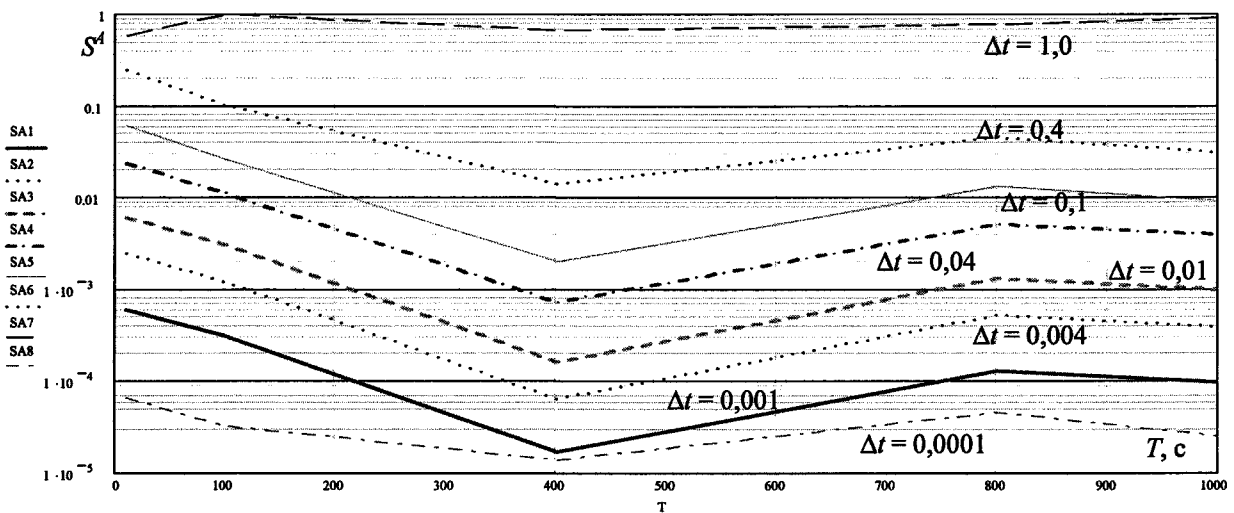


Рис. 2. Зависимость точности определения КК акселерометров от параметров  $T$ ,  $\Delta t$

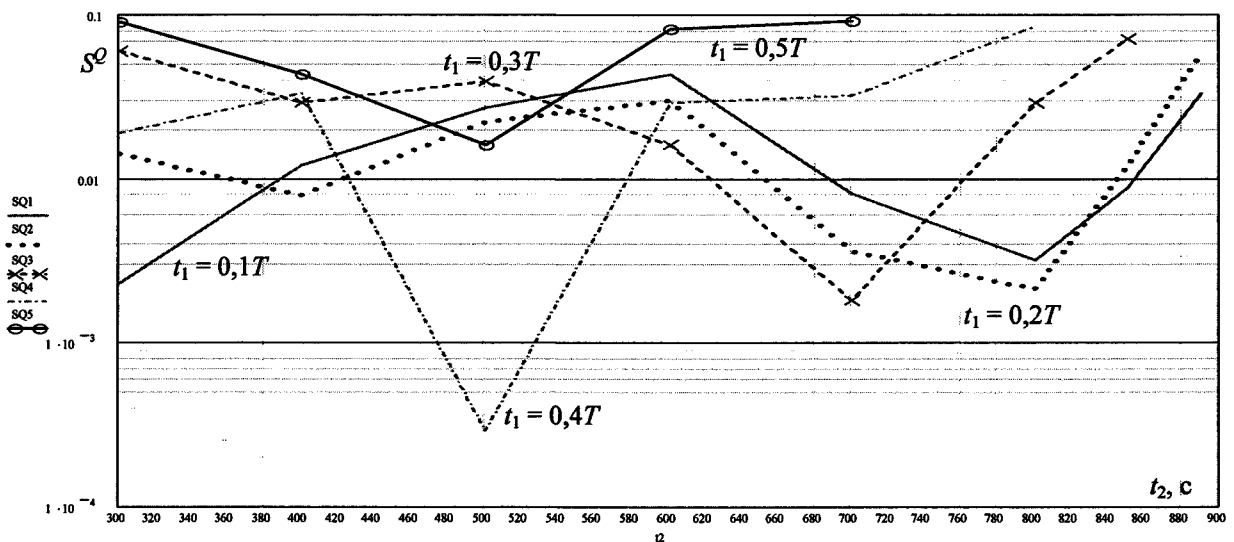


Рис. 3. Зависимость точности определения КК площадки от параметров  $t_1$ ,  $t_2$

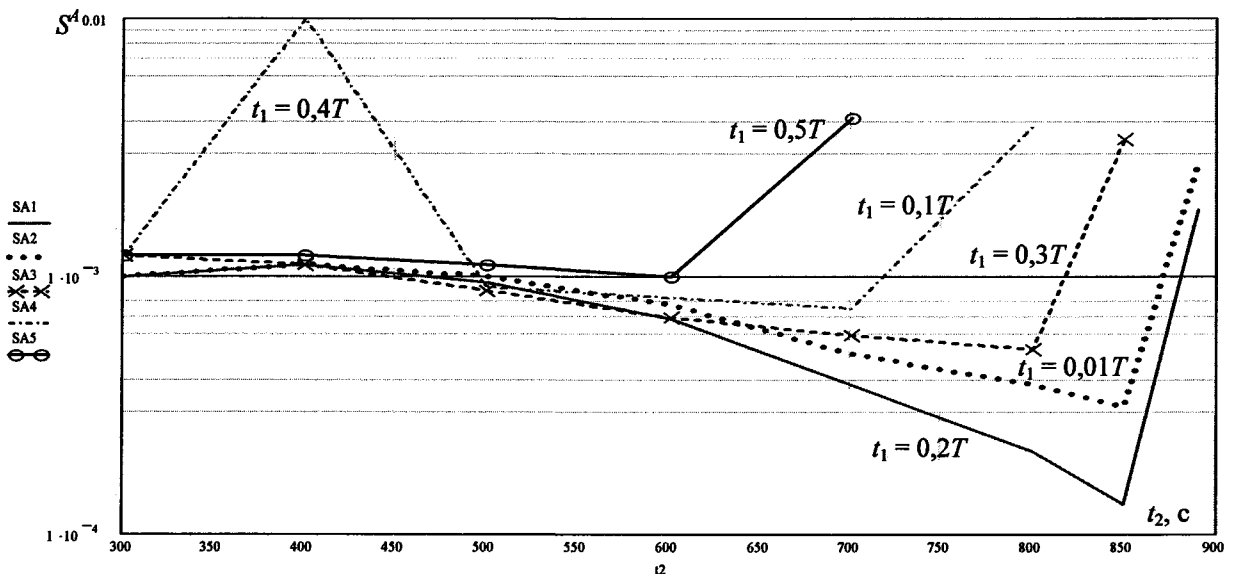


Рис. 4. Зависимость точности определения КК акселерометров от параметров  $t_1$ ,  $t_2$

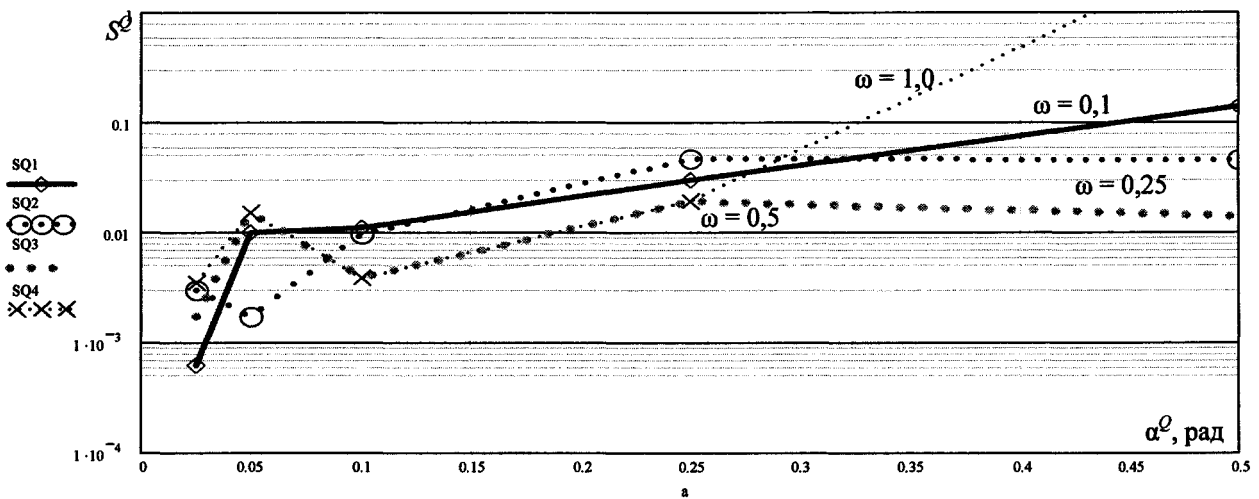


Рис. 5. Зависимость точности определения КК площадки от параметров углового движения объекта  $\alpha^Q, \omega$

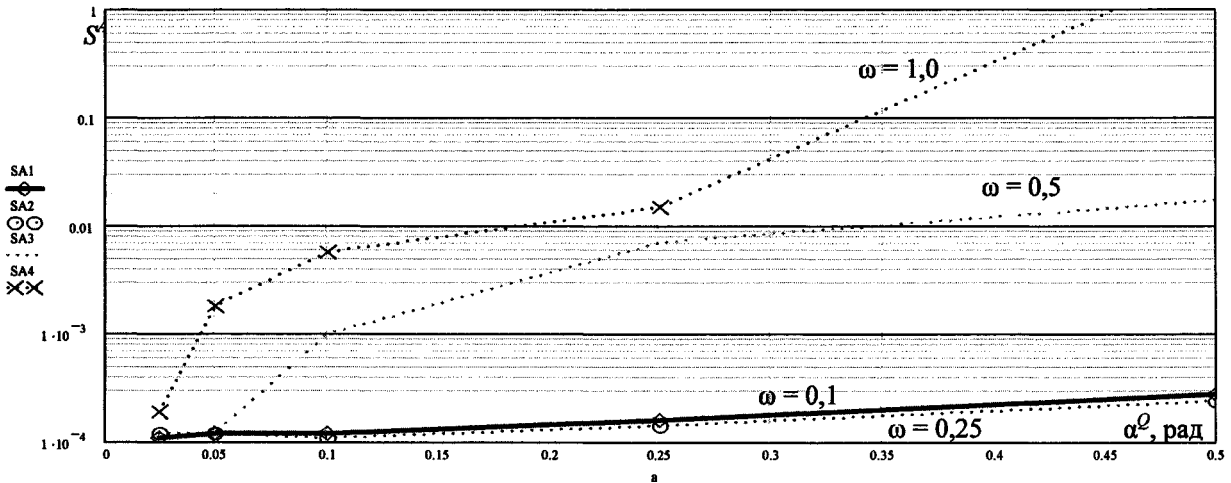


Рис. 6. Зависимость точности определения КК акселерометров от параметров углового движения объекта  $\alpha^Q, \omega$

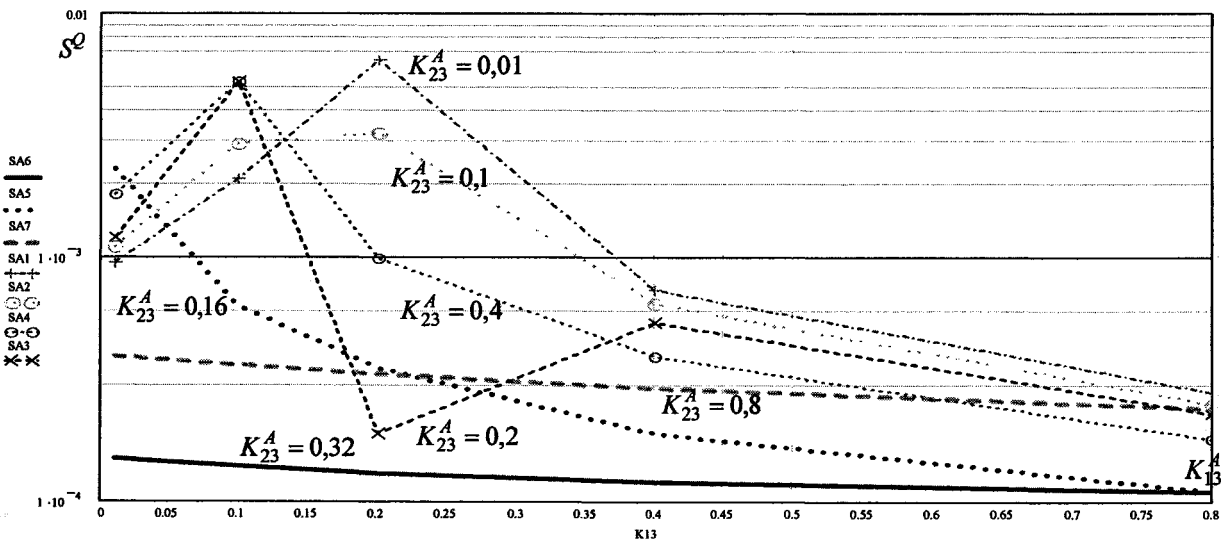


Рис. 7. Зависимость точности определения КК площадки от параметров поступательного движения объекта  $K_{13}^A, K_{23}^A$

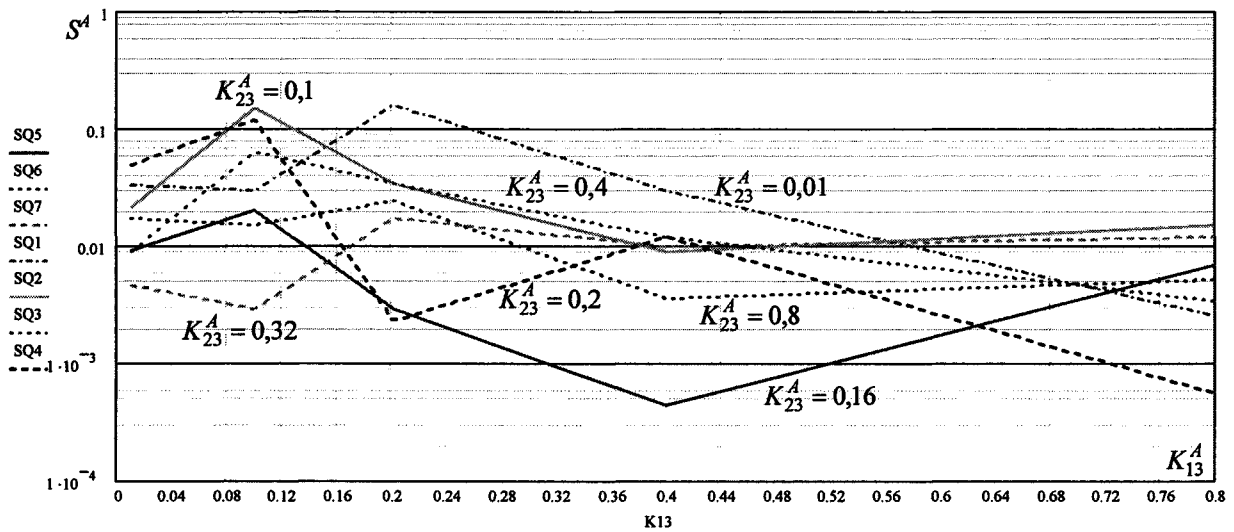


Рис. 8. Зависимость точности определения КК акселерометров от параметров поступательного движения объекта  $K_{13}^A, K_{23}^A$

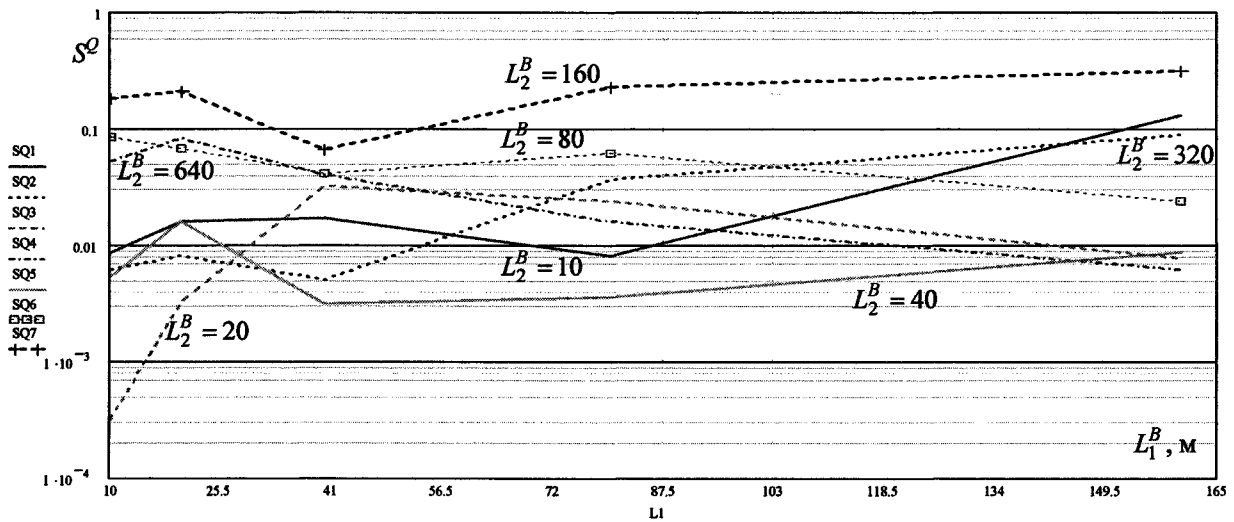


Рис. 9. Зависимость точности определения КК площадки от параметров  $L_1^B, L_2^B$

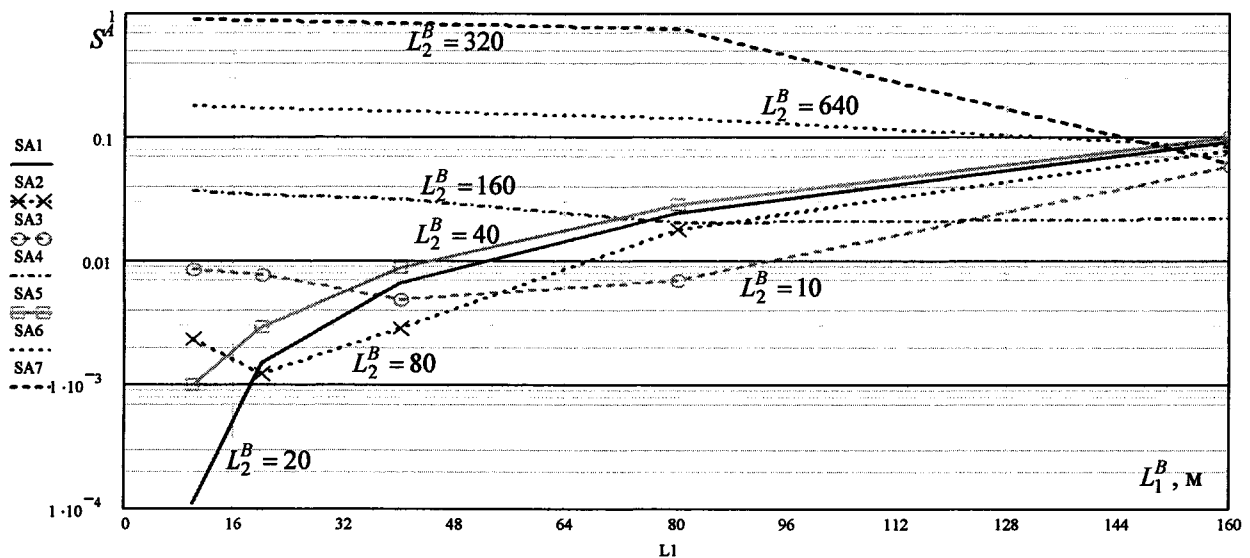


Рис. 10. Зависимость точности определения КК акселерометров от параметров  $L_1^B, L_2^B$

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОГО СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

*Л.А. Прокудина, Е.А. Саламатов*

## MATHEMATICAL SIMULATION OF TREACLE SLICE UNSTEADINESS

*L.A. Prokudina, E.A. Salamatov*

Осуществлено исследование неустойчивости тонкого слоя вязкой жидкости в линейном и нелинейном приближениях. Получены аналитические зависимости волновых характеристик от физико-химических факторов, оказывающих влияние на течение и его устойчивость. Представлены волновые характеристики и области неустойчивости для воды в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$ . Исследована эволюция волновых возмущений в окрестности кривой нейтральной устойчивости.

*Ключевые слова:* тонкий слой, вязкая жидкость, неустойчивость, волновые характеристики.

The research of treacle slice unsteadiness in linear and nonlinear approximation was held. The analytic dependences of wave characteristics upon physical and chemical factors influencing upon its process and steadiness were obtained. The wave characteristics and unstable zones for water within the range of Reynolds number  $Re \leq 12$  are presented. The evolution of wave disturbance near the neutral stability curve was explored.

*Keywords:* slice, treacle, unsteadiness, wave characteristics.

В основе многих технологических процессов различных отраслей промышленности лежат процессы течения тонких слоев вязких жидкостей (жидких пленок). Жидкие пленки находят применение в энергетической, металлургической, пищевой, атомной, химической и других отраслях промышленности.

Широкое применение аппаратов, реализующих процессы течения тонких слоев вязких жидкостей, обусловлено их высокой эффективностью и экономичностью, незначительными затратами электроэнергии. Также жидкие пленки используются для термической защиты узлов и агрегатов различного оборудования [2, 3].

Течение жидких пленок неустойчиво даже при малых скоростях стекания, что приводит к возникновению и развитию на свободной поверхности тонкого слоя вязкой жидкости волновых возмущений, которые могут способствовать разрушению пленки, приводить к нарушению технологического процесса и аварийным ситуациям.

Избежать нарушений технологического процесса и аварийных ситуаций можно, управляя течением жидкого слоя или совершенствуя методы

проектирования пленочных аппаратов и технологических систем. Для этого необходимо знать, какие физико-химические факторы и каким образом влияют на течение и его устойчивость. При этом экспериментальное исследование течений жидких пленок затруднено в силу сложности условий протекания пленочных процессов (большие температуры, высокие скорости течения, малая толщина жидкого слоя).

Математическое моделирование неустойчивости тонкого слоя вязкой жидкости и вычислительный эксперимент позволяют учесть различные физико-химические факторы, исследовать их влияние на неустойчивость жидкой пленки; дают возможность подробно изучить явления на поверхности раздела газ-жидкость; найти критические и оптимальные режимы работы пленочных аппаратов; получить некоторые аналитические зависимости. Это открывает путь к усовершенствованию методов расчета течений жидких пленок, способов конструирования пленочных аппаратов, позволяет предложить пути управления процессом.

В рамках математической модели неустойчивых режимов течения жидких пленок [1, 2] иссле-

---

Прокудина Людмила Александровна – д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры прикладной математики ЮУрГУ; prima@prima.susu.ac.ru.

Саламатов Евгений Александрович – аспирант кафедры прикладной математики ЮУрГУ; sea2009-1983@mail.ru.

---

Prokudina Liudmila Alexandrovna – PhD, associate professor, professor of applied mathematics department of SUSU; prima@prima.susu.ac.ru.

Salamatov Evgeny Alexandrovich – post graduate student of applied mathematics department of SUSU; sea2009-1983@mail.ru.

$$\begin{aligned} & \left( a_7 \frac{\partial}{\partial x} - 1 \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} + a_1 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + a_4 \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + (a_6 + a_{10}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{11} \frac{\partial \psi}{\partial x} + a_{14} \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + a_{16} \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{17} \left( \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + \\ & + a_{22} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + a_{26} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{28} \psi \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + a_{30} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \psi \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} \right) + a_{37} \psi^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} + a_{39} \psi^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{40} \psi^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} + \\ & + a_{44} \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial t} + a_{45} \psi \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + a_{49} \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{51} \psi \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + a_{55} \psi^2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + a_{58} \psi^2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

$$a_1 = -\frac{Re\sigma}{3}, \quad a_4 = -\frac{Re^2 FN}{2}, \quad a_6 = -\frac{ReM}{2} + \frac{3}{40} Re^3 F (\tau + F), \quad a_7 = \frac{5}{24} Re^2 F, \quad a_{10} = -\frac{ReM}{2}, \quad a_{11} = -ReF - Re\tau,$$

$$a_{14} = -2ReF - Re\tau, \quad a_{16} = -ReM + \frac{3}{8} Re^3 F \tau + \frac{9}{20} Re^3 F^2, \quad a_{17} = 4a_7, \quad a_{22} = a_{16}, \quad a_{26} = a_4, \quad a_{28} = 3a_4, \quad a_{30} = 3a_1,$$

$$a_{37} = -ReF, \quad a_{39} = -\frac{ReM}{2} + \frac{3}{4} Re^3 F \tau + \frac{9}{8} Re^3 F^2, \quad a_{40} = 6a_7, \quad a_{44} = 12a_7, \quad a_{45} = -ReM + \frac{3}{2} Re^3 F \tau + \frac{9}{4} Re^3 F^2,$$

$$a_{49} = 2a_4, \quad a_{51} = 6a_1, \quad a_{55} = 3a_1, \quad a_{58} = 3a_4$$

дована неустойчивость тонкого слоя вязкой жидкости (воды) в линейном и нелинейном приближениях. В линейном приближении на основе дисперсионного уравнения получены аналитические зависимости для волновых характеристик жидкой пленки, рассчитаны области неустойчивости, кривые максимального роста возмущений, фазовые и групповые скорости. В рамках нелинейного приближения предложен метод расчета областей неустойчивости жидкой пленки. Осуществлен сравнительный анализ полученных в линейном и нелинейном приближениях результатов.

### 1. Постановка задачи

В прямоугольной системе координат  $OXYZ$  рассмотрим гравитационно стекающий по вертикальной плоской поверхности с температурой  $T_{ст}$  тонкий слой вязкой жидкости.

Плоскость  $OXZ$  связана с поверхностью, по которой движется жидкая пленка; ось  $OX$  направлена по течению пленки, ось  $OY$  – по нормали в пленку жидкости.

Движение пленки сопровождается обтеканием ее свободной поверхности газовым потоком, который движется параллельно плоскости  $OXZ$  и создает на свободной поверхности пленки постоянное касательное напряжение.

Учтем поверхностную вязкость, обусловленную наличием на свободной поверхности пленки нерастворимых поверхностно-активных веществ (НПАВ).

