



# ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО № 2 (178)  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА 2010

ISSN 1991-976X

СЕРИЯ

## «КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ, РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»

Выпуск 11

Учредитель – ГОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет».

### Редакционная коллегия серии:

д.т.н., профессор **Шестаков А.Л.**  
(*отв. редактор*);  
д.т.н., профессор **Казаринов Л.С.**  
(*зам. отв. редактора*);  
д.т.н., профессор **Щипицын А.Г.**  
(*зам. отв. редактора*);  
д.ф.-м.н., профессор, чл.-кор. РАН  
**Ушаков В.Н.**;  
д.т.н., профессор **Войтович Н.И.**;  
д.т.н., профессор **Карманов Ю.Т.**;  
д.т.н., профессор **Логиновский О.В.**;  
д.т.н., профессор **Лысов А.Н.**;  
д.ф.-м.н., профессор **Танана В.П.**;  
д.т.н., профессор **Тележкин В.Ф.**;  
д.ф.-м.н., профессор **Ухоботов В.И.**;  
к.т.н., доцент **Кафтанников И.Л.**;  
**Фокин Л.А.** (*техн. редактор*)

Серия основана в 2001 году.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-26455  
выдано 13 декабря 2006 г. Федеральной службой по  
надзору законодательства в сфере массовых комму-  
никаций и охране культурного наследия.

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы  
данных ВИНТИ. Сведения о журнале ежегодно пуб-  
ликуются в международной справочной системе по  
периодическим и продолжающимся изданиям  
«Ulrich's Periodicals Directory».

Решением Высшей аттестационной комиссии  
Министерства образования и науки Российской Фе-  
дерации журнал включен в «Перечень ведущих ре-  
цензируемых научных журналов и изданий, в кото-  
рых должны быть опубликованы основные научные  
результаты диссертации на соискание ученой степени  
доктора и кандидата наук».

Подписной индекс 29008 в объединенном катало-  
ге «Пресса России».

Периодичность выхода – 2 номера в год.

## СОДЕРЖАНИЕ

ШЕСТАКОВ А.Л., ЛАПИН А.П., ЛАПИНА Е.А. Задача оптимизации функций преобразования измерительных преобразователей .....	4
ШЕСТАКОВ А.Л., ЛАПИН А.П., ЛАПИНА Е.А. Алгоритмы выбора и обоснования моделей функций преобразования измерительных преобразователей давления .....	7
ЛАПИН А.П., ЦЫПИНА Ю.Н., СУХОДОЕВА С.С. Коррекция функции преобразования аналогового датчика с использованием программируемого усилителя типа PGA 309 .....	11
ГУДКОВ В.Ю. Индексация дактилоскопических изображений .....	17
ДЕЕВА А.С., ЩИПИЦЫН А.Г. Методы контроля и диагностики информационных нарушений инерциальных навигационных систем .....	21
АЛЕКСЕЕВА Е.Ю., БЕСЕДИН А.А. Дуальное управление экстремальными объектами в условиях неопределенности .....	26
УХОБОТОВ В.И., ЗАЙЦЕВА О.В. Одна задача импульсного преследования при ограниченной скорости убегающего .....	29
ЗЫРЯНОВ Г.В. О выборе максимального периода дискретности в частотном методе синтеза цифровой САР .....	33
АЛЕШИН Е.А. Математическая модель зависимости газопроницаемости шихты от ее влажности в процессе производства агломерата .....	37
УСЫНИН Ю.С., ОСТРОУХОВ В.В. Декомпозиция электромеханической системы механизма подачи трубы стана ХПТ-450 .....	41
КОНСТАНТИНОВ В.И., ВСТАВСКАЯ Е.В., БАРБАСОВА Т.А., ВОЛКОВ В.О. Выбор оптимального режима работы светодиодных излучателей .....	46
НОСЕНКО А.А., УСТЮГОВ М.Н., БОДРОВ В.В. Система автоматизированного гидротестирования .....	52
КОЛЕСНИКОВА Н.Ю., РУДАКОВА Т.Н., ТАНАНА А.В. О проблеме потери точности при преобразовании информации .....	55
ЗВЕЗДИН С.В. Проблемы измерения качества программного кода .....	62
УСТЮГОВ М.Н., МАЛЯВКИНА Н.С., ПЛОТНИКОВА Н.В. Программный комплекс моделирования нелинейных нестационарных систем, заданных структурными схемами .....	67
КАЗАРИНОВ Л.С., ВЕРНЕРГОЛЬД А.Р., КОЛЕСНИКОВА О.В. Автоматизированное управление эффективностью вельц-процессов на основе оптимальной коррекции параметров технологических режимов .....	73
КИНАШ А.В. Автоматизированная система мониторинга показателей энергетической эффективности паровых котлов .....	79
КАЗАРИНОВ Л.С., ШНАЙДЕР Д.А., КИНАШ А.В., КОЛЕСНИКОВА О.В. Корреляционно-экстремальная система управления энергетической эффективностью паровых котлов .....	81
ВАХРОМЕЕВ И.Е., КАЗАРИНОВ Л.С., ШНАЙДЕР Д.А. Метод упреждающего управления технологической паровой распределенной системой .....	86
ШНАЙДЕР Д.А., КРАХМАЛЕВ Е.И., КИНАШ А.В. Организация распределенной системы управления уличным освещением на основе беспроводной сети стандарта ZigBee .....	92