Безразмерная толщина пленки:  $\delta = \delta(x, t) = 1 + \psi(x, t)$ , где  $\psi(x, t)$  – отклонение свободной поверхности пленки от стационарного состояния  $\delta_0$  (рис. 1).

В таком случае эволюция свободной поверхности жидкой пленки описывается уравнением (1) [2]. Коэффициенты уравнения (1) учитывают физико-химические факторы, качественно влияющие на течение жидкой пленки и ее устойчивость: чис-

ло Рейнольдса  $Re$ , число Фруда  $F$ , коэффициент поверхностной вязкости  $N$ , касательное напряжение на поверхности раздела газ–жидкость  $\tau$ , поверхностное натяжение  $\sigma$ , параметр Марангони  $M$ .

В рамках уравнения (1) проведено исследование неустойчивости жидкой пленки в линейном и нелинейном приближениях для чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$ .

### 2. Неустойчивость жидкой пленки в линейном приближении

Пусть на свободной поверхности жидкой пленки развивается монохроматическое возмущение  $\psi(x, t) = A \cdot \exp(i(kx - (\omega_r + i\omega_i)t))$ , где  $k$  – волновое число,  $\omega_r$  – частота,  $\omega_i$  – инкремент.

Подставив монохроматическое возмущение  $\psi(x, t) = A \cdot \exp(i(kx - (\omega_r + i\omega_i)t))$  в линейную часть уравнения (1), получим дисперсионное уравнение:

$$(\omega_r + i\omega_i)(a_7 k + i) + a_1 k^4 - a_4 i k^3 - a_6 k^2 + a_{11} i k = 0. \quad (2)$$

Дисперсионное уравнение (2) связывает волновые характеристики жидкой пленки с физико-химическими факторами  $\sigma$ ,  $N$ ,  $\tau$ ,  $M$  и позволяет в явной форме выразить их, в частности, частоту  $\omega_r$ :

$$\omega_r = \frac{(-a_1 k^4 + a_6 k^2) a_7 k + (a_4 k^3 - a_{11} k)}{(a_7 k)^2 + 1}, \quad (3)$$

инкремент  $\omega_i$  (рис. 2):

$$\omega_i = \frac{a_1 k^4 - a_6 k^2 + a_7 k (a_4 k^3 - a_{11} k)}{(a_7 k)^2 + 1}, \quad (4)$$

найти фазовую скорость  $C$  (рис. 3):

$$C = \omega_r / k, \quad (5)$$

групповую скорость  $C_{гр}$  (рис. 4):

$$C_{гр} = d\omega_r / dk. \quad (6)$$

Расчет волновых характеристик позволяет оценить эффективность протекающих на поверхности раздела газ–жидкость процессов [4].

Инкремент неустойчивого монохроматического возмущения с волновым числом  $k$  положителен,  $\omega_i > 0$ , (рис. 2), что позволяет в линейном приближении рассчитать область неустойчивости жидкой пленки (рис. 5) в плоскости параметров  $(Re, k)$ ; также рассчитывается кривая максимального инкремента  $\omega_{i\max}$  [5], соответствующая возмущениям, которые обладают наибольшей скоростью роста, с наибольшей вероятностью реализуются в эксперименте, оказывают наибольшее влияние на процесс течения жидкой пленки при работе пленочных аппаратов [6].

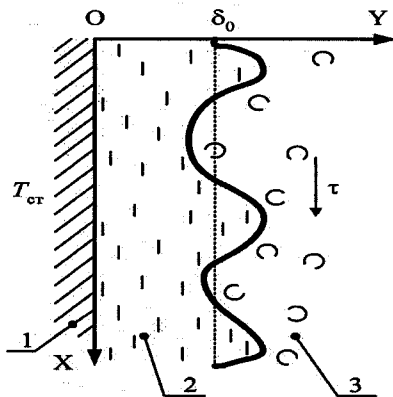


Рис. 1. Схема течения жидкой пленки:  
1 – поверхность стекания;  
2 – жидкая пленка;  
3 – газовый поток

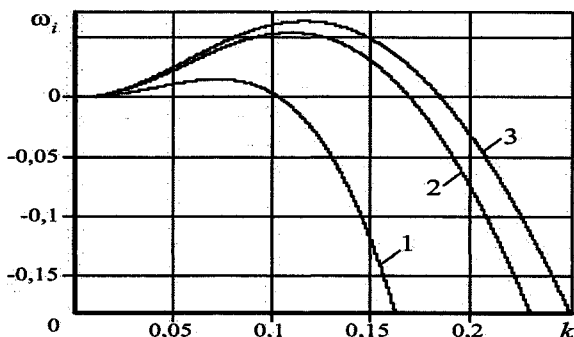


Рис. 2. График инкремента:  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

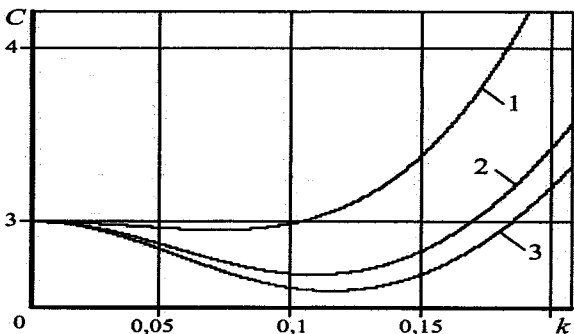


Рис. 3. График фазовых скоростей:  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

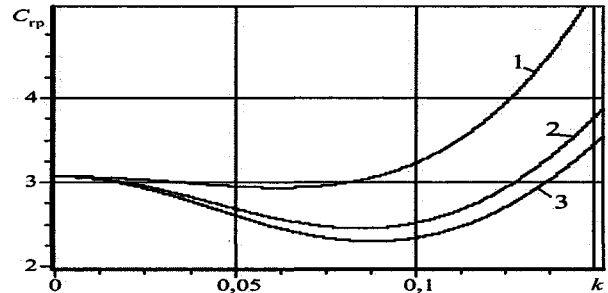


Рис. 4. Групповые скорости  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

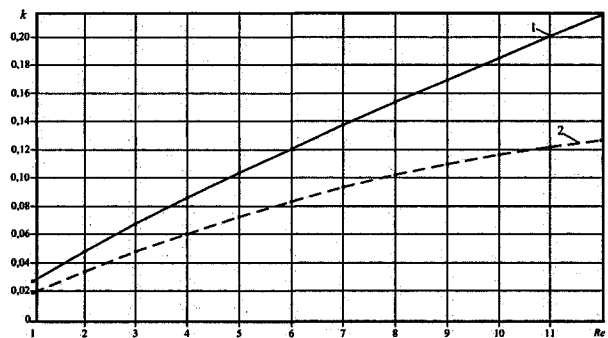


Рис. 5. Область неустойчивости в линейном приближении:  
1 – кривая нейтральной устойчивости;  
2 – кривая максимального инкремента

Расчет областей неустойчивости дает возможность выявить, какие физико-химические факторы оказывают стабилизирующее или дестабилизирующее влияние на течение жидкой пленки.

Известно, что присутствие НПАВ на поверхности раздела газ-жидкость стабилизирует течение, способствует уменьшению скоростей роста возмущений, фазовых, групповых скоростей; газовый поток оказывает стабилизирующее влияние на течение жидкой пленки в режиме прямотока и дестабилизирующее – в режиме противотока [4]. В условиях дестабилизации наблюдается увеличение скоростей роста возмущений, фазовых, групповых скоростей. При этом можно найти такие значения физико-химических факторов, при которых течение станет устойчивым [4] или, наоборот, жидкая пленка разрушится [2].

Вычислительный эксперимент для воды в условиях свободного стекания ( $\tau = 0, N = 0, M = 0$ ) показал, что течение жидкой пленки неустойчиво во всем диапазоне чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$  (рис. 5).

Чем больше значение числа Рейнольдса  $Re$ , тем зона неустойчивости шире по диапазону волновых чисел  $k$ , выше максимальная скорость роста возмущений (рис. 2, табл. 1), тем меньше фазовые (рис. 3) и групповые (рис. 4) скорости.

Фазовые скорости неустойчивых возмущений меньше фазовых скоростей устойчивых возмущений (рис. 3). Расчеты показали, что минимальное значение фазовых скоростей  $C$  достигается на кривой максимального инкремента.

Таблица 1  
Расчет кривых нейтральной устойчивости  
и максимального инкремента

Re	k		$\omega_{j\max}(k)$
	$\omega_{j=0}$	$\omega_{j\max}$	
1	0,02714	0,01919	0,00022
5	0,10378	0,07245	0,01536
9	0,16937	0,10974	0,05464
10	0,18491	0,11628	0,06419

Групповые скорости  $C_{гр}$  неустойчивых возмущений меньше, чем групповые скорости устойчивых возмущений (рис. 4).

### 3. Неустойчивость жидкой пленки в нелинейном приближении

Задача исследования неустойчивости течения тонкого слоя вязкой жидкости не исчерпывается линейным анализом. Учет нелинейностей позволяет уточнить результаты, полученные в линейной постановке, дает возможность выяснить влияние нелинейного взаимодействия возмущений на течение жидкой пленки.

Амплитуда возмущения, развивающегося на свободной поверхности жидкой пленки, представляема в виде (7):

$$A(x, z, t) = a_0 e^{i\Theta_0(t)} + a_1 e^{i(\Theta_1(t) + k_x x)} + a_2 e^{i(\Theta_2(t) - k_x x)} + a_3 e^{i(\Theta_3(t) + k_x z)} + a_4 e^{i(\Theta_4(t) - k_x z)}, \quad (7)$$

где  $a_0$  – амплитуда несущей волны;  $a_1, a_2$  – амплитуды боковых волн;  $a_3, a_4$  – наклонных волн.

$$\frac{da_0}{dt} = \gamma a_0 + \beta_2 (2a_0 a_1 a_2 \sin \Delta + 2a_0 a_3 a_4 \sin \Delta_1) - \beta_1 (a_0^3 + 2a_0 a_1^2 + 2a_0 a_2^2 + 2a_0 a_3^2 + 2a_0 a_4^2 + 2a_0 a_1 a_2 \cos \Delta + 2a_0 a_3 a_4 \cos \Delta_1); \quad (8)$$

$$\frac{da_1}{dt} = (k_x d_1 a_1 - k_x^2 \alpha_1 + \gamma) a_1 - \beta_2 (a_0^2 a_2 \sin(-\Delta) - 2a_2 a_3 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \beta_1 (2a_0^2 a_1 + a_1^3 + 2a_1 a_2^2 + 2a_1 a_3^2 + 2a_1 a_4^2 + a_0^2 a_2 \cos \Delta + 2a_2 a_3 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)); \quad (9)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -(k_x d_1 + k_x^2 \alpha_1 - \gamma) a_2 - \beta_2 (a_0^2 a_1 \sin(-\Delta) - 2a_1 a_3 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \beta_1 (2a_0^2 a_2 + 2a_1^2 a_2 + a_2^3 + 2a_2 a_3^2 + 2a_2 a_4^2 + a_0^2 a_1 \cos(-\Delta) + 2a_1 a_3 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)); \quad (10)$$

$$\frac{da_3}{dt} = (k_x d_2 - k_x^2 \alpha_3 + \gamma) a_3 - \beta_2 (a_0^2 a_4 \sin \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \beta_1 (2a_0^2 a_3 + 2a_1^2 a_3 + 2a_2^2 a_3 + a_3^3 + 2a_3 a_4^2 + a_0^2 a_4 \cos \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)); \quad (11)$$

$$\frac{da_4}{dt} = -(k_x d_2 + k_x^2 \alpha_3 - \gamma) a_4 - \beta_2 (a_0^2 a_3 \sin \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_3 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \beta_1 (2a_0^2 a_4 + 2a_1^2 a_4 + 2a_2^2 a_4 + 2a_3^2 a_4 + a_4^3 + a_0^2 a_3 \cos \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_3 \cos(\Delta_1 - \Delta)); \quad (12)$$

$$\frac{d\Delta}{dt} = 4\beta_1 (a_1 a_2 \sin \Delta + a_3 a_4 \sin \Delta_1) + 4\beta_2 (a_1 a_2 \cos \Delta + a_3 a_4 \cos \Delta_1) + \beta_2 (-2a_0^2 + a_1^2 + a_2^2) - 2k_x^2 \alpha_2 + \frac{\beta_1}{a_1} (a_0^2 a_2 \sin(-\Delta) - 2a_2 a_3 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \frac{\beta_2}{a_1} (a_0^2 a_2 \cos \Delta + 2a_2 a_3 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)) + \frac{\beta_1}{a_2} (a_0^2 a_1 \sin(-\Delta) - 2a_1 a_3 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \frac{\beta_2}{a_2} (a_0^2 a_1 \cos \Delta + 2a_1 a_3 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)); \quad (13)$$

$$\frac{d\Delta_1}{dt} = 4\beta_1 (a_1 a_2 \sin \Delta + a_3 a_4 \sin \Delta_1) + 4\beta_2 (a_1 a_2 \cos \Delta + a_3 a_4 \cos \Delta_1) + \beta_2 (-2a_0^2 + 2a_1^2 + a_3^2 + a_4^2) - 2k_x^2 \alpha_4 + \frac{\beta_1}{a_3} (a_0^2 a_4 \sin \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_4 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \frac{\beta_2}{a_3} (a_0^2 a_4 \cos \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_4 \cos(\Delta_1 - \Delta)) + \frac{\beta_1}{a_4} (a_0^2 a_3 \sin \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_3 \sin(\Delta_1 - \Delta)) - \frac{\beta_2}{a_4} (2a_1^2 a_3 + a_0^2 a_3 \cos \Delta_1 + 2a_1 a_2 a_3 \cos(\Delta_1 - \Delta)). \quad (14)$$

Из уравнения (1) выведена система дифференциальных уравнений для амплитуд  $a_i, i = 0, 4$  и сдвигов фаз волн  $\Delta, \Delta_1$  (8)–(14), или в векторной форме:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}), \quad (15)$$

где  $\mathbf{x} = [a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 \Delta \Delta_1]^T$ .

Коэффициенты системы (8)–(14)  $\gamma, d_1, d_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_1$  (рис. 6),  $\beta_2$  (рис. 7) зависят от физико-химических факторов ( $N, \tau, \sigma, M$ ).

Расчисляем область неустойчивости жидкой пленки в рамках нелинейного приближения. Для этого исследуем неустойчивость системы (15) относительно амплитуд  $a_i, i = 0, 4$ .

Перейдем к уравнениям первого приближения для системы (15):

$$\frac{d\psi}{dt} = \mathbf{J}\psi, \quad (16)$$

где  $\psi$  – вектор вариаций неизвестных системы (15),  $\mathbf{J} = \left\| \left( \frac{\partial f_i}{\partial \psi_j} \right) \Big|_{\psi=0} \right\|$ ,  $i, j = \overline{0, 6}$ .

Запишем,  $\mathbf{x} = [\mathbf{y}^T \mathbf{z}^T]^T$ , где  $\mathbf{y} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]^T$  – вектор переменных, относительно которых исследуется неустойчивость жидкой пленки, вектор «контролируемых» переменных;  $\mathbf{z} = [\Delta \ \Delta_1]^T$  – вектор «неконтролируемых» переменных.

Тогда (16) представим в виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}}_s = \mathbf{A}\mathbf{y}_s + \mathbf{B}\mathbf{z}_s; \\ \dot{\mathbf{z}}_s = \mathbf{C}\mathbf{y}_s + \mathbf{D}\mathbf{z}_s, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  – соответствующие подматрицы матрицы  $\mathbf{J}$ ;  $\mathbf{y}_s$ ,  $\mathbf{z}_s$  – векторы вариаций «контролируемых» и «неконтролируемых» переменных соответственно.

Для системы (17) можно показать, что:

1.  $\mathbf{B} \approx 0$ .

2. Для неравенства  $\|\mathbf{R}(\mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s)\|_{\psi=0} \leq \xi \|\mathbf{y}\|_{\psi=0}$ ,

где  $\mathbf{R}(\mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s)$  – остаточный член разложения вектор-функции  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $\psi = 0$ , справедлива оценка  $\xi \sim \left( \sup \{ a_i |_{\psi=0} \} \right)^2$ .

В таком случае из обобщенной теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению [8] следует, что для устойчивости возмущений, развивающихся на свободной поверхности тонкого слоя вязкой жидкости, относительно амплитуд  $a_i$  необходимо и достаточно, чтобы все собственные числа подматрицы  $\mathbf{A}$  системы (17) имели отрицательные вещественные части. Если среди собственных чисел подматрицы  $\mathbf{A}$  найдется хотя бы одно с положительной вещественной частью, то возмущения на свободной поверхности жидкой пленки будут неустойчивыми относительно амплитуд  $a_i$ .

Спектр подматрицы  $\mathbf{A}$  исследуем с помощью критерия Зубова [9]: для того чтобы все собственные числа подматрицы  $\mathbf{A}$  имели отрицательную вещественную часть, необходимо и достаточно выполнения условия  $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega^n = 0$ , где  $n$  – целое число,  $\Omega$  – функционально-преобразованная матрица,  $\Omega = \mathbf{E} - 2(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ .

Для исследования неустойчивости возмущений на поверхности жидкой пленки в рамках критерия Зубова реализован алгоритм [11], в котором используются достаточные формы критерия Зубова [10]. Чтобы вещественные части собственных чисел подматрицы  $\mathbf{A}$  были отрицательными, достаточно, чтобы, начиная с некоторого  $\zeta$ , выполнялось условие

$$\|\Omega^\zeta\| < 1. \quad (18)$$

С другой стороны, если, начиная с некоторого  $\zeta$ , справедливо неравенство

$$|\text{Sp} \Omega^\zeta| \geq n_0, \quad (19)$$

где  $n_0$  – порядок подматрицы  $\mathbf{A}$  ( $n_0 = 5$ ), то среди собственных чисел подматрицы  $\mathbf{A}$  найдется хотя бы одно с положительной вещественной частью.

На каждом этапе алгоритма анализируется выполнение достаточных условий критерия Зубова (18)–(19). Если выполняется какое-либо из условий (18)–(19), то возмущения в точке плоскости параметров  $(Re, k)$  признаются, соответственно, устойчивыми или неустойчивыми.

Алгоритм реализован таким образом, чтобы осуществлялся анализ выполнения условий (18)–(19) для последовательности матриц  $\Omega$ ,  $\Omega^2$ ,  $\Omega^4$ ,  $\Omega^{16}$ ,  $\Omega^{32}$  и т.д. Это дает возможность за сравнительно небольшое число шагов осуществить анализ высоких степеней матрицы  $\Omega$ , поскольку на  $v$  этапе алгоритма анализируется  $2^{v-1}$ -я степень  $\Omega$ .

Если за заранее заданное число этапов  $v_{\max}$  добиться выполнения условия (18) или (19) не удается, то в возмущения в точке плоскости параметров  $(Re, k)$  считаются неустойчивыми. Такая ситуация возможна, если максимальное число этапов алгоритма задано неверно и необходимо увеличить число  $v_{\max}$ , чтобы проанализировать выполнение условий (18)–(19) для еще более высоких степеней матрицы  $\Omega$ . Если матрица  $\mathbf{E} - \mathbf{A}$  оказывается вырожденной, т.е. осуществить расчет матрицы  $\Omega$  невозможно, то возмущения также считаются неустойчивыми.

Алгоритм позволяет рассчитать кривую нейтральной устойчивости в плоскости параметров  $(Re, k)$  в рамках системы дифференциальных уравнений (15).

Если в плоскости параметров  $(Re, k)$  ввести сетку с шагом  $h$  по диапазону волновых чисел  $k$ , то алгоритм обеспечит расчет кривой нейтральной устойчивости с абсолютной погрешностью  $\varepsilon < h/2$ . Для расчета кривой нейтральной устойчивости с абсолютной погрешностью  $\varepsilon_0$  в диапазоне волновых чисел  $k \in [k_{\min}; k_{\max}]$  необходимо ввести сетку с числом узлов  $N_0 = (k_{\max} - k_{\min}) / (2\varepsilon_0)$ .

Вычислительный эксперимент по исследованию неустойчивости жидкой пленки осуществлен для воды ( $\tau = 0$ ,  $M = 0$ ,  $N = 0$ ), рассчитана область неустойчивости тонкого слоя вязкой жидкости ( $Re \leq 12$ ):  $N_0 = 100$ ,  $k \in [0; 0,3]$ ,  $\varepsilon < 0,0015$ ,  $v_{\max} = 20$ .

Анализ результатов эксперимента (рис. 8 – вершина «треугольника» направлена в область неустойчивых возмущений) показал, что течение жидкой пленки неустойчиво во всем диапазоне чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$ . Чем больше значение числа Рейнольдса  $Re$ , тем шире зона неустойчивости по диапазону волновых чисел  $k$ .

Области неустойчивости жидкой пленки, рассчитанные в линейном (рис. 5) и нелинейном (рис. 8) приближениях, согласуются между собой, рассогласование в вычислениях  $\Delta k$  не превышает 6% (табл. 2).



Таблица 2  
Сравнение расчетов областей неустойчивости  
в линейном и нелинейном приближениях

Re	Кривая нейтральной устойчивости		$\Delta k$ , %
	Линейное приближение	Нелинейное приближение	
1	0,02714	0,02559	5,71
5	0,10378	0,10357	0,20
7	0,13737	0,13655	0,60
9	0,16937	0,16954	0,10
10	0,18491	0,18454	0,20
12	0,21525	0,21453	0,33

Поскольку в результате волнового взаимодействия на свободной поверхности тонкого слоя вязкой жидкости происходит обмен и перераспределение энергии между возмущениями [7], интересным представляется исследование поведения составляющих амплитуды  $A(x, z, t)$  (7).

Для изучения эволюции во времени амплитуд  $a_i$  волнового возмущения (7) система дифференциальных уравнений (8)–(14) решалась методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Изучение осуществлялось в окрестности кривой нейтральной устойчивости.

Исследование показало, что по всему диапазону чисел Рейнольдса  $Re$  в окрестности кривой нейтральной устойчивости наблюдается рост амплитуды несущей волны  $a_0$  (рис. 9) и амплитуд наклонных волн  $a_3, a_4$ . Амплитуды боковых волн  $a_1$  (рис. 10) и  $a_2$  вблизи границы области неустойчивости затухают.

С увеличением числа Рейнольдса  $Re$  увеличивается скорость роста амплитуды несущей волны  $a_0$  (рис. 9) и амплитуд наклонных волн  $a_3, a_4$ ; увеличиваются скорости затухания амплитуд  $a_3, a_4$  (рис. 10).

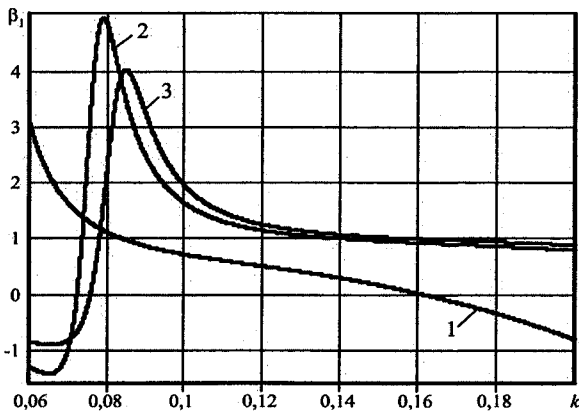


Рис. 6. График коэффициента  $\beta_1$ :  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

#### Заключение

Исследование неустойчивости жидких пленок, подробное изучение процессов, протекающих на поверхности раздела газ–жидкость, актуально, так как имеет большое научное и прикладное значение.

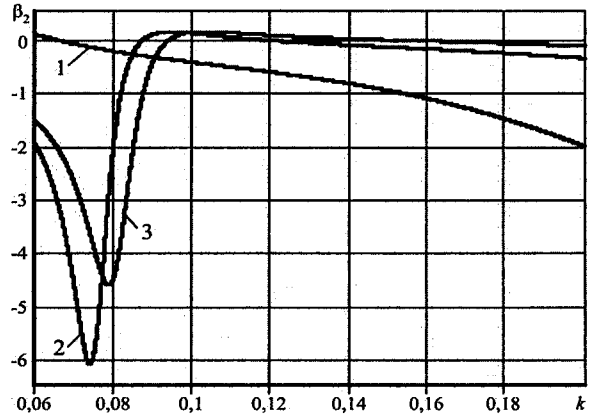


Рис. 7. График коэффициента  $\beta_2$ :  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

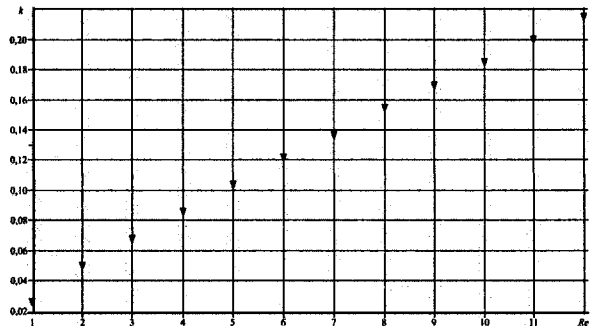


Рис. 8. Область неустойчивости в нелинейном приближении

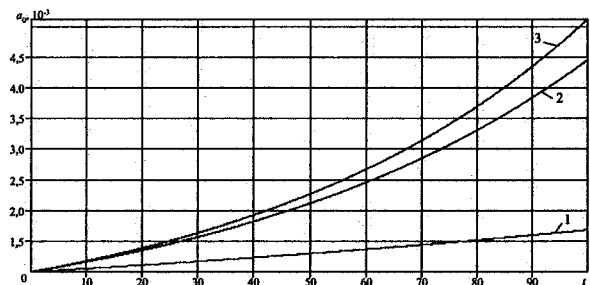


Рис. 9. Поведение  $a_0$  в окрестности кривой нейтральной устойчивости:  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

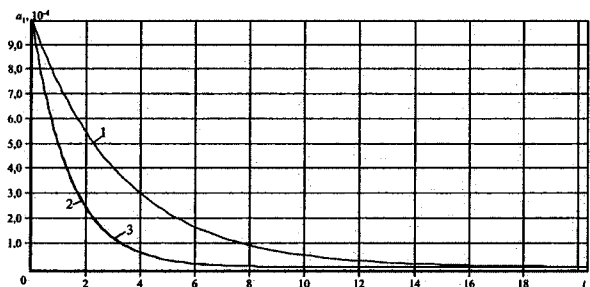


Рис. 10. Поведение  $a_1$  в окрестности кривой нейтральной устойчивости:  
1 –  $Re = 5$ ;  
2 –  $Re = 9$ ;  
3 –  $Re = 10$

Математическое моделирование течений тонких слоев вязких жидкостей дает возможность изучить влияние на них различных физико-химических факторов, что открывает возможности для управления технологическими системами, которые включают пленочные аппараты, для совершенствования методов проектирования и конструирования таких систем.

В рамках математической модели неустойчивых режимов течения жидких пленок, представленной дифференциальным уравнением (1), осуществлено исследование неустойчивости тонкого слоя вязкой жидкости для диапазона чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$  в линейном и нелинейном приближениях, проведен вычислительный эксперимент для воды ( $\tau = 0, N = 0, M = 0$ ).

В линейном приближении получено дисперсионное уравнение (2), выведены аналитические зависимости волновых характеристик ( $\omega_r, \omega_i, C, C_{gr}$ ) от физико-химических факторов ( $N, \tau, \sigma, M$ ), рассчитана область неустойчивости (рис. 5) в плоскости параметров ( $Re, k$ ). Показано, что течение жидкой пленки (воды) неустойчиво в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re \leq 12$ , причем зона неустойчивости расширяется по диапазону волновых чисел  $k$  с увеличением значений числа Рейнольдса  $Re$ . При этом увеличивается скорость роста волновых возмущений (рис. 2), уменьшаются фазовые (рис. 3) и групповые (рис. 4) скорости.

В нелинейном приближении в рамках системы дифференциальных уравнений (8–14) предложен алгоритм расчета области неустойчивости жидкой пленки. С помощью алгоритма вычислена кривая нейтральной устойчивости (рис. 8) для воды ( $\tau = 0, N = 0, M = 0$ ). При этом рассогласование между результатами, полученными в линейном и нелинейном приближениях, не превышает 6% (табл. 2).

В рамках нелинейного приближения в окрестности кривой нейтральной устойчивости изучена эволюция во времени амплитуд составляющих возмущения (7). Показано, что по всему диапазону чисел Рейнольдса  $Re$  наблюдается рост амплитуд  $a_0, a_3, a_4$  и затухание амплитуд  $a_1, a_2$ .

#### Литература

1. Прокудина, Л. А. Неустойчивость неизо-термической жидкой пленки / Л. А. Прокудина, Г. П. Вяткин // Доклады РАН, 1997. – № 6. – С. 770–772.

2. Прокудина, Л. А. Волновое течение неизо-термической жидкой пленки: препринт / Л. А. Прокудина, Г. П. Вяткин. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 42 с.

3. Трошенькин, Б. А. Циркуляционные и пленочные испарители и водородные реакторы / Б. А. Трошенькин. – Киев: Наукова Думка, 1985. – 176 с.

4. Прокудина, Л. А. Моделирование неустойчивости жидкой пленки в теплообменных процессах при волнообразовании / Л. А. Прокудина, Е. А. Саламатов // Механика и процессы управления: труды XXXVI Уральского семинара. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – Т. 1. – С. 183–191.

5. Свидетельство РФ об официальной регистрации разработки в ОФАП № 5392. Область неустойчивости жидкой пленки / Л. А. Прокудина, Е. А. Саламатов; зарегистрировано 18.11.2005.

6. Холпанов, Л. П. Гидродинамика и тепло-массообмен с поверхностью раздела / Л. П. Холпанов, В. Я. Шкадов. – М.: Наука, 1990. – 271 с.

7. Прокудина, Л. А. Моделирование нелинейных явлений в жидкой пленке / Л. А. Прокудина // Известия Челябинского научного центра. – 2001. – № 4. – С. 6–9.

8. Румянцев, В. В. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных / В. В. Румянцев, А. С. Озиранер. – М.: Наука, 1987. – 256 с.

9. Зубов, В. И. Об одном новом методе построения областей устойчивости в пространстве допустимых значений параметров системы автоматического регулирования / В. И. Зубов // Автоматика и телемеханика. – 1959. – № 3. – С. 331–334.

10. Дидук, Г. А. Методы теории матриц и их применение для исследования и проектирования систем управления / Г. А. Дидук. – СПб: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 1993. – 320 с.

11. Саламатов, Е. А. Математическое моделирование неустойчивости жидких пленок в теплообменных процессах с учетом нелинейных эффектов / Е. А. Саламатов, Л. А. Прокудина // Актуальные проблемы современной науки: труды 2-го международного форума. Естественные науки: ч. 1–3: Математика, математическое моделирование, механика. – Самара: СамГТУ, 2006. – С. 88–91.

Поступила в редакцию 1 февраля 2008 г.

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРАВЛЯЕМОГО АТТЕНЮАТОРА С ИНВАРИАНТНЫМ К ВНОСИМОМУ ОСЛАБЛЕНИЮ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ

*О.В. Стукач*

## STATISTICAL MODELLING OF CHARACTERISTICS OF CONTROLLED ATTENUATOR WITH PHASE SHIFT INVARIANT WITH RESPECT TO THE INTRODUCED ATTENUATION

*O.V. Stukach*

Выявлены закономерности проектирования электрически управляемого аттенюатора, фазочастотная характеристика которого инвариантна к амплитудно-частотной. Показано, что при проектировании управляемых устройств с переменными состояниями необходимо выявить факторные нагрузки, отдельно влияющие на изменение фазы и вносимого затухания. Это позволяет упростить оптимизацию параметров коррекции фазы, сделав ее независимой от поиска оптимального закона регулирования элементов с управляемым сопротивлением, что приближает решение к глобально оптимальному.

*Ключевые слова:* статистическое моделирование, управляемый аттенюатор, коррекция фазы.

The regularities of designing of electrically controlled attenuator which phase-shift frequency characteristic is invariant with respect to amplitude-frequency one are detected. It is shown that in the design of controlled devices with variable conditions it is necessary to detect the factor loadings separately influencing upon phase shift and introduced attenuation. It enables to simplify the phase equalization parameters optimization by making it independent of search for optimal control law of elements with controllable resistance. It makes the solution more globally optimal.

*Keywords:* statistical modeling, controlled attenuator, phase equalization.

Учет требования неизменности фазового сдвига при регулировании коэффициента передачи или обобщенного параметра состояния необходимо при проектировании модулей активных фазированных решеток, прецизионных широкополосных усилителей, аттенюаторов и других устройств с управляемым усилением или ослаблением [1]. Эта задача усложняется при работе системы в широкой полосе частот, в общем случае от нуля до нескольких гигагерц.

Изменение фазового сдвига или группового времени запаздывания обусловлено влиянием паразитных реактивностей элементов с управляемым сопротивлением. Существует определенный технологический предел в уменьшении паразитных параметров. Поэтому одной из важнейших задач является схемная минимизация фазового сдвига, возникающего при изменении коэффициента передачи, то есть компенсация паразитных реактивностей управляемых элементов схемотехническими решениями.

### 1. Цель работы

В статье рассматривается одна из задач СВЧ техники – проблема оптимизации параметров элементов управляемых аттенюаторов с плавным изменением ослабления [2]. Наибольшее распространение получили аттенюаторы, выполненные на основе базовой структуры Г-, Т- и П-образного соединения последовательно и параллельно включенных диодов. Сопротивление диодов под воздействием управляющего тока может меняться в широких пределах – от 2 Ом до 1 кОм, что позволяет плавно изменять затухание в тракте [3]. Инвариантность фазового сдвига в таких аттенюаторах при регулировании затухания достигается с помощью корректирующих цепей, включенных в базовую структуру. При этом один и тот же уровень вносимого ослабления может быть получен при разном соотношении сопротивлений параллельно и последовательно включенных диодов. Но изменение фазового сдвига при регулировании затухания будет различным. Следовательно, для достижения минимума фазового сдвига необходи-

---

Стукач Олег Владимирович – к.т.н., доцент кафедры компьютерных измерительных систем и метрологии Томского политехнического университета; oleg@me.tusur.ru.

---

Stukach Oleg Vladimirovich – PhD, associate professor of computer measuring system and metrology department of Tomsk Polytechnic University; oleg@me.tusur.ru.

мо два вложенных цикла оптимизации – для управляемых элементов и корректирующих цепей.

При этом каждая итерация оптимизации параметров корректирующих цепей требует отдельной вложенной оптимизации сопротивлений управляемых элементов. Интересно отметить, что ни одна из распространенных программ схемотехнического проектирования не предусматривает оптимизацию характеристик устройств с переменными состояниями, то есть в пространстве уровней ослабления или амплитудно-частотной характеристики. Идеи работы [2] не нашли скольконибудь серьезного коммерческого использования на рынке программного обеспечения.

Целью работы является теоретическое исследование возможности упрощения автоматизированного проектирования аттенюаторов, исключая двойную оптимизацию корректирующих цепей и параметров управляемых элементов.

### 2. Базовое звено Г-образного фазоинвариантного аттенюатора

Схема Г-образного полувзвена аттенюатора приведена на рис. 1. Схема вносит наименьшее сопротивление в тракт, если диод *VD1* открыт и имеет малое сопротивление, а диод *VD2* закрыт. По мере открывания диода *VD1* и запирания *VD2* вносимое ослабление увеличивается.

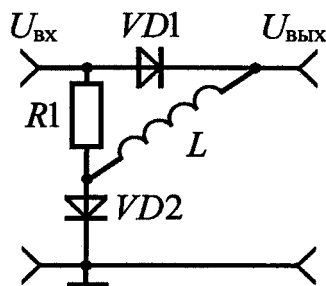


Рис. 1. Схема Г-образного звена аттенюатора

Для регулирования вносимого ослабления с минимальным изменением фазы требуется закрывать диод *VD1* быстрее, чем открывать *VD2*. Для базовых структур электрически управляемых аттенюаторов один и тот же уровень вносимого ослабления может быть получен для различного соотношения сопротивлений управляемых элементов: либо увеличением сопротивлений диодов в последовательном плече аттенюатора, либо эквивалентным уменьшением сопротивлений диодов в параллельном плече. Но изменение фазового сдвига будет при этом неодинаковым. Поэтому важно не только правильно выбрать параметры корректирующих цепей, но и закон регулирования сопротивлений диодов. В работе [2] показано, как оптимизировать параметры управления с целью уменьшения зависимости изменения фазы от вносимого ослабления.

Фазовую стабильность обеспечивает индуктивность *L1*, которая комбинируется с паразит-

ными параметрами диодов и компенсируют изменение фазового сдвига при регулировке ослабления. Индуктивность может быть изготовлена как линия передачи. Диод *VD1* играет роль элемента, управляющего параметром коррекции *L1*.

Г-образная структура является базовой, поскольку при ее каскадировании можно получить П- или Т-образную схему. В работе [1] показано, что наилучшими характеристиками фазовой стабильности обладает Т-образная схема.

Моделирование характеристик Т-аттенюатора проведем, используя схему замещения диода в виде параллельного соединения сопротивления диода и емкости перехода (рис. 2). Индуктивностями выводов и кристалла пренебрегаем в виду их малости.

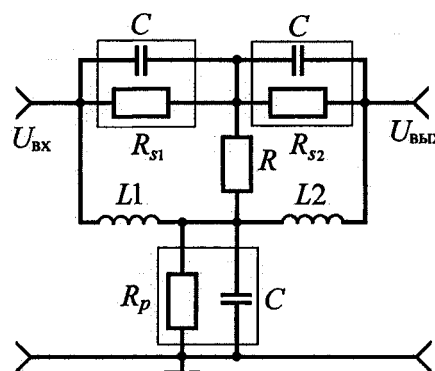


Рис. 2. Эквивалентная схема Т-образного аттенюатора

Для моделирования аттенюатора используем широко распространенный диод типа Hewlett-Packard HSMP-4810 с емкостью перехода примерно  $C = 0,2$  пФ. Значение согласующего сопротивления равно  $R = 50$  Ом. В результате оптимизации по критерию минимума фазового сдвига в [1] были найдены параметры коррекции:  $L1 = L2 = L = 0,19$  нГн и параметры управления – сопротивления диодов (приведены в таблице). Величина  $R_{s, \text{max}} = 1000$  Ом использовалась для получения вносимого ослабления до 15 дБ.

Зависимости изменения фазового сдвига  $\varphi(\omega)$  от частоты и затухания для схемы без коррекции  $L1 = L2 = L = 0$  (1) и с коррекцией (2) приведены на рис. 3. В диапазоне ослаблений 0,2–15,5 дБ и полосе частот 0,01–3 ГГц достигнуто изменение фазового сдвига не более одного градуса. Это превышает все полученные ранее результаты [3]. В других диапазонах ослабления изменение фазового сдвига существенно меньше. В аттенюаторе без *L1, L2* изменение фазового сдвига в той же полосе достигает 71°. Таким образом, фазовый сдвиг уменьшен за счет коррекции почти в 70 раз.

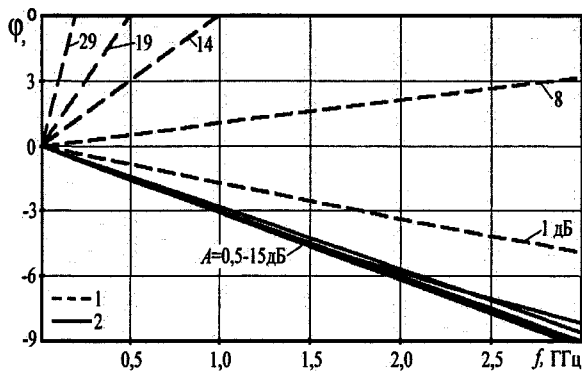
### 3. Регрессионная модель аттенюатора

Статистические методы являются мощным инструментом исследования систем, которые до сих пор не применялись для проектирования плав-

ных аттенюаторов. С целью установления физических закономерностей между параметрами цепи и отдельными характеристиками, а также упрощения поиска оптимальных параметров проведем статистическое моделирование.

**Сопротивления диодов аттенюатора и вносимое ослабление**

Затухание	Затухание в схеме с L1, L2, дБ	Затухание в схеме без L1, L2, дБ	R <sub>s</sub> , Ом	R <sub>p</sub> , Ом
A <sub>0</sub>	0,2–0,5	1–1,2	5	10 <sup>3</sup>
A <sub>1</sub>	1,9–2,0	8,5	50	10 <sup>2</sup>
A <sub>2</sub>	3,5	14,4–13,7	10 <sup>2</sup>	50
A <sub>3</sub>	5,2	19–17,3	150	30
A <sub>4</sub>	15,5	29,3–23	300	5



**Рис. 3. Фазовый сдвиг для различных уровней ослабления:**  
1 – некорректированный аттенюатор;  
2 – корректированный аттенюатор

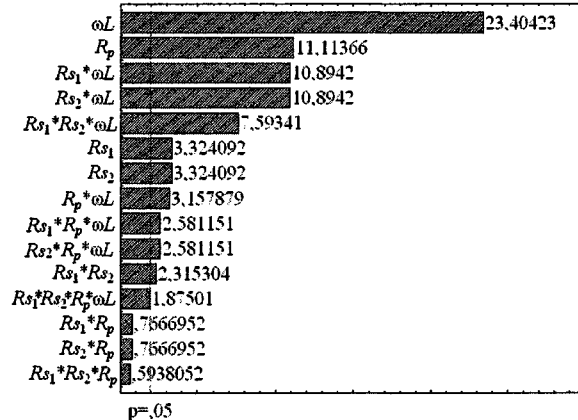
Математически регрессионная модель может быть представлена в виде:

$$A(\omega) = \alpha_0 + \sum_i \alpha X_i + \varepsilon;$$

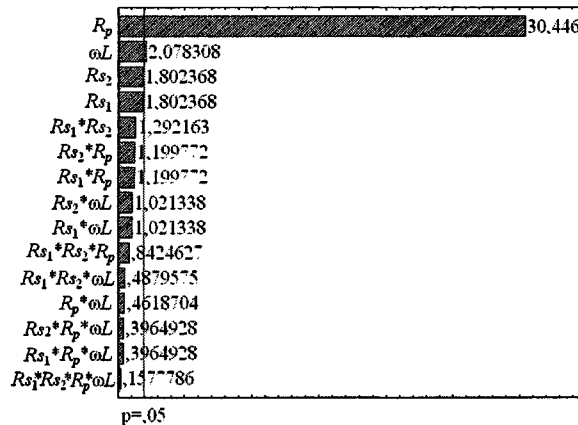
$$\Delta\varphi(\omega) = \beta_0 + \sum_i \beta X_i + \varepsilon,$$

где  $\Delta\varphi(\omega)$  – изменение фазового сдвига, то есть разность между ФЧХ при начальном ( $A_0$ ) и выбранном уровне ослабления ( $A_i$ ),  $X$  – независимые переменные или факторы,  $\varepsilon$  – случайная составляющая,  $\alpha, \beta$  – коэффициенты регрессии, подлежащие определению. Исходные данные формировались следующим образом. Для параметров коррекции  $L = \{0; 0,1; 0,19; 0,4\}$  нГн и сопротивлений управления  $R_{s,p} = \{5; 25; 50; 150; 250\}$  Ом на сетке частот от 1 МГц до 3 ГГц были вычислены вносимое ослабление и изменение фазового сдвига. С помощью модуля «общие регрессионные модели – факторная регрессия» в программе Statistica 6.0 для изменения фазового сдвига и вносимого затухания были построены факторные модели для набора параметров  $X = \{R_{s1}, R_{s2}, R_p, \omega L\}$ , а также их линейных комбинаций с емкостью диода, например,  $X = \{\omega L, \omega CR_{s1}, \omega CR_p\}$ . Расчеты показывают, что модель  $X = \{R_{s1}, R_{s2}, R_p, \omega L\}$  имеет наимень-

шую погрешность из всех возможных вариантов. В результате моделирования найдены коэффициенты факторной регрессии, которые представлены в виде диаграмм Парето на рис. 4–5.



**Рис. 4. Коэффициенты факторной регрессии для изменения фазового сдвига**



**Рис. 5. Коэффициенты факторной регрессии для вносимого затухания**

Полученная модель не учитывает влияния емкостей диодов и их линейных комбинаций с остальными элементами и частотой. Усложнение модели нецелесообразно, так как это не добавит содержательной интерпретации факторов, влияющих на характеристики аттенюаторов. Тем не менее, по результатам анализа можно сделать как выводы о влиянии параметров коррекции и управления на изменение фазового сдвига и затухание, так и подтвердить физические предположения о работе схемы.

**Выводы**

1. Все элементы и их линейные комбинации существенно влияют на изменение фазового сдвига. Основную стабилизацию фазы обеспечивают корректирующие индуктивности  $L1, L2$ , параллельно включенный диод и фактор управления индуктивностями с помощью последовательно включенных диодов. Это следует из того, что коэффициенты факторной регрессии для переменных  $\omega L$  (23,40423);  $R_p$  (11,11366);  $R_{s1}\omega L, R_{s2}\omega L$  (10,8942) наибольшие.

2. Ослабление в тракт вносит, в основном, параллельно включенный диод (см. рис. 5, коэффициент для  $R_p$ ). Влияние остальных параметров незначимо по уровню 0,05 и его можно не учитывать при формировании закона управления диодом.

3. Параллельно включенный диод сильнее всего влияет как на изменение фазы, так и на рабочее затухание, следовательно, формирование оптимального закона управления параллельным диодом принципиально необходимо для повышения точностных характеристик устройства.

4. В схеме имеется два канала передачи сигнала – через последовательно включенные диоды и корректирующие индуктивности. Влияние второго канала на затухание более существенно, чем первого.

5. Оптимизацию параметров коррекции и управления можно проводить отдельно, так как их взаимное влияние на затухание и фазочастотную характеристику вдвое меньше, чем каждого в отдельности. Данный результат делает возможной упрощение процедуры оптимизации характеристик устройств с переменными состояниями – аттенюаторов и регулируемых усилителей.

Таким образом, использование статистических методов, в частности, факторно-регрессионного анализа оправдано как для оценки физических процессов в устройстве, так и для выбора алгоритма оптимизации характеристик. Показано отсутствие необходимости во вложенной зависимой оптимизации параметров корректирующих цепей и элементов с управляемым сопротивлением.

#### *Литература*

1. Стукач, О. В. *Сигнальная и параметрическая инвариантность радиотехнических устройств: монография* / О. В. Стукач. – Томск: Изд-во ТУСУР, 2007. – 230 с.

2. Козлов, В. И. *Проектирование СВЧ устройств с помощью ЭВМ* / В. И. Козлов, Г. А. Юфит. – М.: Советское радио, 1975. – 157 с.

3. Стукач, О. В. *Условие минимальной зависимости фазового сдвига от амплитудно-частотной характеристики в устройствах с переменными состояниями* / О. В. Стукач // *Известия ТПУ*. – 2005. – Т. 308, № 4. – С. 157–160.

*Поступила в редакцию 8 ноября 2007 г.*

## СИСТЕМА ВЫСОКОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

*Г.И. Волович, А.Л. Новоселов*

## SYSTEM OF HIGH-PRECISION MEASUREMENT OF ELECTRIC ENERGY PARAMETERS

*G.I. Volovich, A.L. Novoselov*

В статье приводится описание системы высокоточных измерений параметров электрической энергии. Представлена структурная схема устройства и описан алгоритм его работы. Проведен выбор основных элементов устройства: аналого-цифрового преобразователя, микроконтроллера и преобразователя интерфейсов. Также в статье представлен алгоритм работы персонального компьютера и описана производимая в нем цифровая фильтрация данных.

*Ключевые слова: измерение параметров электрической энергии, цифровой фильтр, микроконтроллер.*

The article describes the system of high-precision measurement of electric energy parameters. The block scheme of the device and algorithm of its work are presented. The selection of the primary device elements is held: analog-to-digital converter, microcontroller and interface converter. Also the article gives the algorithm of a PC operation and description of digital filtering conducted by PC.

*Keywords: high-precision measurement, digital filter, microcontroller.*

Система измерений параметров электрической энергии необходима для любого промышленного предприятия. Она позволяет с высокой точностью определять параметры электроэнергии и как следствие уменьшать затраты на ее использование, что является чрезвычайно важной задачей для крупных предприятий. Поэтому необходимо разработать недорогой измерительный прибор, обладающий высокой точностью, надежностью и простотой в использовании. Предлагается система измерений, состоящая из входных цепей, аналого-цифрового преобразователя, микроконтроллера, преобразователя интерфейсов и персонального компьютера.

Использование современного быстродействующего персонального компьютера позволяет перенести всю обработку информации в компьютер и максимально упростить электрическую схему устройства. Таким образом, облегчается процесс сборки, настройки и ремонта, что значительно уменьшает стоимость устройства. Также использование персонального компьютера позволяет создать удобный пользовательский интерфейс и автоматизировать работу системы измерений.

### 1. Структурная схема системы измерений

Структурная схема системы измерений параметров электрической энергии представлена на рис. 1. Входные цепи предназначены для приведения исследуемых аналоговых сигналов к требованиям, предъявляемым к входным сигналам аналого-цифрового преобразователя. Точность всей системы измерений во многом зависит от параметров аналого-цифрового преобразователя, поэтому его выбору необходимо уделить самое пристальное внимание. Микроконтроллер должен обладать достаточным быстродействием, для того чтобы успевать считывать данные из аналого-цифрового преобразователя и передавать их в персональный компьютер в реальном масштабе времени, также он должен иметь необходимые для этого интерфейсы. Для согласования интерфейсов микроконтроллера и персонального компьютера служит преобразователь интерфейсов. И, наконец, персональный компьютер осуществляет прием и цифровую обработку данных, позволяет управлять устройством и отображает результат измерений на мониторе.

---

Волович Георгий Иосифович – д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем ЮУрГУ; gvolovich@mail.ru.

Новоселов Алексей Леонидович – аспирант кафедры радиотехнических систем ЮУрГУ; rts@rts.susu.ac.ru.

---

Volovich George Iosifovich – PhD, professor of radio engineering system department of SUSU; gvolovich@mail.ru.

Novoselov Alexey Leonidovich – post-graduate student of radio engineering system department of SUSU; rts@rts.susu.ac.ru.

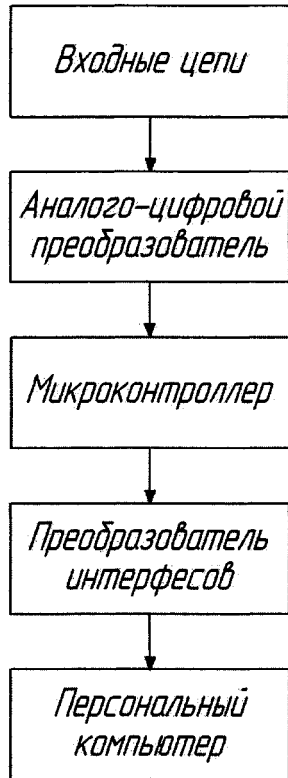


Рис. 1. Структурная схема системы измерений

## 2. Выбор аналого-цифрового преобразователя

После преобразования во входных цепях исследуемые аналоговые сигналы поступают в аналого-цифровой преобразователь. В системе измерений параметров электрической энергии необходимо одновременно измерять шесть параметров, поэтому используется шестиканальный аналого-цифровой преобразователь. При проектировании системы мы использовали преобразователи AD7657 и AD73360. Функциональная схема AD7657 показана на рис. 2.

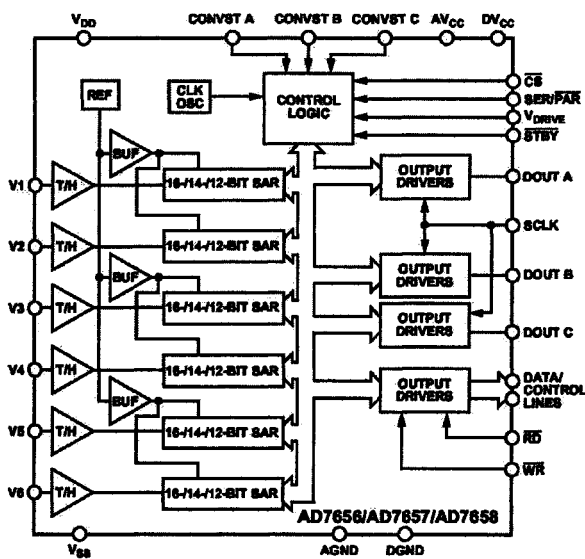


Рис. 2. Функциональная схема AD7657

Микросхема AD7657 имеет следующие характеристики [1]:

- 6 независимых аналого-цифровых преобразователей;
- разрядность 14 бит;
- биполярные аналоговые входы;
- отношение сигнал/шум 86,5 дБ при частоте входного сигнала 50 Гц;
- максимальная частота выборок 250 кГц;
- мощность 140 мВт при частоте выборок 250 кГц и напряжении 5 В;
- внутренний источник опорного напряжения;
- параллельный и последовательный интерфейсы;
- режим пониженного энергопотребления.