## CONTENTS

SHESTAKOV A.L., LAPIN A.P., LAPINA E.A. Objective of optimization of transformation function of measuring transducers .....	4
SHESTAKOV A.L., LAPIN A.P., LAPINA E.A. Choice algorithms and model substantiation of measuring pressure converter's conversion functions .....	7
LAPIN A.P., TSYPIA J.N., SUKHODOEVA S.S. The correction of analog device transformation function by the instrumentality of programmable gain amplifier .....	11
GUDKOV V.U. Fingerprint indexing .....	17
DEEVA A.S., SHCHIPITSYN A.G. Methods of monitoring and diagnostic of information faults of inertial navigation systems .....	21
ALEKSEEVA E.Y., BESEDIN A.A. Dual control by extremal system in condition of uncertainty .....	26
UKHOBOTOV V.I., ZAYCEVA O.V. About one problem of impulse pursuit at the limited velocity of the escaping .....	29
ZIRYANOV G.V. On the selection of maximum period of discretization during frequency synthesis of a digital controller .....	33
ALESHIN E.A. Mathematical model of a charge gas permeability function from its moisture in the agglomerate production .....	37
USYNIN Y.S., OSTROUHOV V.V. Tube feed mechanism electromechanical system's decomposition for the cold rolling .....	41
KONSTANTINOV V.I., VSTAVSKAYA E.V., BARBASOVA T.A., VOLKOV V.O. Choice of the optimum operating mode of high power leds .....	46
NOSENKO A.A., USTYUGOV M.N., BODROV V.V. The automated hydrotest system ...	52
KOLESNIKOVA N.Y., RUDAKOVA T.N., TANANA A.V. The problems of the accuracy lost during information transfer .....	55
ZWEZDIN S.V. Problems of measurement of code quality .....	62
USTYUGOV M.N., MALYAVKINA N.S., PLOTNIKOVA N.V. The simulation software package of the nonlinear non-stationary systems given by block diagrams .....	67
KAZARINOV L.S., VERNERGOLD A.R., KOLESNIKOVA O.V. Automatic efficiency management of rotary processes based on optimal correction of parameters of technological regimes .....	73
KINASH A.V. Automated monitoring system of energy efficiency indicators for steam boilers .....	79
KAZARINOV L.S., SHNAIDER D.A., KINASH A.V., KOLESNIKOVA O.V. Correlation-extreme control system of steam boiler energy efficiency .....	81
VAKHROMEYEV I.E., KAZARINOV L.S., SHNAIDER D.A. Method of proactive control of steam technology distributed system .....	86
SHNAIDER D.A., KRAKHMALEV E.I., KINASH A.V. Distributed street lighting control system based on ZigBee wireless network standard .....	92

## ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

А.Л. Шестаков, А.П. Лапин, Е.А. Лапина

## OBJECTIVE OF OPTIMIZATION OF TRANSFORMATION FUNCTION OF MEASURING TRANSDUCERS

A.L. Shestakov, A.P. Lapin, E.A. Lapina

Разработка и создание современных датчиков давления, обладающих высоким классом точности, диктует поиск новых подходов к решению этой задачи. Появление интеллектуальных датчиков давления позволило перейти от схемотехнических решений к алгоритмическим методам коррекции погрешностей, вызванных нелинейностью функции преобразования и зависимостью измерительного преобразователя от температуры. Определяющую роль в этом играет правильный выбор функции преобразования измерительных преобразователей.

*Ключевые слова:* измерительные преобразователи давления, функция преобразования, интеллектуальные датчики давления.

Development and creation of modern pressure sensors with the highest class of accuracy, suppose a new approaches for solving this problem. Appearance of smart pressure sensor allow us to move from circuit solutions to algorithmic methods of correction errors generated by nonlinearity of the transformation function and the dependence of the temperature transmitter. The principal role in this is the correct choice of transformation function of measuring transducers.

*Keywords:* pressure transducers (sensors), transformation function, smart pressure sensors.

### Введение

Для измерения давления широко используются преобразователи давления на основе тензорезисторов [1], имеющие ряд неоспоримых преимуществ перед преобразователями, реализующими другие методы преобразования давления. Однако, данным преобразователям присущи недостатки, в виде существенной нелинейности функции преобразования и значительной температурной зависимости. Повышение точности измерения связано с правильным выбором функции преобразования (ФП) измерительного преобразователя (ИП) давления.