AD7657 содержит шесть независимых четырнадцатиразрядных аналого-цифровых преобразователей последовательного приближения, имеет хорошее отношение сигнал/шум и может работать с биполярными входными сигналами. Но частота дискретизации ограничивается скоростью передачи данных в персональный компьютер, при скорости 2 Мбит/с частота дискретизации составляет только 10 кГц, что не позволяет получить высокую точность измерений.

Функциональная схема AD73360 показана на рис. 3.

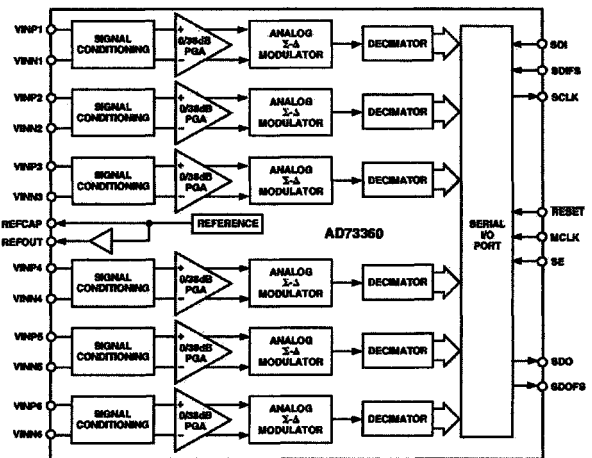


Рис. 3. Функциональная схема AD73360

Микросхема AD73360 имеет следующие характеристики [2]:

- 6 независимых аналого-цифровых преобразователей;
- разрядность 16 бит;
- однополярные аналоговые входы;
- отношение сигнал/шум 77 дБ;
- максимальная частота выборок при использовании кварца 8,192 МГц: 1 МГц;
- мощность 80 мВт при напряжении 3 В;
- внутренний источник опорного напряжения;
- последовательный порт;
- программируемый коэффициент усиления.



AD73360 содержит шесть независимых шестнадцатиразрядных сигма-дельта аналого-цифровых преобразователей с хорошим отношением сигнал/шум. Алгоритм внутренней децимации уменьшает частоту дискретизации до 4 кГц, что позволяет передавать данные в персональный компьютер со скоростью 1 Мбит/с.

При экспериментах с этими двумя аналого-цифровыми преобразователями лучшие результаты показала микросхема AD73360, это можно объяснить более высокой разрядностью и высокой частотой дискретизации с использованием алгоритма цифровой децимации.

### 3. Выбор микроконтроллера и преобразователя интерфейсов

Связь устройства с персональным компьютером осуществляется с помощью интерфейса USB. Интерфейс USB обеспечивает высокую скорость передачи данных, прост в использовании и позволяет динамически подключать и отключать устройство, поэтому является идеальным решением [3].

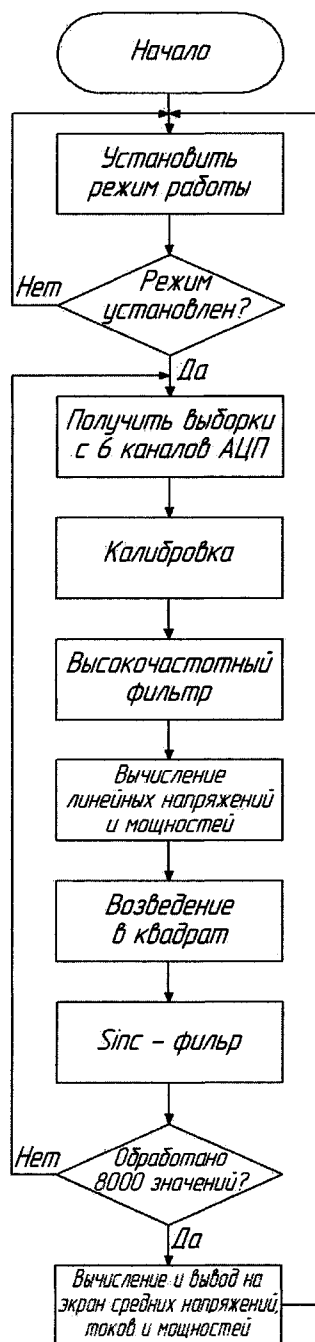
Для обеспечения связи микроконтроллера с шиной USB персонального компьютера используется преобразователь интерфейса USB в UART. Нами была выбрана микросхема FT232R, она представляет собой однокристалльный асинхронный двунаправленный преобразователь USB в последовательный интерфейс. Она включает в себя: USB-приемопередатчик, UART-контроллер и буферы, стабилизатор напряжения, умножитель частоты и другие функциональные узлы, которые делают ее готовым решением для быстрой и недорогой модернизации системы для работы с интерфейсом USB [4]. Микросхема способна передавать данные в обе стороны со скоростью до 2 Мбит/с, причем пользователю не требуется никаких знаний об устройстве и работе USB: поставляемые компанией FTDI программные драйверы создают впечатление, что обмен идет через обычный COM-порт [3].

В устройстве используется микроконтроллер ATmega16 фирмы «Atmel». Это надежный микроконтроллер с быстродействием 16 МГц, имеющий USB и SPI интерфейсы [5]. Интерфейс SPI используется для связи с аналого-цифровым преобразователем AD73360. Для передачи 4000 пакетов, состоящих из 6 шестнадцатиразрядных выборок аналого-цифрового преобразователя и одного контрольного байта, в персональный компьютер достаточно скорости передачи 1 Мбит/с. Так как микроконтроллер ATmega16 поддерживает скорость интерфейса UART до 2 Мбит/с, то имеется двойной запас по скорости.

### 4. Цифровая обработка данных в персональном компьютере

Данные из микроконтроллера поступают в персональный компьютер, где осуществляется вся цифровая обработка. С помощью программы пользователь может управлять устройством, проводить

калибровку, просматривать и сохранять результаты измерений. Алгоритм работы персонального компьютера представлен на рис. 4.



**Рис. 4. Алгоритм работы персонального компьютера**

После установления режима работы, получения выборок с 6 каналов аналого-цифрового преобразователя и калибровки данные поступают в цифровой высокочастотный фильтр. Он необходим для устранения постоянной составляющей сигнала и имеет следующую передаточную характеристику:

$$H(Z) = \frac{Z-1}{Z-0,9985} \quad (1)$$

Затем по мгновенным значениям фазных напряжений и токов вычисляются мгновенные значения линейных напряжений и активные мощности. После возведения в квадрат напряжений и токов данные сглаживаются цифровым sinc-фильтром с передаточной характеристикой:

$$H(Z) = \frac{1}{N} \cdot \frac{1 - Z^{-N}}{1 - Z^{-1}}. \quad (2)$$

Среднеквадратические значения напряжений и токов, а также средние значения активных мощностей вычисляются после накопления 8000 выборок. Обработка данных происходит за 2 с, после чего значения выводятся на экран.

#### Заключение

Описанная в статье система высокоточных измерений параметров электрической энергии построена на базе персонального компьютера и небольшого электронного блока. Это позволило максимально упростить электронную часть устройства, возложив всю цифровую обработку данных на персональный компьютер. Использование в системе шестнадцатиразрядного сигма-дельта аналого-цифрового преобразователя с частотой дискретизации 1 МГц и алгоритмов цифровой фильтрации обеспечивает высокую точность измерений.

Связь с персональным компьютером осуществляется по шине USB со скоростью 1 Мбит/с, что позволяет проводить обработку данных в реальном масштабе времени и отображать результаты измерений 1 раз в 2 с. Персональный компьютер автоматизирует работу устройства и предоставляет пользователю удобный интерфейс. Все это делает разработанную систему хорошим решением для использования на предприятиях, нуждающихся в высокоточных измерениях электрической энергии.

#### Литература

1. *1.250 kSPS, 6-Channel, Simultaneous Sampling Bipolar 16/14/12 Bit ADC AD7656/AD7657/ AD7658.* – 2006. – Режим доступа: <http://www.analog.com>, свободный.
2. *Six-Input Channel Analog Front End AD73360.* – 2000. – Режим доступа: <http://www.analog.com>, свободный.
3. Агуров, П. В. *Интерфейсы USB. Практика использования и программирования / П. В. Агуров.* – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 576 с.
4. *FT232R USB UART.* – 2005. – Режим доступа: <http://www.ftdchip.com>, свободный.
5. *ATmega16 Controller.* – 2002. – Режим доступа: <http://www.atmel.com>, свободный.

Поступила в редакцию 29 сентября 2007 г.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ЗВЕЗД, ВИЗИРУЕМЫХ СИСТЕМОЙ АСТРООРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

*Б.М. Суховилов*

## DEFINITION OF THE OPTIMAL STAR CONFIGURATIONS SIGHTED BY THE ASTROORIENTATION SYSTEM OF SPACECRAFT

*B.M. Syhovilov*

Предлагаются методы повышения точности наведения целевой аппаратуры космического аппарата, учитывающие характер решаемых с помощью целевой аппаратуры задач, на основе выбора критерия точности наведения целевой аппаратуры и определения оптимальных для этого критерия конфигураций звезд, визируемых системой астроориентации космического аппарата.

*Ключевые слова: астроориентация, астровизир, конфигурация звезд.*

The methods of increasing the pointing accuracy of the target facility of spacecrafts are offered. They take into account the type of the problems solved with the help of the target facilities. The offered methods are based on selection of the pointing accuracy of the target facility criterion and definition of optimal for these criterion star configurations sighted by the astroorientation system of spacecrafts.

*Keywords: astroorientation, astrovizir, star configuration.*

В связи с повышением требований к точности ориентации целевой аппаратуры (ЦА) космических аппаратов (КА) находят широкое применение системы астроориентации КА, обеспечивающие в настоящее время наивысшую точность. При этом дальнейшее улучшение точности ориентации ЦА КА связано не только с повышением приборной точности астродатчиков системы астроориентации КА, но и с выбором оптимальных конфигураций звезд, визируемых АД, для заданных критериев наведения целевой аппаратуры КА.

В статье предлагаются методы повышения точности наведения ЦА КА, учитывающие характер решаемых с помощью ЦА задач, на основе выбора критерия точности наведения ЦА КА и определения оптимальных для этого критерия конфигураций звезд, визируемых системой астроориентации КА.

В работе [1] рассмотрен класс статистических критериев точности наведения ЦА КА, среди которых наибольший интерес представляют: обобщенный критерий  $K_0$ , учитывающий погрешности наведения ЦА относительно всех трех осей связанной системы координат (ССК) КА, и частный критерий  $K_1$ , применимый для ЦА, имеющей осевую симметрию (антенны, телескопы и т.д.), и учитывающий только модуль возможного откло-

нения ЦА от заданного направления. Формулы, определяющие данные критерии, записываются в следующем виде:

$$K_0 = \text{Sp}(\mathbf{P}_\varepsilon); \quad (1)$$

$$K_1 = \text{M} \left[ |\Delta \mathbf{V}|^2 \right] = \mathbf{V}^T \left[ \text{Sp}(\mathbf{P}_\varepsilon) \mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{P}_\varepsilon \right] \mathbf{V}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P}_\varepsilon$  – ковариационная матрица вектора  $\varepsilon$ , определяющего отклонения ССК КА от своего истинного положения;  $\text{Sp}(\cdot)$  – след матрицы;  $\text{M}[\cdot]$  – математическое ожидание;  $|\Delta \mathbf{V}|$  – модуль вектора отклонения оси ЦА от истинного положения;  $\mathbf{V}$  – вектор направляющего косинуса оси ЦА в ССК КА;  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  – единичная матрица размером  $3 \times 3$ .

В работе [2] для случая использования равноточных АД получено значение ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_\varepsilon$  в следующем виде:

$$\mathbf{P}_\varepsilon = \frac{\sigma^2}{2} (\mathbf{N} \mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение (СКО) погрешности измерения АД направления на звезду;  $N$  – количество визируемых звезд;  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_1^c & \beta_2^c & \dots & \beta_N^c \end{bmatrix}$  – матрица, составленная из векторов направляющих косинусов визируемых звезд;

$\beta_i^c$  – направляющий косинус  $i$ -й звезды, визируемой АД, в ССК КА.

Как следует из рассмотрения формулы (3), значение ковариационной матрицы  $P_e$  и соответственно критериев  $K_0$  и  $K_1$  зависят не только от приборной точности АД, определяемой  $\sigma$ , но и от конфигурации визируемых системой астроориентации КА звезд, определяемой значением матрицы  $(N\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{B}\mathbf{B}^T)$ . Осуществляя подстановку ковариационной матрицы  $P_e$  из (3) в формулы (1) и (2), решим задачу определения оптимальной конфигурации визируемых системой астроориентации КА звезд последовательно по отношению к критериям  $K_0$  и  $K_1$ . Решение указанных задач позволит оптимальным образом расположить комплект АД на борту КА, а также назначить эффективный план астроизмерений в процессе определения ориентации целевой аппаратуры КА.

Сначала рассмотрим два важных частных случая компоновки системы астроориентации КА двумя и тремя АД, каждый из которых визирует одну звезду. Случай двух АД, визирующих по одной звезде, – это вариант минимального состава измерителей, при котором можно определить трехосную ориентацию КА. Случай трех АД соответствует варианту оценки трехосной ориентации КА на основе широко применяемых простых эвристических алгоритмов, например, таких, как TRIAD Algorithm [3].

Пусть система астроориентации аппарата оснащена двумя АД, каждый из которых визирует одну звезду. Определим значение критерия  $K_0$ . Для этого рассмотрим матрицы  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ . Ранг матриц  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  равен 2. Матрица  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  имеет размерность  $2 \times 2$  и, следовательно, два отличных от нуля собственных значения. Матрица  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  имеет размерность  $3 \times 3$ , и поскольку её ранг равен двум, то одно из собственных значений матрицы  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  равно нулю. Известно, что не нулевые собственные значения матриц  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  всегда совпадают [4].

Проведем разложение матриц  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  по собственным векторам и собственным значениям:

$$\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{U}\Sigma_1\mathbf{U}^T; \quad \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{W}\Sigma_2\mathbf{W}^T, \quad (4)$$

где  $\mathbf{U}, \mathbf{W}$  – матрицы, составленные из собственных векторов соответственно матриц  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ , где

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_2 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

представляют собой диагональные матрицы собственных значений матриц  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  и  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$ .

Не нулевые собственные значения матриц  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  равны. Проще найти собственные

значения матрицы  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ , чем матрицы  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$ . Кроме того, элементами матрицы  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  являются физически просто трактуемые величины – косинусы углов между визируемыми звездами:

$$\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & c_{12} \\ c_{12} & 1 \end{bmatrix},$$

где  $c_{12}$  – косинус угла между звездами, визируемыми первым и вторым АД.

Найдем собственные значения  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  из характеристического уравнения

$$\det(\mathbf{V}^T\mathbf{V} - \lambda\mathbf{I}_{2 \times 2}) = 0,$$

где  $\mathbf{I}_{2 \times 2}$  – единичная матрица размером  $2 \times 2$ .

$$\det \begin{bmatrix} 1-\lambda & c_{12} \\ c_{12} & 1-\lambda \end{bmatrix} = 0. \quad (5)$$

Решая (5), получаем:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 - c_{12}; \\ \lambda_2 = 1 + c_{12}. \end{cases} \quad (6)$$

При  $N = 2$  с учётом того, что  $2\mathbf{I}_{3 \times 3} = \mathbf{W}(2\mathbf{I}_{3 \times 3})\mathbf{W}^T$ , запишем значение критерия  $K_0$  в следующем виде:

$$K_0 = \frac{\sigma^2}{2} \text{Sp} \left[ (2\mathbf{I}_{3 \times 3} - \Sigma_2)^{-1} \right]. \quad (7)$$

В (7) учтено, что преобразование подобия  $\mathbf{W}(2\mathbf{I}_{3 \times 3} - \Sigma_2)^{-1}\mathbf{W}^T$  не изменяет след матрицы. Подставляя в формулу (7) значения  $\lambda_1, \lambda_2$  из (6), получим окончательное выражение для критерия  $K_0$  в случае оснащения системы астроориентации двумя АД в виде:

$$K_0 = \frac{\sigma^2}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{1 - c_{12}^2} \right). \quad (8)$$

Из (8) следует, что значение  $K_0$  минимально при  $c_{12} = 0$ , что соответствует случаю, когда АД визируют звёзды во взаимно перпендикулярных направлениях.

Определим значение критерия  $K_0$  при оснащении системы астроориентации КА тремя АД. В этом случае матрица  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  запишется в следующем виде:

$$\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & 1 & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & 1 \end{bmatrix},$$

а след матрицы  $(3\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1}$  составит:

$$\begin{aligned} \text{Sp} \left[ (3\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} \right] &= \frac{1}{3 - \lambda_1} + \frac{1}{3 - \lambda_2} + \frac{1}{3 - \lambda_3} = \\ &= (27 - 6(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)) \times \\ &\times (27 - 9(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + 3(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) - \\ &- \lambda_1\lambda_2\lambda_3)^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – собственные значения матриц  $\mathbf{V}\mathbf{V}^T$  и  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ .

Запишем характеристическое уравнение для определения собственных значений  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ :

$$\det \begin{bmatrix} 1-\lambda & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & 1-\lambda & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & 1-\lambda \end{bmatrix} = \lambda^3 - 3\lambda^2 + \\ + \lambda(3 - c_{23}^2 - c_{12}^2 - c_{13}^2) + c_{12}^2 + c_{23}^2 + c_{13}^2 - \\ - 2c_{12}c_{13}c_{23} - 1 = 0.$$

Используя известные зависимости между корнями полинома и его коэффициентами [4], имеем:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3; \\ \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 = 3 - c_{12}^2 - c_{23}^2 - c_{13}^2; \\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1 + 2c_{12}c_{23}c_{13} - c_{12}^2 - c_{23}^2 - c_{13}^2. \end{cases} \quad (10)$$

Используя соотношения (9) и (10), запишем значение критерия  $K_0$  в виде:

$$K_0 = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{9 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3}{3(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) - \lambda_1\lambda_2\lambda_3} = \\ = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{12 - c_{12}^2 - c_{13}^2 - c_{23}^2}{8 - 2(c_{12}^2 + c_{23}^2 + c_{13}^2) - 2c_{12}c_{13}c_{23}}. \quad (11)$$

Взяв частные производные по переменным  $c_{12}, c_{13}, c_{23}$  от функции (11) и приравняв их к нулю, получаем систему нелинейных уравнений, решение которой составляет условие минимума критерия  $K_0$  в виде:

$$\begin{cases} c_{12} = 0; \\ c_{13} = 0; \\ c_{23} = 0. \end{cases}$$

Таким образом, в случае оснащения системы астроориентации тремя АД, каждый из которых визирует одну звезду, для обеспечения минимума критерия  $K_0$ , звезды должны визироваться АД во взаимно перпендикулярных направлениях.

Получим общее выражение для критерия  $K_0$  при оснащении системы астроориентации КА  $N$  астродатчиками.

Для этого случая характеристический полином матрицы  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  представляет:

$$\det(\lambda \mathbf{I}_{N \times N} - \mathbf{V}^T\mathbf{V}) = \lambda^N - a_1\lambda^{N-1} + a_2\lambda^{N-2} - \\ - a_3\lambda^{N-3} + \dots + (-1)^N a_N = 0.$$

Поскольку коэффициент  $a_r$  характеристического полинома матрицы  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$  равен сумме всех главных миноров порядка  $r$  этой матрицы, значения коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$  могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} a_1 = \text{Sp}(\mathbf{V}^T\mathbf{V}) = N; \\ a_2 = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (1 - c_{ij}^2); \\ a_3 = \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (1 + 2c_{ij}c_{ik}c_{jk} - c_{ij}^2 - c_{ik}^2 - c_{jk}^2). \end{cases} \quad (12)$$

Используя известные зависимости между корнями  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  характеристического полинома и его коэффициентами, с учетом того, что  $\lambda_i = 0, i = 4 \dots N$ , имеем:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = a_1; \\ \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 = a_2; \\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = a_3. \end{cases} \quad (13)$$

Сравнивая (12) и (13), получим соотношения между  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  и косинусами углов  $c_{ij}$  между  $i$ -й и  $j$ -й звездами в виде:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = N; \\ \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (1 - c_{ij}^2); \\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = \\ = \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (1 + 2c_{ij}c_{ik}c_{jk} - c_{ij}^2 - c_{ik}^2 - c_{jk}^2). \end{cases} \quad (14)$$

Используя формулы (1), (3) и (4), запишем значение критерия  $K_0$  в случае оснащения системы астроориентации  $N$  АД в виде:

$$K_0 = \frac{\sigma^2}{2} \left( \frac{1}{N - \lambda_1} + \frac{1}{N - \lambda_2} + \frac{1}{N - \lambda_3} \right) = \\ = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{N^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3}{N(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) - \lambda_1\lambda_2\lambda_3}. \quad (15)$$

Осуществляя подстановку из (14) в (15), получаем общее выражение (16) для критерия  $K_0$  при оснащении системы астроориентации КА  $N$  астродатчиками.

Подстановкой  $N = 2, N = 3$  можно убедиться, что значение  $K_0$ , вычисленное по формуле (16), и соответственно формулам (8) и (11) идентичны.

$$K_0 = \frac{\sigma^2}{2} \left( N^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (1 - c_{ij}^2) \right) / \left( N \times \right. \\ \times \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (1 - c_{ij}^2) - \\ \left. - \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (1 + 2c_{ij}c_{ik}c_{jk} - c_{ij}^2 - c_{ik}^2 - c_{jk}^2) \right). \quad (16)$$

Для исследования оптимальных свойств критерия  $K_0$  была разработана программа в среде MATLAB. В качестве алгоритма оптимизации использовался метод деформируемого многогранника Нелдера-Мида. В качестве переменных опти-

мизации были приняты угловые сферические координаты звезд, расположенных на сфере единичного радиуса. Для исключения неопределенности решения система звезд фиксировалась на сфере посредством приравнивания нулю двух угловых сферических координат 1-й звезды и одной угловой сферической координаты 2-й. В результате численной оптимизации при последовательно увеличиваемом количестве звезд было установлено, что минимальное значение критерия  $K_0$ , равное

$$K_0 = \frac{9\sigma^2}{4N}, \text{ достигается при условии } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3.$$

Аналогичный результат получен в работе [2].

Отметим, что разработанная программа позволяет рассчитать оптимальные конфигурации произвольного количества визируемых звезд или бортовую конфигурацию произвольного количества АД, каждый из которых визирует одну звезду. В таблице приведен пример рассчитанных оптимальных конфигураций визируемых звезд в количестве от 2 до 10. Конфигурация определяется сферическими координатами широты  $\varphi$  и долготы  $\theta$  направления визирувания АД звезды в ССК КА.

Данные в таблице могут использоваться для оптимального размещения на борту КА нескольких АД, участвующих в определении ориентации КА по критерию  $K_0$ , учитывающему погрешности наведения ЦА относительно всех трех осей ССК КА.

Перейдем к рассмотрению критерия  $K_1$  и решим задачу определения оптимальной по отношению к критерию  $K_1$  конфигурации звезд, визируемых системой астроориентации КА. Критерий  $K_1$  равен дисперсии модуля вектора отклонения оси ЦА от истинного направления. Он полезен, как отмечалось ранее, для анализа задач, выполняемых широко распространенным классом целевой аппаратуры КА, имеющей осевую симметрию.

Запишем значение критерия  $K_1$  в терминах собственных значений  $d_1, d_2, d_3$  ( $d_1 \geq d_2 \geq d_3 \geq 0$ ) матрицы ковариации  $P_\varepsilon$  в следующем виде:

$$K_1 = \mathbf{V}^T \left\{ \Psi \begin{bmatrix} d_2 + d_3 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 + d_3 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 + d_2 \end{bmatrix} \Psi^T \right\} \mathbf{V}, \quad (17)$$

где  $\Psi$  – матрица, составленная из собственных векторов матрицы  $P_\varepsilon$ .

Поскольку критерий (17) представляет собой квадратичную форму, минимальное значение  $K_1$ :

$$\min \{K_1\} = d_2 + d_3 \quad (18)$$

и достигается, когда вектор направляющего косинуса  $\mathbf{V}$  оси ЦА совпадает с направлением собственного вектора  $\psi_1$ , соответствующего наибольшему собственному значению  $d_1$  матрицы ковариации  $P_\varepsilon$ . С другой стороны, минимальное зна-

чение критерия  $K_1$  с учетом того, что  $P_\varepsilon = \frac{\sigma^2}{2} \mathbf{f}^{-1}$ ,

где  $\mathbf{f} = (M_{I_{3 \times 3}} - \mathbf{B}\mathbf{B}^T)$ , составляет:

$$\begin{aligned} \min \{K_1\} &= \text{Sp}(P_\varepsilon) - \frac{\sigma^2}{2} \psi_1^T \mathbf{f}^{-1} \psi_1 = \\ &= \text{Sp}(P_\varepsilon) - \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{1}{\xi_3}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\xi_3 = \frac{1}{d_1}$  – наименьшее собственное значение  $\mathbf{f}$ .

Следовательно, критерий  $K_1$  минимален, когда  $\psi_1 = \mathbf{V}$  и при этом  $\psi_1$  также является собственным вектором, соответствующим наименьшему собственному значению матрицы  $\mathbf{f}$ .

Поскольку аналогией матрице  $\mathbf{f}$  в механике является матрица инерции системы материальных точек, расположенных на сфере единичного радиуса, и имеющих направляющие косинусы звезд, составляющие столбцы матрицы  $\mathbf{B}$ , то вектор  $\psi_1$  совпадает с главной осью инерции, относительно которой момент инерции указанной системы материальных точек минимален.

Аналогия с механической системой материальных точек позволяет достаточно просто конструировать оптимальные по отношению к критерию  $K_1$  конфигурации визируемых АД звезд. Введем ограничение на максимальное значение косинуса угла между визирными осями  $i$ -го и  $j$ -го АД в виде  $\max \{c_{ij}\} \leq c$ .

При этом в случае оснащения системы астроориентации, например, двумя АД, каждый из которых визирует одну звезду, оптимальной конфигурацией являются две звезды, косинус угла между которыми равен максимально возможному значению –  $c$ , а ось ЦА представляет ось симметрии для векторов направляющих косинусов этих звезд.

Определим  $\min \{K_1\}$  при  $N = 2$ . Как следует из (6), минимальное собственное значение матрицы  $\mathbf{f}$  равно  $\xi_3 = 1 - |c|$ . Поэтому минимальное значение критерия  $K_1$  с учетом (8), (19) в случае оснащения системы астроориентации двумя АД, каждый из которых визирует одну звезду, составит:

$$\min \{K_1\} = \frac{\sigma^2}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{1-c^2} - \frac{1}{1-|c|} \right) = \frac{\sigma^2}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1+|c|} \right).$$

Пусть система астроориентации оснащена  $N$  АД, каждый из которых визирует одну звезду. Снимем ограничение на максимальное значение косинуса угла между визирными осями АД и определим, в этом случае, минимальное значение критерия  $K_1$ .

Обозначим  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  ( $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \mu_3 \geq 0$ ) – собственные значения матрицы  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$ .

Конфигурации звезд, оптимальные для критерия  $K_0$

Количество АД	Угол, °	АД 1	АД 2	АД 3	АД 4	АД 5	АД 6	АД 7	АД 8	АД 9	АД 10
		2	φ	0	0	–	–	–	–	–	–
	θ	0	90	–	–	–	–	–	–	–	–
3	φ	0	0	90	–	–	–	–	–	–	–
	θ	0	90	90	–	–	–	–	–	–	–
4	φ	0	0	120	60	–	–	–	–	–	–
	θ	0	109,47	109,47	250,53	–	–	–	–	–	–
5	φ	0	0	125,02	28,558	74,875	–	–	–	–	–
	θ	0	66,549	90,484	131,53	254,8	–	–	–	–	–
6	φ	0	0	95,822	44,059	88,033	0	–	–	–	–
	θ	0	90,299	77,271	159,42	269,14	74,134	–	–	–	–
7	φ	0	0	120,83	39,022	90,837	-0,002	69,135	–	–	–
	θ	0	94,767	75,248	141,47	290,72	61,399	57,085	–	–	–
8	φ	0	0	129,15	25,322	94,901	0	52,939	77,674	–	–
	θ	0	54,722	91,954	106,81	280,78	117,26	10,54	78,911	–	–
9	φ	0	0	121,49	122,2	77,072	0	10,429	56,201	53,911	–
	θ	0	98,15	105,21	112,76	282,17	108,32	-26,298	55,796	45,085	–
10	φ	0	0	133,62	157,45	43,587	-0,018	-53,68	60,277	71,009	95,382
	θ	0	135,69	116,13	117,58	294,92	115,1	54,842	65,609	73,114	46,774

Поскольку  $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = N$  и  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  – положительные числа, собственные значения матрицы  $f$  –  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  ( $\xi_1 \geq \xi_2 \geq \xi_3 \geq 0$ ), равные  $\xi_1 = N - \mu_3$ ,  $\xi_2 = N - \mu_2$ ,  $\xi_3 = N - \mu_1$ , изменяются в диапазоне от 0 до  $N$  в зависимости от конфигурации визируемых системой астроориентации КА звезд. При этом  $\xi_3$  будет минимально, когда  $\mu_1 \rightarrow N$ , а  $\mu_2 \rightarrow 0$ ,  $\mu_3 \rightarrow 0$ . Это имеет место, когда визирные оси всех АД близки к совмещению с осью ЦА. Собственные значения матрицы  $f$  в этом случае составляют:

$$\begin{cases} \xi_1 = N + \Delta N_1; \\ \xi_2 = N + \Delta N_2; \\ \xi_3 = \Delta N_3, \end{cases} \quad (20)$$

где  $\Delta N_i, i = 1, 2, 3$  – бесконечно малые числа.

Поскольку между собственными значениями матриц  $P_e$  и  $f$  существуют следующие соотношения:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{1}{\xi_3}; \\ d_2 = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{1}{\xi_2}; \\ d_3 = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{1}{\xi_1}, \end{cases}$$

то минимальное значение  $K_1$  с учетом (18), (20) при  $\Delta N_i \rightarrow 0$ :

$$\min\{K_1\} = \lim_{\substack{\Delta N_1 \rightarrow 0 \\ \Delta N_2 \rightarrow 0}} \frac{\sigma^2}{2} \left( \frac{1}{N + \Delta N_1} + \frac{1}{N + \Delta N_2} \right) = \frac{\sigma^2}{N}.$$

Таким образом, при оснащении системы астроориентации КА  $N$  астродатчиками, минимум дисперсии модуля вектора отклонения оси ЦА от истинного направления достигается, когда все АД визируют звезду в направлении, противоположном или совпадающим с направлением оси ЦА КА.

#### Литература

1. Коффи, Т. С. Критерий ошибки ориентации полезной осесимметричной нагрузки КА / Т. С. Коффи // *Астронавтика и ракетодинамика*. – 1984. – № 20. – С. 25–32.
2. Катаргин, М. Ю. Алгоритм среднеквадратичной оценки ориентации космических аппаратов / М. Ю. Катаргин // *Космические исследования*. – 1986. – Т. 24, вып. 6. – С. 826–830.
3. Shuster, M. D. Tree-Axis Attitude Determination from Vector Observations / M. D. Shuster, S. D. Oh // *Journal of Guidance and Control*. – 1981. – Vol. 4, № 1. – P. 70–77.
4. Воеводин, В. В. Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры. – 1984. – 320 с.
5. Смирнов, В. И. Курс высшей математики: т. 1 / В. И. Смирнов. – М.: Наука. – 1974. – 497 с.

Поступила в редакцию 27 сентября 2007 г.

# ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА КВАЗИСТАЦИОНАРНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*Н.В. Плотникова*

## PROBLEM STATEMENT OF SYNTHESIS OF QUASIPERMANENT STOCHASTIC SYSTEM

*N.V. Plotnikova*

Задача синтеза корректирующих устройств квазистационарной стохастической системы формулируется как задача математического программирования и при определенном выборе коррекции сводится к задаче выпуклого программирования. Критерий оптимальности формулируется в частотной области.

*Ключевые слова:* корректирующее устройство, стохастическая система, стохастический синтез, математическое программирование.

The problem of synthesis of correcting devices of quasipermanent stochastic system is formulated as a problem of mathematical programming and with certain choice of correction is brought to a convex programming problem. The criterion of optimality is formulated in frequency domain.

*Keywords:* correcting device, stochastic system, stochastic synthesis, mathematical programming.

В процессе работы любой системы изменяются значения ее параметров, что приводит к разбросу показателей качества работы системы. Для того, чтобы скомпенсировать влияние случайных факторов без каких-либо дополнительных затрат, нужно решить задачу синтеза корректирующих устройств.

Решение этой задачи осложняется тем, что численные значения некоторых физических параметров изменяются.

Задача синтеза корректирующих устройств квазистационарной стохастической системы может быть сформулирована как задача математического программирования и при определенном выборе коррекции сведена к задаче выпуклого программирования.

### 1. Описание системы управления

Любая система, имеющая сосредоточенные параметры и, следовательно, представляемая конечным числом дифференциальных и алгебраических уравнений, может быть описана в форме переменных состояния.

Структурная схема системы управления в общем случае приведена на рис. 1. Введены следующие обозначения:  $X = [x_1 x_2 \dots x_n]^T$  – вектор состояний системы;  $Y = [y_1 y_2 \dots y_k]^T$  – вектор выходных сигналов;  $U = [u_1 u_2 \dots u_m]^T$  – вектор входных (управляющих) сигналов;  $G = [g_1 g_2 \dots g_l]^T$  – вектор возмущений.

В общем случае в матричном виде уравнения состояния системы в пространстве состояний имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, g, t); \\ y &= h(x, u, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $f$  и  $h$  – вектора нелинейных зависимостей:

$$\begin{aligned} f &= [f_1 f_2 \dots f_n]^T, f_i = f_i(x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_m, g_1 \dots g_l, t); \\ h &= [h_1 h_2 \dots h_m]^T, h_k = h_k(x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_m, t). \end{aligned}$$

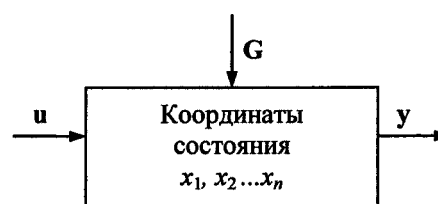


Рис. 1. Схема системы управления

В тех случаях, когда векторные нелинейные зависимости  $f_i$  и  $g_k$  могут быть линеаризованы (например, путем разложения в ряд Тейлора), они становятся линейными комбинациями переменных состояния  $x$ , входных переменных  $u_j$  и возмущений  $g_l$ . В этом случае уравнения состояния в векторно-матричной записи принимают вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + H(t)g(t); \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A(t)$  – собственная параметрическая матрица системы,  $[n \times n]$ ,  $B(t)$  – входная матрица системы,



**Постановка задачи синтеза квазистационарной стохастической системы**

$[n \times m]$ ,  $H(t)$  – матрица возмущений,  $[n \times l]$ ,  $C(t)$  – выходная матрица системы,  $[k \times n]$ ,  $D(t)$  – выходная матрица,  $[k \times m]$ .

Любая система, описываемая уравнениями состояния (2) может быть представлена в виде структурной схемы (рис. 2).

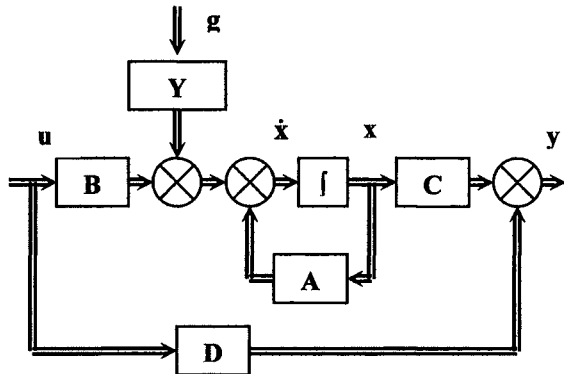


Рис. 2. Структурная схема системы

Если элементы матриц  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  не зависят от времени, то система стационарна, и уравнения в переменных состояния приобретают вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Hg; \\ y &= Cx + Du. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим класс линейных стационарных систем управления, движение которых может быть описано системой линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Для простоты положим в системе (3) матрицы  $H$  и  $D$  нулевыми.

Движение системы в свободном состоянии описывается линейной системой однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами или в векторно-матричной форме:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax. \\ \text{Характеристическое уравнение системы:} \\ D(\lambda) &= |\lambda E - A| = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение уравнения (4) дает значения корней  $\lambda_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , которые позволяют судить о поведении системы в свободном состоянии.

Вывод характеристического уравнения системы в свободном состоянии осуществляется независимо от числа входов и выходов системы, поэтому методика описания системы с помощью пространства состояний является универсальной формой описания поведения систем всех видов: как линейных, так и нелинейных, как односвязных, так и многосвязных.

Если уравнение состояния линейной системы представить в виде

$$M\dot{x} = Ax + Bu,$$

где  $M = [m_{ij} \delta_{ij}] = \text{diag}(m_{11}, m_{22} \dots m_{nn})$  – диагональная матрица инерционных коэффициентов системы;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $A = [a_{ij}]$  – квадратная матрица размера  $n \times n$ ;  $B = [b_{ij}]$  – квадратная матрица размера  $n \times k$ ;  $x = [x_1 \dots x_n]$  – вектор состояний системы;  $u = [u_1 \dots u_n]$  – вектор входных сигналов, тогда полная система уравнений пространства со-

стояний стохастической квазистационарной системы управления запишется в виде:

$$\begin{cases} M^* \dot{x} = A^* x + B^* u; \\ y = Cx, \end{cases} \quad (5)$$

где  $M^*$ ,  $A^*$ ,  $B^*$  – математические ожидания матриц  $M$ ,  $A$ ,  $B$ , содержащие статистически осредненные значения коэффициентов, т.е.

$$\begin{aligned} A^* &= \left[ \int f(a_{ij}) a_{ij} da_{ij} \right] = [a_{ij}^*], \quad i, j = \overline{1, n}; \\ B^* &= \left[ \int f(b_{ij}) b_{ij} db_{ij} \right] = [b_{ij}^*], \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k}; \\ M^* &= \left[ \int f(m_{ii}) m_{ii} dm_{ii} \right] = \text{diag}(m_{11}^*, m_{22}^* \dots m_{nn}^*), \end{aligned}$$

$C$  – выходная матрица.

**2. Система ограничений**

Характеристическое уравнение системы (4) в развернутом виде:

$$D(\lambda) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n,$$

причем коэффициенты этого уравнения представляют собой функции от параметров объекта управления:

$$a_i = a_i(\bar{q}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Известно, что динамические свойства системы определяются, главным образом, ее полюсами, т.е. корнями характеристического уравнения. Так, необходимым и достаточным условием асимптотической устойчивости линейной системы является нахождение ее полюсов в левой части комплексной плоскости. Характер переходных процессов в системе зависит от взаимного расположения этих полюсов.

Для исходной линейной квазистационарной стохастической системы, описываемой первым уравнением системы (5) желаемое расположение полюсов на комплексной плоскости может быть обеспечено введением модального регулятора, т.е. линейной обратной связи по вектору состояния [1]. Уравнение такой связи можно записать следующим образом:

$$u = v - Kx.$$

В этом уравнении  $v$  – новое обозначение вектора входных (задающих) воздействий;  $K$  – матрица обратной связи. Если  $u$ ,  $v$  – скаляры, то  $K$  является матрицей-строкой, элементы которой представляют собой коэффициенты обратных связей по всем составляющим вектора  $x$ .

Очевидно, что существование матрицы обратной связи  $K$  может быть гарантировано только в том случае, если структура самого объекта не накладывает ограничений на возможность управления состоянием объекта  $x$  с помощью входного воздействия  $u$ , т.е. объект должен быть полностью управляем.

После введения модального регулятора получаем новую систему, которая описывается уравнением вида:

$$M^*x = A^*x + B^*(v - Kx) = A^*x + B^*v - BKx = (A^* - BK)x + B^*v = A_{ck}x + B^*v,$$

где

$$A_{ck} = \begin{bmatrix} a_{11} - k_1 & a_{12} - k_2 & \dots & a_{1n} - k_n \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Необходимо определить матрицу коэффициентов обратных связей  $K$ , при которой замкнутая с помощью обратной связи по состоянию система имела бы желаемое распределение полюсов, т.е. желаемый характеристический полином  $D_0(p)$ :

$$D_0(p) = \det |pI - A_{ck}|. \quad (7)$$

Раскрывая определитель (7), получим характеристическое уравнение с модальной коррекцией

$$D_0(p) = \lambda^n + \alpha_1\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1}\lambda + \alpha_n,$$

где коэффициенты этого уравнения

$$\alpha_i = \alpha_i([a_{ij}^*], [k_i]), \quad (i, j = 1, n). \quad (8)$$

Для создания желаемого характеристического полинома воспользуемся прямым корневым методом синтеза.

Желаемый характеристический полином

$$D^*(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2^*) \dots (\lambda - \lambda_n^*) = \lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + \dots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0, \quad (9)$$

где  $\lambda_i^*$  – желаемые значения корней характеристического полинома.

Приравнивая соответствующие коэффициенты уравнений (8) и (9), получим:

$$\alpha_i([a_{ij}^*], [k_i]) = b_i(\lambda_1^*, \lambda_2^* \dots \lambda_n^*). \quad (10)$$

Совокупность уравнений (10) представляет собой систему ограничений, накладываемых на параметры системы и корректирующих цепей. Эта система может быть как линейной, так и нелинейной. Она всегда нелинейна относительно значений корней желаемого характеристического полинома и может быть линейной и/или нелинейной относительно вектора  $k$  в зависимости от вида коррекции.

Пусть  $m$  – число параметров корректирующих цепей, а  $n$  – порядок системы. Возможны следующие варианты:

- если  $m < n$ , то задача может не иметь решения;
- если  $m = n$ , то параметры коррекции определяются однозначно;
- если  $m > n$ , то возможны несколько решений задачи (т.е. в этом случае система обладает гибкостью по отношению к вектору  $q$ , но в этом случае система (10) однозначно будет нелинейной).

Очевидно, что наибольший интерес представляет второй случай, когда число параметров корректирующих цепей совпадает с порядком системы. Такой вариант обеспечивает именно модальная коррекция, при этом достигается линейность системы (10) относительно параметров вектора коррекции  $k = [k_i]$ .

Рассмотрим квазистационарную стохастическую систему, которая в свободном состоянии описывается уравнениями вида

$$\dot{x} = Ax,$$

где  $x$  –  $n$ -мерный вектор состояния;  $A = [a_{ij}]$  – собственная параметрическая матрица коэффициентов системы. Введем корректирующее устройство описанным выше способом. Уравнение, описывающее систему примет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{A}x; \\ \hat{A} = A - K, \end{cases} \quad (11)$$

где  $K$  – матрица коэффициентов корректирующих цепей размером  $[n \times n]$ :

$$K = \begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 & \dots & \dots & -k_n \\ 0 & & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Характеристическое уравнение системы в этом случае будет иметь вид

$$D(\lambda) = |\lambda E - \hat{A}| = 0.$$

Раскрывая определитель, получаем

$$D(\lambda) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \dots + c_{n-1}\lambda + c_n,$$

где  $c_i = c_i(k_1, k_2, \dots, k_n)$ .

Так как все коэффициенты  $k_1 \dots k_n$  находятся в первой строке матрицы  $\hat{A}$ , зависимости  $c_i(k_i)$  будут линейными относительно этих коэффициентов.

Уравнение (10), записанное в матричной форме, примет вид

$$C = B, \quad (12)$$

где  $C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]^T$ ,  $B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T$ .

Так как элементы  $[c_i]$  линейно зависят от параметров коррекции, то можно записать

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & \dots & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \dots & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = DK + R, \quad (13)$$

где  $K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]^T$  – вектор-столбец коэффициентов корректирующего устройства;  $D = [d_{ij}]$  – матрица, элементы которой зависят от элементов матрицы  $\hat{A}$ ;  $R = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n]^T$  – вектор-столбец, элементы которого зависят от элементов матрицы  $A$  и не зависят от вектора  $K$ ;  $B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T$  – вектор-столбец, элементы которого – функции корней желаемого характеристического полинома.

Уравнение (12) с учетом этого переписывается в виде  $C = B = DK + R$ . Обозначая  $G = B - R$ , получим:

$$DK = G. \quad (14)$$

Уравнение (14) представляет собой систему ограничений, записанную в матричной форме.

Благодаря введению в качестве корректирующих цепей жестких обратных связей по каждой переменной состояния получаем:

- систему ограничений вида (14), линейную относительно вектора параметров  $K$ ;
- однозначное соответствие между корнями желаемого характеристического полинома и параметрами корректирующих цепей.

Так как ряд параметров системы в процессе работы претерпевает случайные изменения (что, в свою очередь, приводит к возникновению случайных изменений динамических свойств системы), задача синтеза имеет статистический характер.

### **3. Критерий оптимальности**

Выберем критерий оптимальности в частотной области. Для этого применим метод определения глобальной чувствительности систем к большим вариациям параметров [2], минимизация которой может быть использована в качестве целевой функции. В основу метода положено однозначное соответствие свойств функции Михайлова качественным показателям свободной составляющей переходного процесса. В качестве критерия оптимальности выберем дисперсию функции Михайлова:

$$F(q) = D\{p^\circ(j\omega)\}, \quad (15)$$

методика получения которой изложена в [2].

Так как коэффициенты корректирующих цепей входят в характеристический полином линейно (из-за использования метода модального управления), выражение для дисперсии функции Михайлова будет представлять собой квадратичную форму относительно этих коэффициентов.

В результате такого выбора критерия оптимальности и метода управления задача синтеза квазистационарной стохастической системы сведена к задаче выпуклого программирования с системой ограничений вида (14) и целевой функцией вида (15).

### *Литература*

1. Кузовков, Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н. Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
2. Черноуцкий, Г. С. Следящие системы автоматических манипуляторов / Г. С. Черноуцкий, А. П. Сибрин, В. С. Жабреев; под ред. Г. С. Черноуцкого. – М.: Наука, 1987. – 272 с.

*Поступила в редакцию 1 октября 2007 г.*

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ НА РЕЗУЛЬТИРУЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДВЕСА МИНИАТЮРНОГО ШАРОВОГО ГИРОСКОПА

Г.А. Левина, С.В. Слепова

## INFLUENCE OF GEOMETRICAL ERRORS UPON RESULTANT FORCES AND TORQUES OF HYDRODYNAMIC SUSPENSION OF DIMINUTIVE SPHERICAL GYROSCOPE

G.A. Levina, S.V. Slepova

Рассматривается гидродинамический подвес быстро вращающегося шарового ротора–гироскопа на тонком слое маловязкой жидкости, заполняющей зазор между ротором и каркасом статора. Учитываются геометрические погрешности в виде усечения и сдвига центров сегментов, составляющих каркас статора. На основе численных решений анализируется влияние погрешностей на результирующие гидродинамические силы и моменты, действующие на миниатюрный ротор гироскопа.

*Ключевые слова:* шаровой гироскоп, гидродинамический подвес, геометрические погрешности, гидродинамическая сила, гидродинамический момент.

A hydrodynamic suspension of fast-rotating spherical rotor-gyroscope on a thin coat of ungelled fluid filling the gap between rotor and frame of stator is considered. The geometrical errors in the form of truncation and centre shift of the segments forming the frame of stator are taken into account. On the basis of numerical solutions the influence of errors upon resultant hydrodynamic forces and torques affecting the diminutive rotor of gyroscope is analyzed.

*Keywords:* spherical gyroscope, hydrodynamic suspension, geometric errors, hydrodynamic force, hydrodynamic torque.

Одной из определяющих тенденций развития систем инерциальной навигации и управления движением объектов различного назначения является их миниатюризация. Разработка перспективных навигационных систем предполагает создание гироскопических датчиков, обладающих малой массой и габаритами, низкими себестоимостью и энергопотреблением, достаточно высокой надежностью. Проблема миниатюризации тесно связана с задачей оценки точности таких устройств.

Ряд вариантов реализации таких датчиков, предложенный в НПО электромеханики (г. Миасс), содержит в своей основе *миниатюрный шаровой гироскоп в гидродинамическом подвесе* [1]. Пример применения такого гироскопического датчика представлен на рис. 1.

Ротор шаровой формы, представляющий собой постоянный двухполосный магнит, заключен в заполненную маловязкой немагнитной жидко-

стью сферическую полость каркаса статора, сообщающуюся через отверстия с камерой, в которой жидкость находится под давлением. Величина зазора между поверхностями ротора и полости в радиальном направлении мала по сравнению с радиусами каждой из поверхностей. Ротор приводится в быстрое вращение магнитным полем электрических обмоток 1, 5, расположенных на каркасе статора (рис. 1).

Прибор, включающий в себя датчик угла 4, датчик момента 3 и синхронизирующие обмотки 2, 6, может служить чувствительным элементом гиросtabilизатора. Сигналы с датчика угла 4 и синхронизирующих обмоток 2, 6 подаются на усилительно-преобразовательный блок (УПБ), с помощью которого формируются сигналы  $U_\alpha$ ,  $U_\beta$  управления двигателями стабилизации  $D_1$ ,  $D_2$ .

---

Левина Галина Абрамовна – к.т.н., доцент кафедры приборостроения ЮУрГУ; ps\_giro@instrcon.susu.ac.ru.

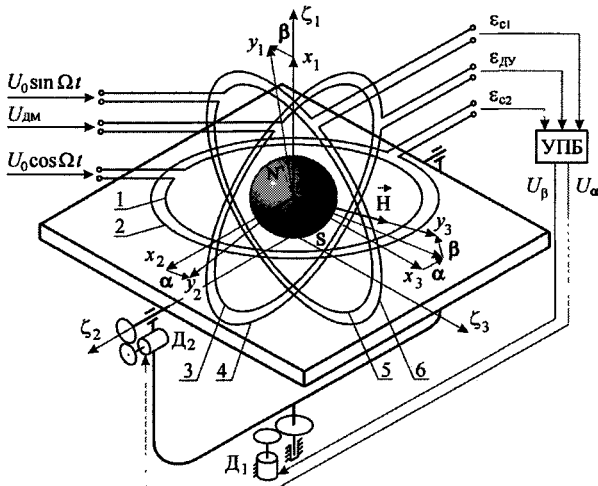
Слепова Светлана Владимировна – к.т.н., доцент кафедры приборостроения ЮУрГУ; shag@susu.ac.ru.

---

Levina Galina Abramovna – PhD, associate professor of instrument making department of SUSU; ps\_giro@instrcon.susu.ac.ru.

Slepova Svetlana Vladimirovna – candidate of technical science, associate professor of instrument making department of SUSU; shag@susu.ac.ru.

Датчик момента 3 используется для компенсации постоянных составляющих возмущающих моментов и для начальной выставки платформы. Сферический гидродинамический подвес создает возможность центрирования ротора и демпфирования колебаний его главной оси.



**Рис. 1. Функционально-кинематическая схема двухосного гиросtabilизатора**

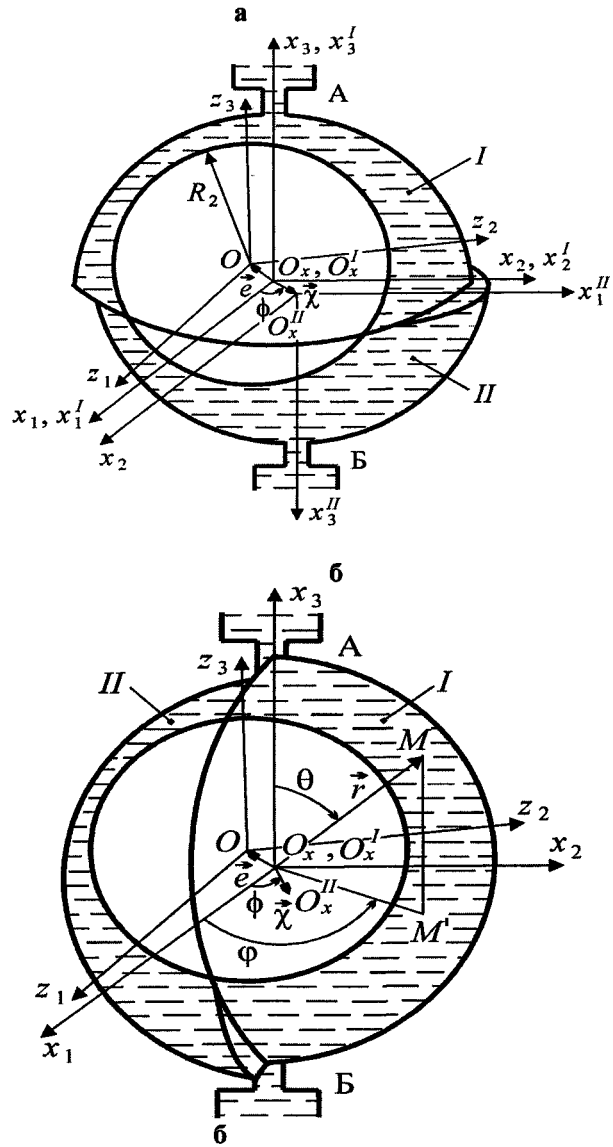
При позиционной цепи стабилизации электромагнитные моменты двигателя вызывают дрейф платформы гиросtabilизатора. Введением интегрально-позиционной цепи стабилизации влияние этих моментов на дрейф платформы в установившемся режиме ( $\alpha = 0, \beta = 0$ ) исключается. Тогда основными возмущающими моментами становятся гидродинамические моменты, обусловленные погрешностями изготовления и сборки каркаса статора. Является актуальной задача оценки этих моментов и результирующих гидродинамических сил, приложенных к ротору гироскопа.

Математическому моделированию подвеса с учетом геометрических погрешностей посвящены работы авторов [2–6]. В настоящей статье приводятся, наряду с данными о моментах, неопубликованные ранее численные результаты о результирующих реакциях подвеса.

**1. Постановка и численное решение гидродинамической задачи**

Шаровой ротор выполняет установившееся вращение с угловой скоростью  $\omega$  вокруг горизонтальной оси в неподвижной полости статора. Каркас статора составлен из двух полусферических сегментов. Предполагается, что отклонения главной оси ротора  $Oz_3$  относительно оси статора  $O_x x_3$  малы и ими можно пренебречь при определении реакций подвеса. Исследуются схемы гидродинамических подвесов с учетом геометрических погрешностей в виде *усечения и сдвига центров сегментов*: в схеме А плоскость смещения усеченных сферических сегментов, составляющих статор, перпендикулярна оси вращения ротора (рис. 2, а); в схеме В вектор сдвига центров оснований сегментов лежит в плос-

кости, проходящей через ось вращения ротора (рис. 2, б). Геометрические параметры отверстий таковы, что они не являются ограничителями расхода поступающей в зазор жидкости.



**Рис. 2. Расчетные схемы гидродинамического подвеса: а – схема А; б – схема Б**

Течение тонкого слоя ньютоновской несжимаемой жидкости в зазоре подвеса изучается в соответствии с классическими допущениями гидродинамической теории смазки: режим течения жидкости принимается ламинарным и изотермическим, жидкость рассматривается как сплошная безинерционная среда с динамическим коэффициентом вязкости, не зависящим от давления. При таких допущениях уравнение для распределения давления в слое жидкости принимает вид уравнения Рейнольдса.

Для определения реакций подвеса выполняется численное решение краевых задач для распределения давления.

В случае схемы А (рис. 2, а) уравнение распределения давления записывается для каждой из областей  $k$  ( $k = I, II$ ) в сферических координатах, отсчитанных в пространстве статора  $O_x x_1^{(k)} x_2^{(k)} x_3^{(k)}$ :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial \bar{p}^{(k)}}{\partial \theta} (H^{(k)})^3 \right] + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{\partial \bar{p}^{(k)}}{\partial \varphi} (H^{(k)})^3 \right] =$$

$$= l^{(k)} \Lambda \sin^2 \theta (\varepsilon_1^{(k)} \sin \varphi - \varepsilon_2^{(k)} \cos \varphi), \quad (1)$$

где  $\bar{p}^{(k)}$  – давление в области  $k$ ;  $l^I = 1$ ;  $l^{II} = -1$ ;  $\Lambda = 6\mu\omega R_2^2 / \delta^2 p_0$ ;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости;  $R_2$  – радиус ротора;  $\delta$  – величина радиального зазора между поверхностями статора и ротора при концентричном положении сфер;  $p_0$  – давление в камере; функция зазора в области  $k$

$$H^{(k)} = 1 - \varepsilon_1^{(k)} \sin \theta \cos \varphi - \varepsilon_2^{(k)} \sin \theta \sin \varphi - \varepsilon_3^{(k)} \cos \theta; \quad (2)$$

$\varepsilon_1^I = \varepsilon_1$ ;  $\varepsilon_2^I = \varepsilon_2$ ;  $\varepsilon_3^I = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^I$ ;  $\varepsilon_1^{II} = \varepsilon_2 - \sin \varphi$ ;  $\varepsilon_2^{II} = \varepsilon_1 - \bar{\chi} \cos \varphi$ ;  $\varepsilon_3^{II} = -\varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^{II}$ ;  $\varepsilon_i$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) – проекции вектора относительного эксцентриситета  $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon} / \delta$  на оси СК  $x_i$ ;  $\bar{\chi}_3^{(k)}$ ,  $\bar{\chi}$  – относительные параметры усечения полусферы  $k$  вдоль оси  $O_x x_3$  и сдвига центров сегментов;  $\varphi$  – угол ориентации вектора сдвига. Приняты следующие краевые условия:

$$\left( (H^I)^3 \frac{\partial \bar{p}^I}{\partial \theta} \right)_{\theta=\pi/2} = - \left( (H^{II})^3 \frac{\partial \bar{p}^{II}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\pi/2};$$

$\bar{p}^{(k)}(\theta_1, \varphi) = 1$ ,  $\theta_1 = r^* / R_1$ ,  $r^*$  – радиус отверстия.

Краевая задача решается методом малых возмущений. В качестве малых параметров принимаются величины  $\lambda_i^{(k)}$  ( $i = \overline{1, 5}$ ):  $\lambda_1^I = \lambda_2^{II} = \varepsilon_1$ ;  $\lambda_2^I = \lambda_1^{II} = \varepsilon_2$ ;  $\lambda_3^I = \lambda_4^{II} = \bar{\chi} \cos \varphi$ ;  $\lambda_4^I = \lambda_3^{II} = \bar{\chi} \sin \varphi$ ;  $\lambda_5^I = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^I$ ;  $\varepsilon_3^{II} = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^{II} \sin \varphi$ . Функция давления приближенно представлена в виде

$\bar{p}^{(k)} = P_0^{(k)} + \sum_{i=1}^5 \lambda_i^{(k)} P_i^{(k)}$ . Функции первого приближения приводятся к виду

$$P_0^{(k)} = 1;$$

$$P_i^{(k)} = \pm Z_{1,i}^{(k)}(\theta) \sin \varphi \pm Z_{2,i}^{(k)}(\theta) \cos \varphi, \quad i = \overline{1, 4};$$

$$P_5^{(k)} = 0,$$

где коэффициенты  $Z_{j,i}^{(k)}(\theta)$  ( $j = 1, 2$ ;  $i = \overline{1, 4}$ ) определяются решением восьми краевых задач, представленных обыкновенными дифференциальными уравнениями с соответствующими краевыми условиями [2]. Строятся разностные схемы интегроинтерполяционным методом на равномерной сетке. Разностные уравнения приводятся к системам линейных алгебраических уравнений трехдиагональной структуры, которые решаются методом прогонки.

В схеме В зазор терпит разрыв по координате  $\varphi$  с переменной по координате  $\theta$  «ступенькой» (рис. 2, б). Учесть нерегулярность геометрии зазора гидродинамического подвеса позволяет решение двумерной краевой задачи для распределения давления методом конечных элементов в формулировке Галеркина. Поверхность чаши подвеса разбивается на четырехугольные конечные элементы  $N$  параллелями и  $L$  меридианами по сферическим координатам  $\theta$ ,  $\varphi$  соответственно. Причем, линии координатной сетки, проходящие по меридианам  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi$  через полюсы сферы  $\theta = 0$ ,  $\theta = \pi$ , разделяют поверхность на области  $I$  и  $II$ , показанные на рис. 2, б.

Краевая задача для функции давления задана уравнениями (1) при  $l^{(k)} = 1$ ,  $k = I, II$  и краевыми условиями:  $\bar{p}^{(k)}(\theta_1, \varphi) = 1$ ,  $\bar{p}^I(\theta, 0) = \omega_{ci}(\theta, 0)$ ,

$\bar{p}^I(\theta, \pi) = \bar{p}^{II}(\theta, \pi)$ . Функция зазора  $H^{(k)}$  в уравнении (1) определяется по формуле (2), в которой  $\varepsilon_1^I = \varepsilon_1$ ;  $\varepsilon_2^I = \varepsilon_2 + \bar{\chi}_2^I$ ;  $\varepsilon_3^I = \varepsilon_3$ ;  $\varepsilon_1^{II} = \varepsilon_1 + \bar{\chi} \cos \varphi$ ;  $\varepsilon_2^{II} = \varepsilon_2 - \bar{\chi}_2^{II}$ ;  $\varepsilon_3^{II} = \varepsilon_3 + \bar{\chi} \sin \varphi$ ;  $\bar{\chi}_2^{(k)}$  – относительный параметр усечения полусферы  $k$  вдоль оси  $O_x x_2$ .

Приближенное решение краевой задачи записывается в виде линейной комбинации пробных функций, коэффициентами которых являются узловы значения искомой функции давления в области  $k$ :  $\tilde{P}^{(k)} = \mathbf{W} \mathbf{P}^{(k)}$ , где  $\mathbf{P}^{(k)}$  – столбец значений функции давления  $\tilde{p}_i^{(k)}$  в узлах  $t = (L/2 + 1)(i - 1) + j$ , которым соответствуют координаты  $\theta_i$  и  $\varphi_j$  ( $i = \overline{1, N}$ ;  $j = \overline{1, L/2 + 1}$ );  $\mathbf{W}$  – матрица-строка, компонентами которой являются билинейные пробные функции  $\tilde{\omega}_t(\theta, \varphi)$ , определяемые на каждом конечном элементе. Уравнения для узловых значений  $\tilde{p}_i^{(k)}$  получены по условию Галеркина:

$$\iint_{\Omega^{(k)}} \tilde{\omega}_d(\theta, \varphi) \mathfrak{R}^{(k)} d\varphi d\theta = 0, \quad d = \overline{1, N(L/2 + 1)}. \quad (3)$$

Здесь  $\tilde{\omega}_d(\theta, \varphi)$  – весовая функция, которая выбирается из того же семейства, что и пробные функции  $\tilde{\omega}_t(\theta, \varphi)$ ;  $\mathfrak{R}^{(k)}$  – невязка уравнения (1). Добавляя к двум системам уравнений (3) при  $k = I$  и  $k = II$  краевые условия, получаем замкнутую систему линейных алгебраических уравнений высокого порядка

$$\mathbf{A} \mathbf{P} = \mathbf{C},$$

где  $\mathbf{P}$  – столбец, составленный из искомых узловых значений функции давления,  $\mathbf{C}$  – столбец, состоящий из коэффициентов, обусловленных дискретизацией краевой задачи,  $\mathbf{A}$  – квадратная разреженная матрица почти девятидиагональной структуры с локальными отклонениями, элементы которой также обусловлены дискретизацией. Ненулевые элементы  $a_{sq}$  матрицы  $\mathbf{A}$  расположены на

диагоналям, параллельных основным диагоналям. Для решения этой системы уравнений разработан алгоритм, приведенный в [7, 8].

По узловым значениям функции давления, полученным при численном моделировании схем А и В, определяются касательные и нормальные напряжения на поверхности ротора, затем вычисляются значения проекций на оси СКх, статора результирующих гидродинамических сил, момента сопротивления и возмущающих моментов [5, 6, 9].

Численное моделирование проведено для реальных гидродинамических подвесов, параметры которых предоставлены разработчиками гироскопа:  $p_0 = 5 \cdot 10^5$  Па;  $\rho = 1,75 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu = 7,4 \cdot 10^{-4}$  Па·с при рабочей температуре  $t_0 = 50$  °С;  $R_2 = 0,6 \cdot 10^{-3}$  м;  $1,185 \cdot 10^{-3}$  м;  $1,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $2,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\delta = 5 \cdot 10^{-6}$  м;  $\omega = 3,14 \cdot 10^3 - 18,85 \cdot 10^3$  рад/с; плотность материала ротора  $\rho_p = 8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**2. К задаче левитации ротора в идеальном гидродинамическом подвесе**

Определяются равновесные положения главной оси ротора в случаях неподвижного и движущегося с постоянным переносным ускорением основания. При условии идеального сферического подвеса ( $\chi = \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0$ ) с параметрами  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м и  $\omega = 6,28 \cdot 10^3$  рад/с уравновешивание силы тяжести ротора гидродинамической силой достигается при относительном эксцентриситете  $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-5}$ . При перегрузках от переносных ускорений в 10g и 100g величина эксцентриситета  $\varepsilon$  оказывается соответственно равной  $5,95 \cdot 10^{-4}$  и  $5,95 \cdot 10^{-3}$ .

На рис. 3 показана поверхность функции распределения избыточного давления при  $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-4}$ . Поверхность имеет малую несимметричность вдоль координатной оси  $\theta$ , которая на приведенном графике незаметна. Качественный вид поверхности не зависит от значений относительного эксцентриситета, изменяются лишь максимальные и минимальные значения избыточного давления: при  $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-5}$ :

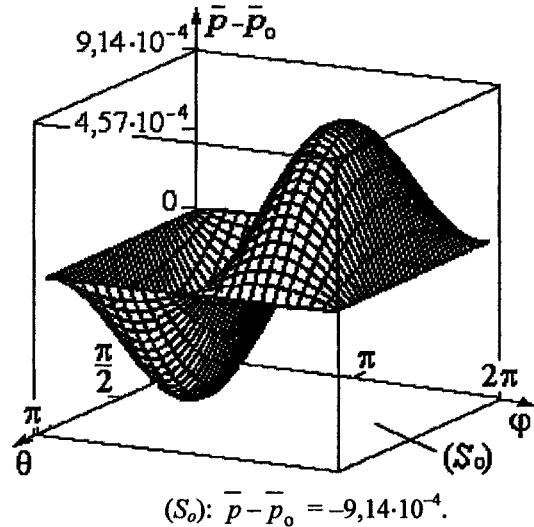
$$|\bar{p}_{\max} - \bar{p}_0| = |\bar{p}_{\min} - \bar{p}_0| = 9,14 \cdot 10^{-5};$$

при  $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-3}$  (перегрузка 100g):

$$|\bar{p}_{\max} - \bar{p}_0| = |\bar{p}_{\min} - \bar{p}_0| = 9,14 \cdot 10^{-3}.$$

Отрицательные значения избыточного давления появляются при больших относительных эксцентриситетах. Так, например,  $\varepsilon > 0,49$  для рассматриваемого миниатюрного ротора при перегрузках, превышающих 1000g.

Безразмерный коэффициент экваториальной жесткости для подвеса с указанными параметрами имеет значение 2,072. Масштабный коэффициент для перехода к размерным значениям коэффициентов экваториальной жесткости есть  $K_g = 4,412 \cdot 10^5$  Н·м.



Параметры моделирования:  $\chi = \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0$ ,  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м,  $\omega = 6,28 \cdot 10^3$  рад/с.

**Рис. 3. Поверхность функции распределения избыточного давления**

Заметим, что для модели геометрически идеального подвеса со сплошным безинерционным слоем осевая жесткость отсутствует. Разработчиками шарового гироскопа экспериментально обнаружено, что подвес сохраняет работоспособность при произвольном положении оси собственного вращения ротора, в том числе и вертикальном. Осевая жесткость реального подвеса, возможно, обусловлена высокочастотными колебаниями ротора, возбуждаемыми магнитным полем обмоток статора.

**3. Влияние погрешностей формы каркаса статора на результирующие реакции и равновесные положения центра ротора**

Положение оси ротора рассматривается в системе координат, связанной с каркасом статора. Принимается, что центры  $O_x^I$  и  $O_x^{II}$  сферических сегментов, составляющих каркас статора не совпадают:  $|O_x^I O_x^{II}| = \chi$  (рис. 2, а, б). За полюс  $O_x$  СКх, статора выбран центр  $O_x^I$  сегмента I. Центром подвеса назовем точку  $O^*$ , занимающую среднее положение между точками  $O_x^I$  и  $O_x^{II}$ :  $\overline{O_x O^*} = 0,5\bar{\chi}$  (рис. 4, а, б). Тогда положение центра  $O$  ротора в СКх, статора определяется векторным равенством

$$\bar{e} = 0,5 \bar{\chi} + \bar{e}^*,$$

где  $\bar{e}^*$  – вектор смещения центра  $O$  ротора относительно центра подвеса  $O^*$ .

Проекции относительного эксцентриситета  $\bar{e}$  в рассматриваемой задаче записываются соответственно для схем А и В:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0,5\bar{\chi} \cos \phi + \varepsilon_1^*, \quad \varepsilon_2 = 0,5\bar{\chi} \sin \phi + \varepsilon_2^*, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_3^*; \\ \varepsilon_1 &= 0,5\bar{\chi} \cos \phi + \varepsilon_1^*, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_2^*, \quad \varepsilon_3 = 0,5\bar{\chi} \sin \phi + \varepsilon_3^*. \end{aligned}$$

В случае схемы А зависимости проекции  $F_{x1}$  гидродинамической силы от проекции  $\varepsilon_2$  относительного эксцентриситета показаны на рис. 5. Графики построены при различных значениях радиуса ротора  $R_2$ , угловой скорости  $\omega$  и заданных величинах сдвига  $\chi$  центров сегментов, составляющих каркас статора. Зависимости  $F_{x2}(\varepsilon_1)$  при тех же параметрах подвеса аналогичны. Величины проекций  $F_{x1}$ ,  $F_{x2}$  результирующей гидродинамической силы возрастают при увеличении радиуса ротора и угловой скорости его вращения. Значения проекций  $F_{x1}$ ,  $F_{x2}$  не зависят от величины сдвига  $\chi$  центров сегментов и угла ориентации  $\phi$  вектора  $\vec{\chi}$ .

Диаграмма расположения векторов результирующих гидродинамических реакций подвеса  $\vec{F}$  и соответствующих векторов смещения  $\vec{e}^*$  центра  $O$  ротора относительно центра подвеса  $O^*$  изображена на рис. 6. На диаграмме векторы сил рассматриваются приложенными к центру  $O$  ротора для всех представленных положений, также показаны соответствующие векторы эксцентриситета  $\vec{e}$  относительно полюса  $O_x$  статора.

Для подвесов с параметрами  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м;  $\omega = 15,71 \cdot 10^3$  рад/с;  $\varepsilon^* = 0,001$  и  $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\omega = 9,42 \cdot 10^3$  рад/с;  $\varepsilon^* = 0,0001$  модули гидродинамических сил  $\vec{F}$  равны  $1,15 \cdot 10^{-2}$  Н и  $1,77 \cdot 10^{-3}$  Н соответственно.

С помощью такой диаграммы можно определять равновесное положение центра ротора с учетом перегрузки от переносных ускорений.

Величины относительных смещений  $\varepsilon^*$  в задаче левитации без перегрузки ( $m_p g = F$ ) для схемы А зависят от радиуса ротора  $R_2$  и угловой скорости  $\omega$ , как приведено в таблице.

Данные в таблице дают представление о величинах относительных смещений  $\varepsilon^*$ , которые оказываются весьма малыми.

При перегрузках от переносных ускорений в 10g и 100g величины  $\varepsilon^*$  возрастают в 10 и 100 раз соответственно.

В подвесе, представленном схемой В, вектор  $\vec{F}$  результирующей гидродинамической силы имеет не только экваториальную  $\vec{F}^{(экв)} = F_{x1} \vec{x}_1 + F_{x2} \vec{x}_2$ , но и осевую  $\vec{F}_{x3}$  составляющие – если величина сдвига  $\chi \neq 0$ . Зависимости

экваториальных  $F_{x1}$ ,  $F_{x2}$  и осевых  $F_{x3}$  проекций гидродинамических сил от проекций  $\varepsilon_i^*$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) относительного эксцентриситета  $\varepsilon^*$  показаны на рис. 7, 8 для подвеса с параметрами  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м,  $\omega = 15,71 \cdot 10^3$  рад/с и указанными величинами сдвига  $\chi$  центров сегментов.

Если центры сегментов, составляющих каркас статора, не совпадают ( $\chi \neq 0$ ), то значения проекций  $F_{xi}$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) главного вектора  $\vec{F}$  гидродинамических сил зависят от экваториальных  $\varepsilon_1^*$ ,  $\varepsilon_2^*$  и осевой  $\varepsilon_3^*$  составляющих вектора смещения  $\vec{e}^*$ . Величины осевых проекций вектора  $\vec{F}$  значительно меньше значений экваториальных проекций:  $F_{x3} \approx 10^{-3} F_{x1}$ ,  $F_{x3} \approx 10^{-3} F_{x2}$ . Осевая составляющая  $F_{x3}$  является практически постоянной, и осевая жесткость не обнаруживается.

На рис. 9, а, б изображены диаграммы взаимного расположения экваториальных составляющих гидродинамических сил  $\vec{F}^{(экв)}$  и экваториальных смещений  $\vec{e}^{*(э)}$  центра  $O$  ротора относительно центра подвеса  $O^*$ , а также составляющих  $\vec{e}^{*(э)}$  эксцентриситетов  $\vec{e}$ .

Векторные диаграммы (рис. 9, а, б) соответствуют гидродинамическому подвесу с параметрами  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м;  $\omega = 15,71 \cdot 10^3$  рад/с;  $\varepsilon^* = \varepsilon^{*(э)} = 10^{-4}$ ;  $\chi = 10^{-7}$  м. При ориентации  $\phi = \pi/4$  сдвига центров сегментов (рис. 9, а) направления экваториальных составляющих  $\vec{F}^{(экв)}$  главных векторов гидродинамических сил почти совпадают во всех положениях центра  $O$  ротора относительно центра  $O^*$  подвеса. Величины экваториальных составляющих

$F^{(экв)} = \sqrt{F_{x1}^2 + F_{x2}^2}$  одинаковы и равны  $\approx 0,164$  Н.

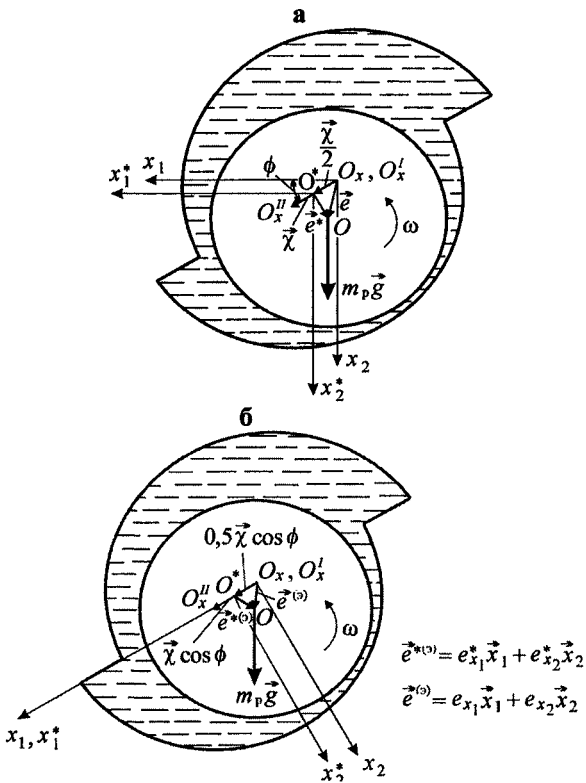
При этом значения осевых проекций  $F_{x3} \approx \approx 1,68 \cdot 10^{-4}$  Н. Отклонения величин  $F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_{xi}^2}$ ,

вычисленных при различных направлениях вектора  $\vec{e}^{*(э)}$ , от их среднего значения составляют не более 0,67%. Полученные гидродинамические силы  $F$  уравнивают силу инерции ротора от переносных ускорений величины  $\approx 298g$ .

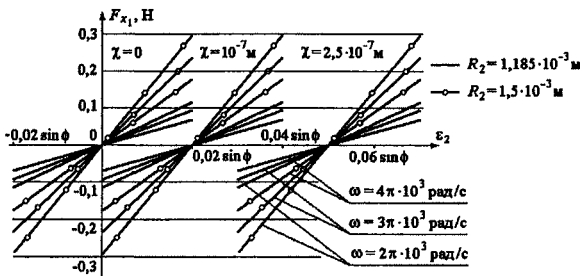
Величины относительных смещений

	$R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м	$R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м	$R_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м
$\omega = 3,14 \cdot 10^3$ рад/с	–	–	$\varepsilon^* = 1,13 \cdot 10^{-4}$
$\omega = 6,28 \cdot 10^3$ рад/с	$\varepsilon^* = 1,19 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon^* = 9,41 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 5,65 \cdot 10^{-5}$
$\omega = 9,42 \cdot 10^3$ рад/с	$\varepsilon^* = 7,94 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 6,28 \cdot 10^{-5}$	–
$\omega = 1,26 \cdot 10^4$ рад/с	$\varepsilon^* = 5,95 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 4,70 \cdot 10^{-5}$	–
$\omega = 1,57 \cdot 10^4$ рад/с	$\varepsilon^* = 4,76 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 3,41 \cdot 10^{-5}$	–

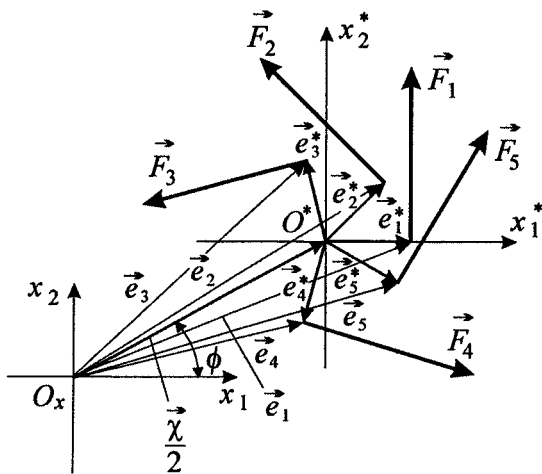




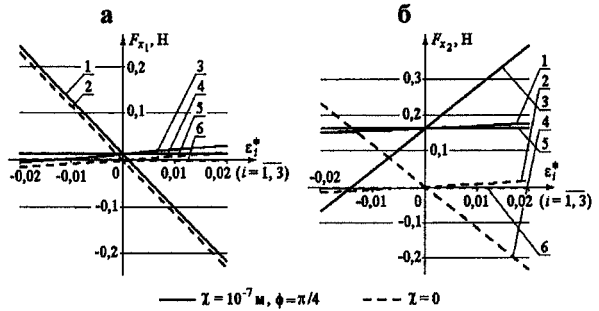
**Рис. 4. Векторы смещений в плоскости  $O_x x_1 x_2$ : а – схемы А; б – схемы Б**



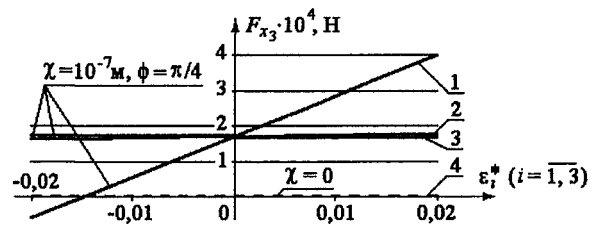
**Рис. 5. Зависимости гидродинамической реакции  $F_{x1}$  от проекции  $\epsilon_2$  относительного эксцентриситета**



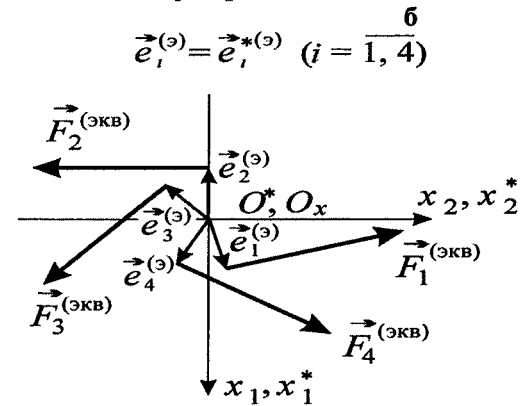
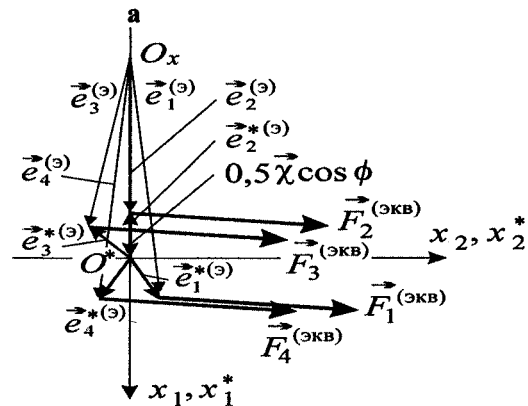
**Рис. 6. Векторная диаграмма гидродинамических сил  $\vec{F}$**



**Рис. 7. Зависимости экваториальных проекций гидродинамических сил от проекций  $\epsilon_i^*$  ( $i = \overline{1,3}$ ) относительного эксцентриситета: а –  $F_{x1}$ ; б –  $F_{x2}$**



**Рис. 8. Зависимости осевых проекций  $F_{x3}$  гидродинамических сил от проекций  $\epsilon_i^*$  ( $i = \overline{1,3}$ ) относительного эксцентриситета**



**Рис. 9. Векторные диаграммы экваториальных составляющих гидродинамических сил  $\vec{F}^{(эКВ)}$ : а –  $\chi = 10^{-7}$  м,  $\phi = \pi/4$ ; б –  $\chi = 10^{-7}$  м;  $\phi = \pi/2$**

При угле  $\phi = \pi/2$  (рис. 9, б) векторы  $\vec{F}^{(экв)}$  почти перпендикулярны векторам  $\vec{e}^{*(\varepsilon)}$  смещений центра  $O$  ротора относительно центра  $O^*$  подвеса. Модули экваториальных составляющих  $F^{(экв)}$  равны  $\approx 1,15 \cdot 10^{-3}$  Н. Для различных положений  $\vec{e}^{*(\varepsilon)}$  центра  $O$  ротора осевые проекции  $F_{x_3}$  принимают значения в диапазоне  $[-2,7 \cdot 10^{-6}; 2,7 \cdot 10^{-6}]$  Н. В рассматриваемом случае величины  $F$  гидродинамических сил отличаются между собой на  $\approx 0,26\%$ . Найденные гидродинамические силы  $F$  уравнивают переносные силы инерции ротора, соответствующие перегрузке  $\approx 2,1g$ .

Для подвесов с другими параметрами  $R_2, \omega, \chi, \varepsilon^*$  векторные диаграммы экваториальных составляющих  $\vec{F}^{(экв)}$  при углах  $\phi = \pi/4$  и  $\phi = \pi/2$  аналогичны представленным на рис. 9, а, б.

Значения проекций  $F_{x_i}$  ( $i=1, 3$ ) результирующей гидродинамической силы зависят от величины вектора  $\vec{\chi}$  сдвига центров сегментов, составляющих каркас статора, и его ориентации  $\phi$  в плоскости  $O_x x_1 x_3$ .

В условиях уравнивания силы тяжести ротора экваториальной гидродинамической силой  $m_p \vec{g} = \vec{F}^{(экв)}$  величина силы  $F^{(экв)}$  зависит не только от экваториального, но и от осевого смещения центра  $O$  ротора относительно центра  $O^*$  подвеса:  $\vec{e}^* = \{e_{x_1}^*, e_{x_2}^*, e_{x_3}^*\}$ .

#### 4. Влияние погрешностей формы каркаса статора на распределение давления слоя жидкости

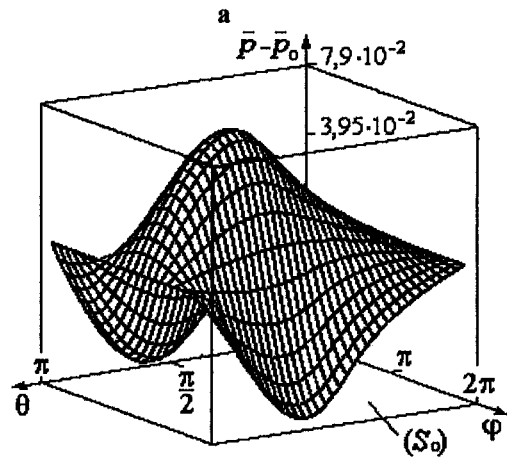
Геометрические погрешности подвеса приводят к несимметричности формы поверхности функции давления вдоль координат  $\theta, \phi$ . В качестве примера на рис. 10, а, б представлены распределения избыточного давления слоя жидкости подвесов с параметрами:  $\omega = 6,28 \cdot 10^3$  рад/с,  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м.

#### 5. Влияние погрешностей формы каркаса статора на момент сопротивления и возмущающие моменты

Момент сопротивления ротора в гидроподвесе для схемы А не зависит от сдвига  $\chi$  центров сегментов каркаса статора. В схеме В с ростом величины сдвига  $\chi$  до  $2 \cdot 10^{-6}$  м момент сопротивления увеличивается на 11,9%. Изменение параметров усечения полусфер  $\chi_i^I, \chi_i^{II}$  ( $i=2$  – для схемы В,  $i=3$  – для схемы А) от 0 до  $1,5 \cdot 10^{-6}$  м приводит к возрастанию момента сопротивления на 7,8% и 3,73% в схемах В и А соответственно (рис. 11).

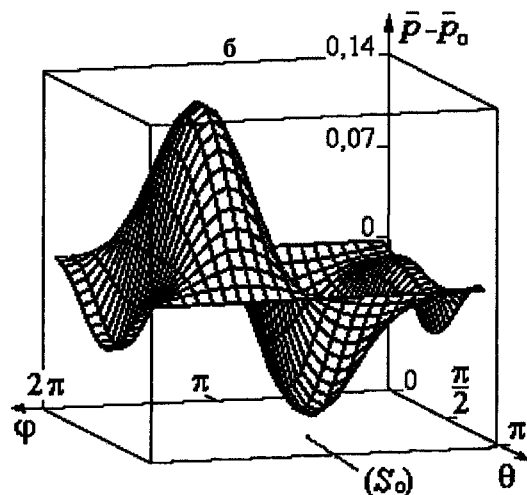
Значения возмущающих моментов возрастают при увеличении сдвига  $\chi$  центров сегментов. Зави-

симости безразмерных возмущающих моментов  $\overline{M_{Ox1}}, \overline{M_{Ox2}}$  от угла ориентации  $\phi$  вектора сдвига сегментов при относительных смещениях центра ротора относительно центра статора  $\varepsilon_i = 0,01$  ( $i=1,3$ ) показаны на рис. 12, а, б. Графики 1–5 получены при величинах сдвига  $\chi$  составляет  $0,1 \cdot 10^{-6}; 0,5 \cdot 10^{-6}; 1 \cdot 10^{-6}; 1,5 \cdot 10^{-6}; 2 \cdot 10^{-6}$  м соответственно. Масштабные коэффициенты  $K_M$  для перехода к размерным значениям моментов для подвесов с параметрами  $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$  м,  $\omega = 1,57 \cdot 10^4$  рад/с и  $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\omega = 1,57 \cdot 10^4$  рад/с равны  $1,44 \cdot 10^{-5}$  Н·м и  $3,69 \cdot 10^{-5}$  Н·м соответственно. Параметры усечения полусфер  $\chi_i^I, \chi_i^{II}$  ( $i=2$  – для схемы В,  $i=3$  – для схемы А) на величину возмущающих моментов и, следовательно, на уход платформы не влияют.



( $S_0$ ):  $\bar{p} - \bar{p}_0 = -0,079; \phi = \pi/2;$

$$\bar{\chi} = 0,1; \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0; \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}; \varepsilon_3 = 0.$$

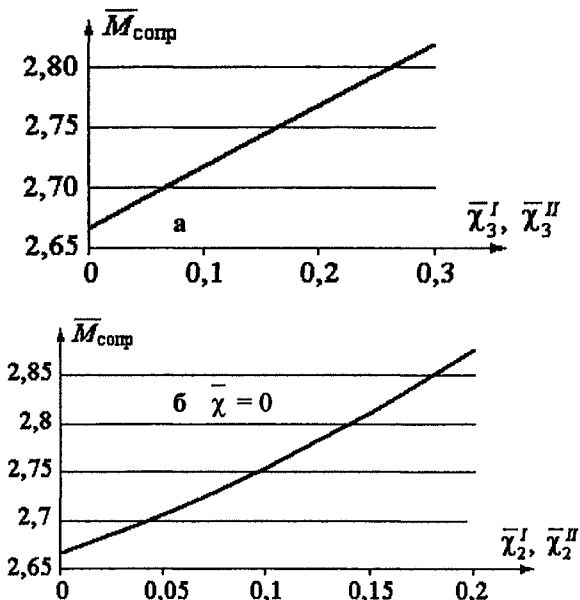


( $S_0$ ):  $\bar{p} - \bar{p}_0 = -0,1157; \phi = \pi/6;$

$$\chi_3^I = \chi_3^{II} = \bar{\chi} = 0,1; \varepsilon_i = 0,01 (i=1, 3).$$

Рис. 10. Поверхности функции распределения избыточного давления: а – для схемы А; б – для схемы В

Предложенная методика численного моделирования сферических гидродинамических подвесов с геометрическими погрешностями позволяет оценить уровень точности прибора, построенного на основе рассматриваемого миниатюрного шарового гироскопа: по величинам возмущающих моментов можно вычислить соответствующую угловую скорость дрейфа платформы гиросtabilизатора.



**Рис. 11. Зависимость безразмерного момента сопротивления  $\bar{M}_{сопр}$  от параметров усечения полусфер:**  
а – для схемы А;  
б – для схемы Б

Угловая скорость  $\omega_{\zeta_i}$  ( $i = 1, 2$ ) дрейфа платформы находится в прямой зависимости от динамического коэффициента вязкости жидкости и в обратной зависимости от величины радиального зазора, радиуса и плотности материала ротора. С увеличением сдвига  $\chi$  уход платформы  $\omega_{\zeta_i}$  ( $i = 1, 2$ ) возрастает (рис. 13). Для схемы А зависимости угловых скоростей  $\omega_{\zeta_i}$  ( $i = 1, 2$ ) дрейфа платформы от величины сдвига  $\chi$  центров сегментов аналогичны графикам, приведенным на рис. 13, а для схемы В. Численные оценки угловых скоростей дрейфа платформы от возмущающих моментов гидроподвеса позволяют определить допустимый сдвиг  $\chi$  центров сегментов. Например, для обеспечения угловых скоростей дрейфа 0,01 рад/с величина сдвига  $\chi$  не должна превышать  $0,07 \cdot 10^{-7}$  м;  $0,09 \cdot 10^{-7}$  м;  $0,15 \cdot 10^{-7}$  м для роторов, радиусы которых принимают значения  $1,185 \cdot 10^{-3}$  м;  $1,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $2,5 \cdot 10^{-3}$  м соответственно. При тех же погрешностях

скорости дрейфа можно значительно уменьшить переходом с жидкостного на газовый подвес.

**Литература**

1. А. с. 253470 СССР МКИ G 01 С 19/20. Гироскоп / А. С. Золотухин, Н. И. Дубских, В. В. Богатырев, С. А. Кротков. – № 3131041 ; заявлено 27.12.85.
2. Левина, Г. А. Влияние погрешностей геометрии статора на реакции гидродинамического подвеса шарового гироскопа / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1993. – 12 с. – Деп. в ВИНТИ 29.07.93, № 2166–В93.
3. Слепова, С. В. Определение реакций гидродинамического подвеса шарового гироскопа с учетом геометрических погрешностей статора / С. В. Слепова // Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1996. – 15 с. – Деп. в ВИНТИ 6.12.96, № 3551–В96.
4. Левина, Г. А. К проблеме создания миниатюрного шарового гироскопа в гидродинамическом подвесе: результаты математического моделирования / Г. А. Левина, С. В. Слепова, М. Ю. Чащин // В кн. «Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования»; т. 2 / Под ред. В. П. Савиных, В. В. Вишневецкого. – М.: Академия наук о Земле, 2001. – С. 119–123.
5. Левина, Г. А. Численная схема определения реакций гидродинамического подвеса на основе метода конечных элементов / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2003. – Вып. 2, № 4(20). – С. 99–106.
6. Левина, Г. А. Численное моделирование реакций гидродинамического подвеса сферического гироскопа с учетом технологических погрешностей / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Авиакосмическое приборостроение. – 2003. – № 12. – С. 2–6.
7. Слепова, С. В. Модифицированный алгоритм Томаса для численного решения одной краевой задачи гидродинамической теории смазки / С. В. Слепова. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. – 13 с. – Деп. в ВИНТИ 6.09.95, № 2530–В95.
8. Слепова, С. В. Применение метода конечных элементов к решению одной задачи гидродинамической теории смазки / С. В. Слепова // Элементы и приборы систем управления: тем. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1996. – С. 88–94.
9. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ в РосАПО № 970233. Анализ погрешностей геометрии сферического гидродинамического подвеса гироскопа (АПГ – СГПГ) / С. В. Слепова, Г. А. Левина ; опубл. 27.05.97.

Поступила в редакцию 27 сентября 2007 г.

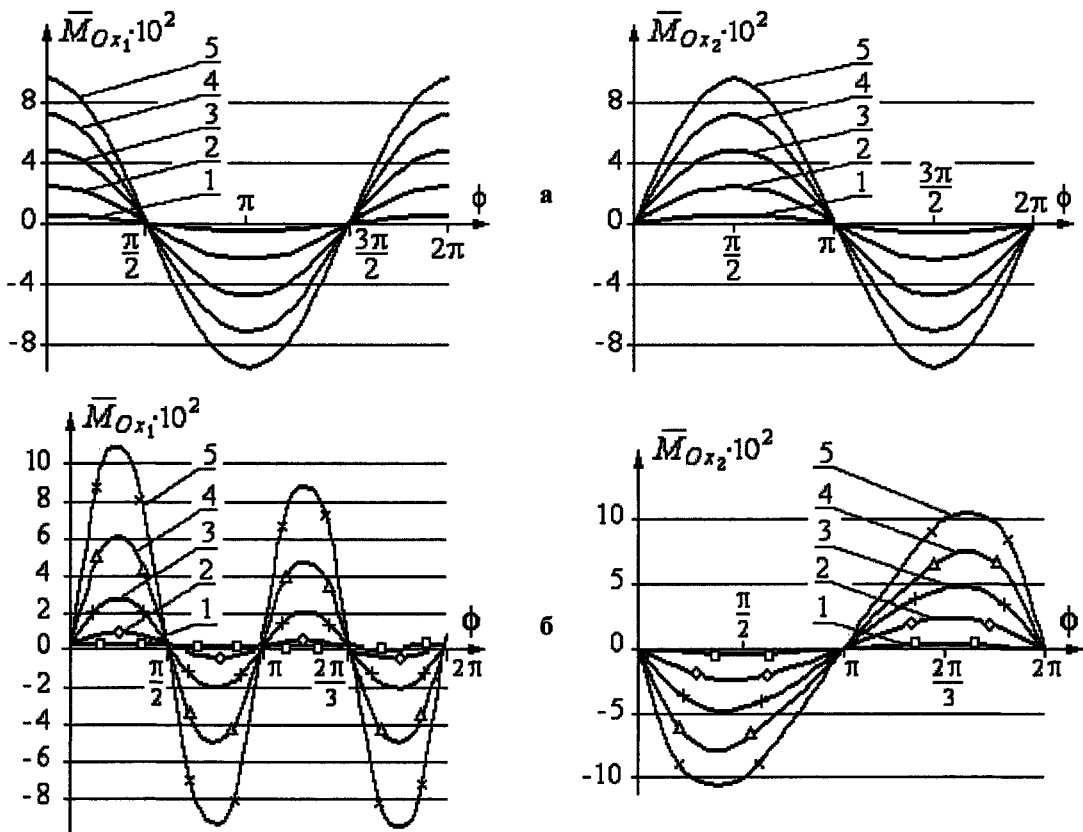


Рис. 12. Зависимости возмущающих моментов  $\bar{M}_{Ox_1}$ ,  $\bar{M}_{Ox_2}$  от угла ориентации  $\phi$  вектора сдвига:  
 а – для схемы А;  
 б – для схемы Б

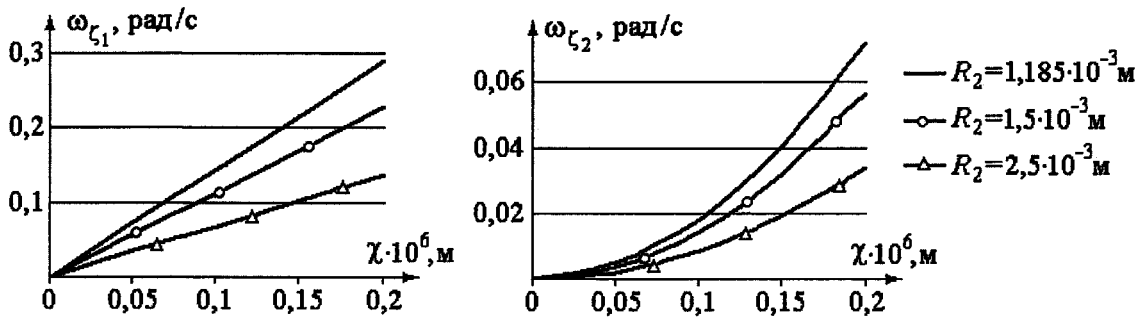


Рис. 13. Зависимости угловых скоростей дрейфа от сдвига  $\chi$  для схемы В:  
 а – для скорости дрейфа  $\omega_{\zeta_1}$  ;  
 б – для скорости дрейфа  $\omega_{\zeta_2}$

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БИНС НА СТЕНДАХ

**А.В. Козлов**

## MATHEMATICAL MODELS FOR HARDWARE-IN-THE-LOOP SINS SIMULATION

**A. V. Kozlov**

В статье рассматриваются испытательные стенды для отработки БИНС, математические модели, описывающие функционирование на стендах, а также критерии близости эталонной и экспериментальной информации, полученной при отработке на стендах.

**Ключевые слова:** математическая модель БИНС, стендовая отработка БИНС, алгоритм функционирования БИНС.

The article describes the hardware platforms for hardware-in-the-loop SINS simulation, mathematical models of SINS functioning during simulation, and criterions of likelihood of ideal and experimental information that was generated during SINS simulation.

**Keywords:** SINS mathematical model, hardware-in-the-loop SINS simulation, SINS algorithms.

Для отработки алгоритмов функционирования бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) на земле имеется возможность использовать испытательные стенды, позволяющие реализовывать заданные движения. При установке БИНС [1] на такие стенды в качестве «пассажира» во время их движения ведется съём информации с датчиков и ее обработка в вычислительном устройстве с целью получения и хранения значений переменных навигационной информации в виде функций времени на заданном интервале. После проведения таких испытаний имеется возможность извлечь сохраненную инерциальную и навигационную информацию и сравнить ее с аналогичной эталонной информацией. А поэтому в целом до испытаний необходимо иметь модели эталонной инерциальной и навигационной информации, имитационные модели инерциальной информации и соответствующую этим моделям вычисляемую навигационную информацию [2]. И далее, вводя критерии близости моделей эталонной и вычисляемой информации, необходимо проверить правильность алгоритма функционирования и предъявить требования к точности численного интегрирования дифференциальных уравнений относительно этих переменных.

Испытательный стенд для БИНС, реализующий сложное движение, представляет собой трехосный карданов подвес и установлен в начальном положении в СК  $Y^0$  так, как показано на рис. 1. На площад-

ке внутренней рамки установлен блок инерциальной информации (БИИ), с которым связана СК  $O_4 Y_1^4 Y_2^4 Y_3^4$ , оси которой  $Y_i^4$  параллельны соответственно осям  $Y_i^3$ , а ее начало  $O_4$  относительно точки  $O$  (начала СК  $Y^3$ ) определяется радиус – вектором  $\vec{R} = \vec{OO}_4$ , который не изменяется по величине.

Стенд состоит из трех взаимосвязанных тел: наружной рамки 1, промежуточной рамки 2 и внутренней рамки 3, на площадке которой установлен БИИ.

Кинематические характеристики углового и поступательного движения БИИ, выраженные в проекциях в СК  $Y^0$  для радиус вектора  $\vec{R}$ , линейной  $\vec{V}$  и угловой  $\vec{W}$  скоростей:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_i = \sum_{j=1}^3 C_{ij} r_j, \quad i = \overline{1,3}; \\ V_i = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \zeta_{mjil} C_{il} C_{km}^{k3} \dot{Q}_k r_j; \\ W_i = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \zeta_{mjil} C_{il} C_{km}^{k3} \ddot{Q}_k r_j + \\ + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 (C_{ik}^{0k} C_{lj}^{l3} - C_{ij}^{03} C_{lk}^{lk}) \dot{Q}_k \dot{Q}_l r_j, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\zeta_{mjil}$  – символ Леви–Чивита,  $Q$  – углы,  $C$  – матрицы направляющих косинусов.

Козлов Артем Викторович – аспирант кафедры автоматизации механосборочного производства ЮУрГУ; a\_kozlov@bk.ru.

Kozlov Artem Viktorovich – post graduate student of mechano-assembly automation department of SUSU; a\_kozlov@bk.ru.

Частным случаем рассмотренного стенда является стенд на основе физического маятника, в котором вращается только наружная рамка вокруг своей оси. Система дифференциальных уравнений, характеризующих функционирование БИНС, в этом случае имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{C}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \zeta_{lkj} \Omega_k C_{il}, C_{ij}(t_0) = C_{ij}^0, i, j = \overline{1,3}; \\ \dot{V}_i = G_i + \sum_{j=1}^3 C_{ij} A_j, V_i(t_0) = V_i^0, i = \overline{1,3}; \\ \dot{R}_i = V_i, R_i(t_0) = R_i^0, i = \overline{1,3}. \end{cases} \quad (2)$$

Еще одним типом стендов являются либо специализированные стенды, как например вестибулометрический стенд [3], установленный в ЮУрГУ, либо стенды, реализующие наиболее полную обработку навигационных систем [4].

Вестибулометрический стенд, адаптированный для испытаний БИНС, представляет собой механизм с тремя степенями свободы, способный воспроизводить плоско – параллельное движение БИИ в горизонтальной плоскости.

Кинематические характеристики углового и поступательного движения БИИ имеют вид:

$$\begin{cases} R_i = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 R_j^k C_{ij}^{0k}, i = \overline{1,3}; \\ V_i = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{j=1}^3 \zeta_{3jm} R_j^k C_{im}^{0k} \omega_k, i = \overline{1,3}; \\ W_i = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{j=1}^3 R_j^k \left[ \zeta_{3jm} C_{im}^{0k} \dot{\omega}_k + (E_{3j} C_{i3}^{0k} - C_{ij}^{0k}) (\omega_k)^2 \right], i = \overline{1,3}. \end{cases} \quad (3)$$

Простейшими критериями близости эталонной и экспериментальной информации могут быть допустимые относительные погрешности по ориентации, скорости и координатам:

$$D_{ij}^{C^*}, D_i^{V^*}, D_i^{R^*}, i, j = \overline{1,3} \quad (4)$$

с точностью до которых должны удовлетворяться неравенства:

$$D_{ij}^C \leq D_{ij}^{C^*}, D_i^V \leq D_i^{V^*}, D_i^R \leq D_i^{R^*}, i, j = \overline{1,3}, \quad (5)$$

где

$$D_{ij}^C = \frac{|C_{ij} - C_{ij}^*|}{|C_{ij}^*|}, D_i^V = \frac{|V_i - V_i^*|}{|V_i^*|}, D_i^R = \frac{|R_i - R_i^*|}{|R_i^*|}. \quad (6)$$

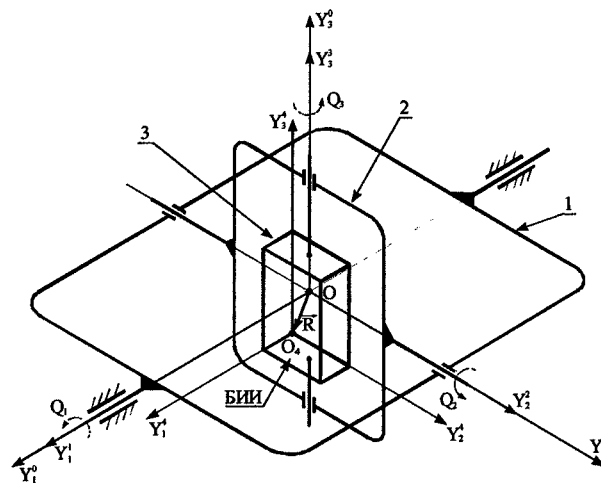


Рис. 1. Стенд на основе карданова подвеса

В формулах (6) введены обозначения  $C_{ij}^*, V_i^*, R_i^*$  – это переменные навигационной информации, вычисленные на основе заданных кинематических характеристик объекта и стенда, т.е. точных функций, а  $C_{ij}, V_i, R_i$  – те же переменные, вычисленные по алгоритму функционирования БИНС, на вход которого вместо измеряемых БИИ переменных инерциальной информации поданы имитаторы этих переменных, вычисленные на основе тех же заданных кинематических характеристик объекта и стенда [1].

**Литература**

1. Щипицын, А. Г. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: уч. пособие / А. Г. Щипицын. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1993. – 108 с.
2. Щипицын, А. Г. Инерциальные навигационные системы (анализ функционирования и точности): уч. пособие / А. Г. Щипицын. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 116 с.
3. Щипицын, А. Г. Система вестибулометрической диагностики. Математические модели и алгоритмы анализа / А. Г. Щипицын, П. Г. Щипицын. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1997. – 121 с.
4. Manfred, R. Performance Testing of the Desdemona Motion System / R. Manfred, W. Mark, F. Philippus // AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, 20 aug 2007.

Поступила в редакцию 14 января 2009 г.

## СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ФОРМЫ СИГНАЛА

Ю.Н. Кликушин, К.Т. Кошекков, Б.В. Кошеккова

## AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF SIGNAL WAVEFORM

Y.N. Klikushin, K.T. Koshekov, B.V. Koshekova

Описана интеллектуальная система автоматического регулирования формы временной реализации сигнала. Предложена библиотека инструментов виртуального генератора периодических сигналов прямоугольной, синусоидальной, треугольной и пилообразной формы. В отличие от аналогичных генераторов, входящих в стандартную библиотеку среды LabVIEW, уровень нелинейных искажений сигналов в предлагаемом приборе удалось снизить от 5 до 100 раз.

*Ключевые слова:* регулирование формы сигнала, нелинейные искажения, LabVIEW.

The intelligent system of automatic control of the signal time realization waveform is described. The library of tools of virtual periodic signal generator of square-wave, sinusoidal, trigonal and saw-shape waveform is offered. Unlike the analogous generators included in the standard LabVIEW library the offered device enables to make the level of non-linear distortions of signals up to 5-100 times less.

*Keywords:* signal waveform control, harmonic distortion, LabVIEW.

Различные виртуальные (компьютерные) приборы (ВП) находят широкое применение не только для решения учебных и научно-исследовательских задач. В настоящее время отчетливо наблюдается рост интереса к ВП как средствам промышленных систем.

Качество подобных систем во многом зависит от качества источников сигналов, используемых как эталоны при настройке, калибровке и поверке измерительных каналов. Одним из основных требований к источникам образцовых сигналов является требование малости уровня нелинейных искажений (порядка десятых долей %) в максимально широком частотном диапазоне (от долей Гц вплоть до частоты, равной половине частоты дискретизации).

В среде графического программирования LabVIEW имеются виртуальные инструменты – генераторы периодических сигналов. На их основе можно создавать ВП, пригодные для моделирования.

Однако, чтобы использовать их в качестве источников образцовых сигналов промышленных

систем, необходимо решить проблему, связанную с ростом нелинейных искажений вследствие изменений фазировки отсчетов при вариации частоты сигнала. Визуально данный эффект проявляется на некоторых частотах в виде срезания вершущек сигнала. По форме – это аналогично ограничению амплитуды сигнала выходными каскадами усилителя, входящими в насыщение на высоких частотах при большом уровне выходной мощности.

### 1. *IdP*-tester *NF*-типа для измерения распределение мгновенных значений сигнала

Для уменьшения уровня нелинейных искажений генераторов периодических сигналов предлагается использовать систему автоматического регулирования формы сигнала. Данное предложение отличается от известных решений [1], основанных на спектральных оценках уровня нелинейных искажений с помощью коэффициента гармоник тем, что, во-первых, форма сигнала измеряется непосредственно с помощью специальных средств идентификационных измерений – идентификационных тестеров (*IdP*-tester), подробно описанных,

---

Кликушин Юрий Николаевич – д.т.н., профессор кафедры информационно-измерительной техники Омского государственного технического университета; iit@omgtu.ru.

Кошекков Кайрат Темирбаевич – к.т.н., доцент, декан факультета энергетики и машиностроения Северо-Казахстанского государственного университета; kkoshekov@mail.ru.

Кошеккова Бибигуль Викторовна – старший преподаватель кафедры радиоэлектроники и телекоммуникаций Северо-Казахстанского государственного университета; kkoshekov@mail.ru.

---

Klikushin Yury Nikolaevich – PhD, professor of information and measuring equipments department of Omsk State Technical University; iit@omgtu.ru.

Koshekov Kayrat Temirbaevich – PhD, associate professor, dean of power and mechanical engineering faculty of North Kazakhstan State University; kkoshekov@mail.ru.

Koshekova Bibigul Viktorovna – senior lecturer of radio electronics and telecommunications department of North Kazakhstan State University; kkoshekov@mail.ru.

в монографии [2] или публикации [3]. В рассмотренной системе автоматического регулирования формы сигнала используется *IdP-tester NF*-типа, измеряющий распределение мгновенных значений сигнала. Его математическая модель связана с вычислением отношения размаха сигнала к его среднеквадратичному отклонению:

$$IdP = NF = \left[ \frac{\text{Размах сигнала}_N}{\text{СКО сигнала}} \right]^2 = \left[ \frac{\max\{x_i\} - \min\{x_i\}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - X)^2}} \right]^2 = K_f N.$$

и трактует обработку значений  $\{X\}$  сигнала как преобразование количества информации объема  $N$  на входе системы регулирования в количество информации объема  $NF$  на выходе.

Во-вторых, для перевода имени генерируемого сигнала в числовой эквивалент, равный эталонному значению его формы, применяется внутренняя база данных (БД) (рис. 1). Эта БД формируется по результатам предварительных измерений формы тех сигналов, которые предполагается использовать в генераторе.

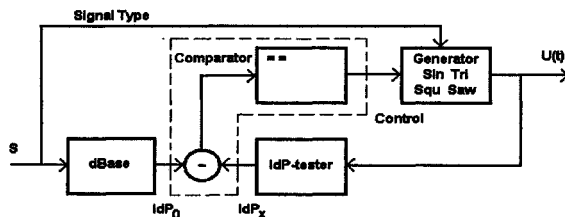


Рис. 1. Структурная схема генератора периодических сигналов с управляемой формой сигнала

В-третьих, сравнение измеренного значения идентификационного показателя формы выходного сигнала генератора и эталонного идентификационного показателя, поступающего с выхода БД, осуществляется с помощью идентификационного компаратора, состоящего из вычитающего и порогового устройств. Выход компаратора подключается ко входу управления генератора сигналов. Наличие БД, которая по заданному типу сигнала определяет необходимое эталонное значение идентификационного параметра  $IdP_0$  и задает погрешность сравнения для компаратора, позволяет классифицировать заявляемый генератор как интеллектуальное средство измерения.

## 2. Сравнительные исследования

В соответствии со структурной схемой (рис. 1) был разработан виртуальный прибор (рис. 2, 3), с помощью которого проведены сравнительные исследования характеристик двух генераторов – без и с коррекцией нелинейных искажений.

Данный ВП содержит стандартный генератор LabVIEW (*Signal Generator by Duration*), предлагаемый генератор (*GenCorr.vi*) с коррекцией нелинейных искажений, два *IdP*-тестера *NF*-типа, предназначенные для измерения формы выходных сигналов этих генераторов. Указанные инструменты помещены в общий цикл типа *While-Loop*, с помощью которого формируется частотная характеристика (ЧХ) генераторов. В идеальном случае ЧХ должна представлять собой прямую линию, идущую параллельно оси абсцисс (частот) в диапазоне от 0 до частоты, равной половине частоты дискретизации.

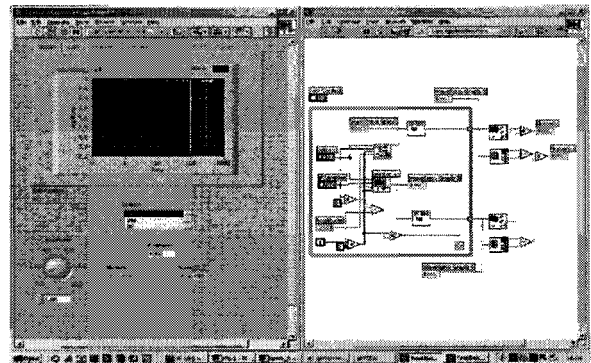


Рис. 2. Виртуальный прибор для сравнительной оценки уровня нелинейных искажений генераторов периодических сигналов без и с коррекцией формы

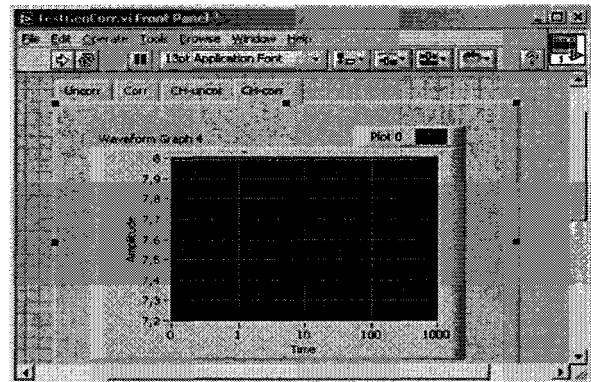


Рис. 3. Форма частотной характеристики откорректированного генератора

На дисплее панели управления (рис. 2) показана ЧХ генератора без коррекции нелинейных искажений. При этом отчетливо видны вариации ЧХ в виде бросков показаний *IdP*-тестера. Эти вариации измеряются и сравниваются с показаниями ЧХ генератора с коррекцией в виде отношения среднеквадратических погрешностей (индикатор *Numeric*) и в виде отношения максимальных погрешностей (индикатор *Numeric-2*). Если указанные отношения превышают 1, то можно считать коррекцию эффективной. Результаты измерения эффективности коррекции представлены в табл. 1.

Из данных табл. 1 следует, что по всей совокупности форм сигналов, погрешности откорректированного генератора от 5 до 100 раз меньше, чем у прототипа. Это подтверждается и визуально



видом ЧХ (рис. 3) откорректированного генератора. На рис. 4–6 приведены программные коды, соответствующие различным системам.

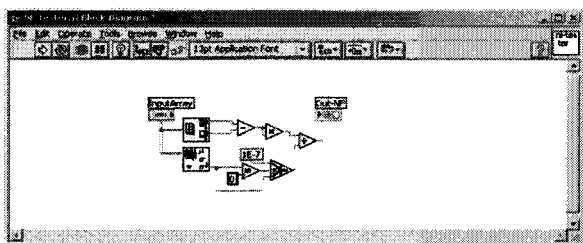


Рис. 4. Программный код *NF-тестера*, измеряющего форму сигналов

**Заключение**

Таким образом, поскольку эффективность предлагаемого способа коррекции нелинейных искажений достаточно высока, его можно рекомендовать к применению, по крайней мере, в модельных генераторах периодических сигналов среды LabVIEW.

В библиотеку инструментов системы автоматического регулирования формы временной реализации сигналов синусоидальной (sin), треугольной (tri), прямоугольной (squ) и пилообразной (saw) формы входят виртуальные подприборы, перечисленные в табл. 2.

Описанный подход может быть использован также для коррекции формы распределения вероятностей генераторов случайных сигналов.

**Литература**

1. *Измерения в электронике: справочник* / Под ред. В. А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 511 с.
2. *Кликушин, Ю. Н. Методы и средства идентификационных измерений сигналов: монография* / Ю. Н. Кликушин, К. Т. Кошек. – Петропавловск: СКГУ им. М. Козыбаева, 2007. – 186 с.

3. *Кликушин, Ю. Н. Классификационные шкалы для распределений вероятности* / Ю. Н. Кликушин // Журнал Радиоэлектроники ИРЭ РАН. – 2000. – № 11.

Поступила в редакцию 20 марта 2008 г.

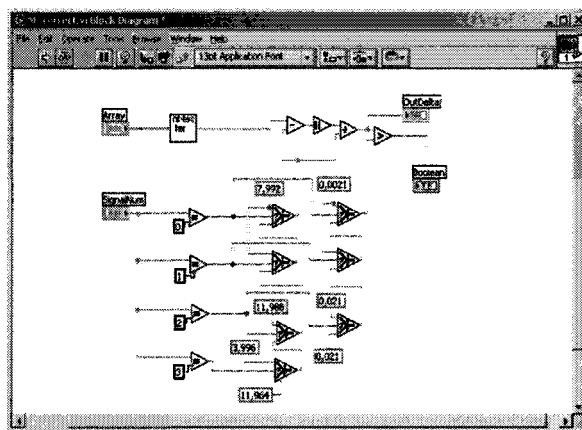


Рис. 5. Программный код (*NF-correct.vi*) БД и компаратора системы автоматического регулирования формы сигналов генератора

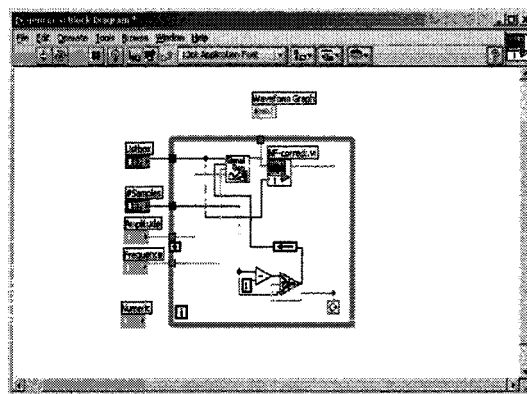


Рис. 6. Программный код (*GenCorr.vi*) генератора периодических сигналов с коррекцией нелинейных искажений

**Результаты измерения эффективности коррекции**

Таблица 1

№	Вид сигнала	Эффективность коррекции			
		По среднему квадрату		По максимальному отклонению	
		N = 1000	N = 10000	N = 1000	N = 10000
1	Sin	133	106	474	106
2	Cos	120	116	453	376
3	Tri	6	5	17	17
4	Squ	60	83	104	96
5	Saw	8	7	22	25

Таблица 2

**Виртуальные подприборы**

№	Наименование ВП	Назначение	Структура программного кода
1	<i>Signal Generator by Duration</i>	Генерация сигналов без коррекции нелинейных искажений	Стандартная библиотека LabVIEW
2	<i>NF-tester</i>	Измерение формы сигналов	Предлагаемая библиотека (рис. 4)
3	<i>NF-correct.vi</i>	Внутренняя БД и идентификационный компаратор системы автоматического регулирования формы сигналов	Предлагаемая библиотека (рис. 5)
4	<i>GenCorr.vi</i>	Генерация сигналов с коррекцией нелинейных искажений	Предлагаемая библиотека (рис. 6)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОСВОЕНИЯ МАТЕРИАЛА ОБУЧАЮЩИМСЯ ПРИ ТЕСТИРОВАНИИ

*Т.Н. Половова*

## DEFINITION OF THE RATIONAL TIME FOR ASSIMILATION OF TEACHING MATERIAL BY A STUDENT WITH TESTING

*T.N. Polovova*

На основе теории информационных цепей изложена методика определения рационального времени изучения материала обучающимся с учетом информационных характеристик человеческого фактора.

*Ключевые слова: освоение материала, человеческий фактор.*

On the basis of the information network theory the method of definition of the rational time for assimilation of teaching material by students with regard to the informational characteristics of the human factor.

*Keywords: assimilation of teaching material, human factor.*

Для определения и исследования информационных параметров человека необходимо провести эксперимент, состоящий из двух частей.

В первой части эксперимента перед студентами была поставлена задача ответить на тестовые вопросы, при этом фиксировалось время с момента прочтения вопроса до момента дачи правильного ответа. Следует заметить, что студент не запоминает сам вопрос, а также ответ на этот вопрос, он читает его (время  $\tau$ ) и затем начинает осмысливать его, находя знакомые слова (речь идет об информационной ригидности  $L$  – чем больше знаний понятийного аппарата студента, чем больше знаний у него о данном предмету, тем меньше его информационная ригидность, следовательно, требуется меньше времени на ответ при этом повышается вероятность правильность ответа).

Во второй части эксперимента студентам было предложено зафиксировать время, необходимое для прочтения каждого вопроса. В этом случае рассматривался тот факт, что студент не обладает ни памятью, ни какими-то определенными знаниями (понятийным аппаратом) – информационной ригидностью  $L$ , т.е. единственной ее характеристикой в рассматриваемом аспекте является информационное сопротивление, т.е. реакция на полученную информацию, которое примерно в 1,5 раза меньше времени, полученного в первой части эксперимента. Это подтверждает тот факт,

что разница во времени – это время на осмысление и принятие решения.

Схема замещения информационной цепи при взаимодействии приемника информации (опрашиваемых) с источником информации (тестом) представлена на рис. 1.

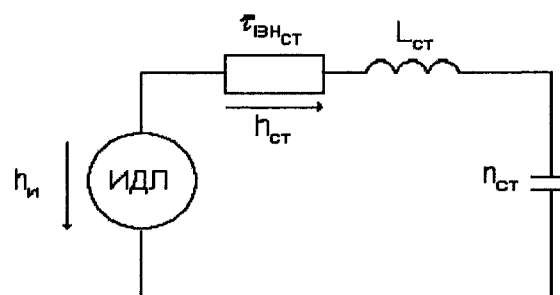


Рис. 1. Схема замещения информационной цепи при взаимодействии приемника информации (опрашиваемых) с источником информации (тестом)

В результате первого эксперимента определены информационные параметры человека –  $\tau$ ,  $n$  и  $L$ .

Вторая часть эксперимента необходима для определения максимального времени, необходимого для осмысления информации и ответа на поставленный вопрос. Всего в результате опроса было получено 1187 правильных ответов. На обдумывание каждого вопроса студент затрачивает разное время, при этом смысловая мощность каж-

Половова Татьяна Николаевна – старший преподаватель кафедры вычислительной техники Челябинского института путей сообщения – филиала Уральского государственного университета путей сообщения; atn-chel@mail.ru.

Polovova Tatyana Nikolaevna – senior lecturer of computer science department of Chelyabinsk Institute of Means of Communication – branch of Ural State University of Means of Communication; atn-chel@mail.ru.

дого вопроса различная. Экспериментально была определена скорость восприятия каждого вопроса, при этом, на один и тот же вопрос студентам требуется разное время. Таким образом, может быть определена скорость ответа на каждый вопрос, экспериментально по этой скорости можно определить несколько интервалов, куда наиболее часто попадают правильные ответы. Анализ полученных ответов позволяет выделить интервалы времени, в которых наиболее вероятны ответы.

Результаты эксперимента: для определения максимального времени, необходимого для осмысления информации и ответа на поставленный вопрос, был рассмотрен переходный процесс в информационной цепи, позволяющий оценить способность запоминать и хранить информацию.

Уравнение информационной цепи, обладающей сопротивлением, памятью и ригидностью имеет вид [1, 2]:

$$h = I\tau + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{n} \int Idt. \quad (1)$$

Информационный ток в цепи определяется выражением [2]:

$$I = \frac{2h\delta}{\tau\sqrt{1-\delta^2}} \exp\left(-\frac{\delta t}{T}\right) \sin\left(\frac{t\sqrt{1-\delta^2}}{T}\right). \quad (2)$$

Источник информации может быть охарактеризован информационным напряжением  $\Delta H$ , определяющимся по формуле:

$$\Delta H = -\sum_{k=1}^m P_k \log P_k, \quad (3)$$

где  $m$  – количество разных слов в тесте,  $P_k$  – вероятность появления определенного слова.

Будем считать, что в нашем случае источник информации не обладает внутренним сопротивлением, т.е. цепочка диалога между источником и приемником информации отсутствует. Таким образом, напряжение источника, которым он обладает на холостом ходу без информационной нагрузки (без учета информационного сопротивления) т.е. информационно-движущая логика (ИДЛ) источника ( $h$ ) определяется выражением вида:

$$\Delta H = h. \quad (4)$$

Переходный процесс представлен на рис. 2.

Анализ полученного процесса показывает, что максимальное время осмысления материала составляет 100 с. Часть кривой, отмеченной пунктиром, физически не существует, так как целью эксперимента был лишь ответ на вопрос, оставлять в памяти содержания теста было ненужно. Процесс позволяет определить максимальное время, необходимое для заучивания текста теста наизусть – оно составляет 1225 с.

Также рациональное время изучения заданного объема материала, необходимого для подготовки к ответам на тестовые вопросы можно рассчитать по следующей методике:

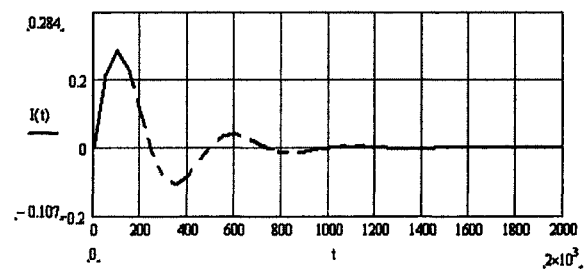


Рис. 2. Переходный процесс в цепи с последовательной памятью

1. Определяется  $T_{гр}$  – среднее время ответа на вопрос, в целом, по группе тестируемых студентов.

2. Определяется  $m$  – среднее количество слов в вопросе.

3. Определяется  $M$  – среднее количество слов в учебном пособии, «ТИПОВАЯ ИНСТРУКЦИЯ по охране труда для операторов и пользователей персональных электронно-вычислительных машин (ПЭВМ) и работников, занятых эксплуатацией ПЭВМ и видеодисплейных терминалов (ВДТ)», на основании которой были составлены проверочные тесты.

4. Определяется коэффициент  $k_n$  – коэффициент отношения объема данных в учебном пособии к объему данных в вопросе:

$$k_n = \frac{M}{m}. \quad (5)$$

5. Определяется  $T_{ср}$  – среднее время, необходимое для освоения заданного объема информации:

$$T_{ср} = k_n T_{гр}. \quad (6)$$

6. Определяется  $T_{рац}$  – рациональное время, которое необходимо для прочтения и осмысливания (усвоения) заданного объема изучаемого материала по вопросам охраны труда. Данное соотношение определяется из [3]:

$$T_{рац} = 2T_{мин}. \quad (7)$$

Результаты расчета рационального времени для заданного объема изучаемого материала по вопросам охраны труда сведены в таблицу.

Значения характеристик, необходимых для определения рационального времени тестируемого

$T_{гр}$	$m$	$M$	$k_n$	$T_{ср}, с$	$T_{рац}, с$
17,08	33	14400	436	7447	14894

Таким образом, рационального времени для заданного объема изучаемого материала по вопросам охраны труда  $T_{рац} = 4,1$  часа при непрерывной работе.

#### Выводы

Расчет информационных параметров дает возможность вычислить рациональное время для полного усвоения (запоминания) заданного объема изучаемого материала. Экспериментальные исследования показали, что в среднем по группе сту-

дентов информационное сопротивление составляет 10,5 с, информационная ригидность – 1321,6 с<sup>2</sup>, информационная память – 4,2.

**Литература**

1. Жабреев, В. С. Модели и оценка человеческого фактора больших систем: учеб. пособие /

В. С. Жабреев, О. О. Павловская, К. В. Федяев; под ред. В. С. Жабреева / Челябинск: ЧИПС УрГУПС, 2007. – 219 с.

2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая Школа, 1998. – 576 с.

**Поступила в редакцию 10 декабря 2008 г.**

## ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

1. **Тематика.** В журнале публикуются статьи по следующим научным направлениям: управление в различных отраслях техники, а также в административной, коммерческой и финансовой сферах; математическое, алгоритмическое, программное и аппаратное обеспечение компьютерных технологий, в том числе компьютерных комплексов, систем и сетей; измерительные системы, приборостроение, радиоэлектроника и связь.

2. **Предоставляемый материал.** В редакцию предоставляются бумажная и электронная (документ Microsoft Word) версии статьи, экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати, информационный листок авторов, где на русском и английском языке указываются: Ф.И.О., место работы и должность для всех авторов, контактная информация ответственного за подготовку рукописи (рабочий и мобильный телефон, адрес для рассылки авторских экземпляров).

3. **Структура статьи.** Статья содержит УДК, название (не более 12–15 слов), список авторов, аннотацию (не более 300 знаков), список ключевых слов, введение, основной текст (структурированный по разделам), заключение (обсуждение результатов), литературу (в порядке цитирования, по ГОСТ «Библиографическое описание произведений печати» 2004 г.). В конце статьи следуют элементы на английском языке: название, аннотация, список ключевых слов. Бумажная версия статьи подписывается всеми авторами, в конце статьи ставится пометка, что авторы не возражают против размещения статьи в Интернет.

4. **Параметры набора.** Размеры полей: левое – 3 см, правое – 3 см, верхнее и нижнее – по 3 см. Текст статьи набирать шрифтом Times New Roman размером 10 пт. Выравнивание абзацев – по ширине. Отступ первой строки абзаца – 0,7 см. Междустрочный интервал – одинарный. Включить режим автоматического переноса слов. Все кавычки должны быть угловыми («»). Все символы «тире» должны быть среднего размера («–», а не «-»). Ключевые элементы статьи – шапка, заголовки разделов – следует выделять полужирным. Знак деления целой и десятичной части числа – запятая. Между числом и единицей измерения должен стоять неразрывный пробел (Ctrl + Shift + Пробел).

5. **Формулы.** Набираются в Microsoft Equation, либо MathType с отступом 0,7 см от левого края. Размер обычных символов – 10 пт, размеры индексов первого порядка – 71 %, индексов второго порядка – 58 %. Номер формулы размещается за пределами формулы, непосредственно после нее, в круглых скобках.

6. **Рисунки и таблицы.** Рисунки имеют разрешение не менее 300 dpi. Рисунки нумеруются и имеют названия (Рис. 1. Здесь следует название рисунка). Таблицы нумеруются и имеют названия (Таблица 1. Здесь следует название таблицы).

7. **Адрес редакции.** 454080 Челябинск, пр. Ленина 76, корп. 3б, 4 этаж – деканат ПС/КТУР–факультета, зам. отв. ред. д.т.н. проф. Л.С. Казаринову. Адрес электронной почты секретаря журнала: ezfm@yandex.ru.

8. **Подробные требования к оформлению.** Полную версию требований к оформлению статей и пример оформления можно загрузить с сайта ЮУрГУ (<http://www.susu.ac.ru>) следуя ссылкой: «Научные исследования», «Издательская деятельность», «Вестник ЮУрГУ», «Серии».

9. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

---

Издательство Южно-Уральского государственного университета

---

Подписано в печать 27.01.2009. Формат 60×84 1/8. Печать трафаретная.

Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 9,56. Тираж 500 экз. Заказ 25/31.

---

Отпечатано в типографии Издательства ЮУрГУ. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.