### 1. Постановка задачи

Двухфакторная математическая модель (ММ) функции преобразования ИП может быть представлена в виде

$$U_p = F(P', T) + e, \quad (1)$$

где  $U_p$  – напряжение на выходе ИП;  $P'$  – подаваемое на вход ИП давление;  $T$  – температура среды, в которой находится ИП;  $e$  – различного рода неучтенные факторы (помехи). Для описания функции преобразования ИП широко используются полиномиальные модели [2]. Известно [1], что выходное напряжение ИП существенно зависит от температуры среды, в которой находится ИП. Запишем математическую модель (1) ФП ИП следующим образом:

$$U_p = \sum_{N=0}^{K_p} A_N(T) \cdot (P')^N + e, \quad (2)$$

где  $U_p$  – напряжение на выходе ИП;  $K_p$  – максимальная степень ММ ФП по давлению;  $P'$  – подаваемое на вход ИП давление;  $A_0(T) \dots A_{K_p}(T)$  – коэффициенты ММ ФП как функции температуры при различных степенях входного давления  $P'$ .

---

Шестаков Александр Леонидович – д-р техн. наук, профессор, ректор ЮУрГУ, admin@urc.ac.ru

Лапин Андрей Павлович – канд. техн. наук, доцент кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ; a\_lapin@mail.ru

Лапина Екатерина Андреевна – аспирант ЮУрГУ; a\_lapin@mail.ru

---

Shestakov Aleksandr Leonidovich – PhD, professor, rector of SUSU; admin@urc.ac.ru

Lapin Andrey Pavlovich – PhD, associate professor of Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

Lapina Ekaterina Andreevna – postgraduate student of SUSU; a\_lapin@mail.ru

Коэффициенты  $A_0(T) \dots A_{K_p}(T)$  в формуле (2) могут быть представлены полиномами различных степеней по температуре в соответствии с выражением (3)

$$A_N(T) = \sum_{M=0}^{K_T(N)} a_{M,N} \cdot T^M, \quad (3)$$

где  $K_T(N)$  – значение степени полинома, описывающего коэффициенты  $A_N(T)$  из выражения (2) как функции температуры;  $T$  – значение температуры окружающей среды;  $a_{0,N} \dots a_{K_T(N),N}$  – коэффициенты полинома, описывающего  $A_N(T)$ . Формулы (2) и (3) являются обобщенной ММ ФП измерительного преобразователя в случае двухфакторной модели.

## 2. Обратная функция преобразования ИП

Математическая модель функции преобразования реализуется путем градуировки [3] измерительного преобразователя. На вход преобразователя подается определенная последовательность значений образцового давления, при фиксированных температурах среды, в которой расположен ИП. Обычно [4], по результатам градуировки строится обратная ММ ФП измерительного преобразователя вида

$$P = F^{-1}(U_p(T), T) + e, \quad (4)$$

где  $P$  – рассчитанное на основе ФП измеряемое (подаваемое на вход ИП) давление;  $U_p$  – напряжение на выходе ИП;  $T$  – температура среды, в которой находится ИП;  $F^{-1}$  – обратная ФП, используемая в микропроцессорных (интеллектуальных) датчиках давления. Обратная ФП имеет следующий вид

$$P = \sum_{N=0}^{K_p} B_N(T) (U_p)^N + e, \quad (5)$$

где  $P$  – рассчитанное на основе ФП измеряемое (подаваемое на вход ИП) давление;  $B_0(T) \dots B_{K_p}(T)$  – коэффициенты ФП ИП как функции температуры  $T$  при  $U_p$ ;  $U_p$  – напряжение на выходе ИП давления.

В современных (микропроцессорных) датчиках предусмотрен канал измерения температуры, имеющий на выводе напряжение, пропорциональное температуре окружающей среды. Поэтому коэффициенты  $B_0(T) \dots B_{K_p}(T)$  могут быть записаны как функции температуры следующим образом

$$B_N(T) = \sum_{j=0}^{K_T(N)} \beta_{N,j} \cdot U_T^j, \quad (6)$$

где  $K_T(N)$  – значение степени полиномов (коэффициентов), входящих в выражение (5),  $U_T$  – напряжение на выходе ИП давления, пропорциональное температуре окружающей среды (канал измерения температуры),  $\beta_{N,0} \dots \beta_{N,K_T(N)}$  – коэф-

фициенты, описывающие полиномиальное представление  $B_N(T)$ .

Вид функции преобразования (5), как двухфакторной математической модели определяется параметрами  $K_p$  и  $K_T$ , и зависит от особенностей проведения градуировки, а именно числа точек по температуре и давлению. Стандартные испытания проводятся при  $K_p = 6$ , и  $K_T = 6$ , т.е. модель обратной ФП ИП может иметь вид

$$P = U_p^0 (\beta_0 + \beta_1 U_T + \beta_2 U_T^2 + \beta_3 U_T^3 + \beta_4 U_T^4 + \beta_5 U_T^5) + \\ + U_p^1 (\beta_6 + \beta_7 U_T + \beta_8 U_T^2 + \beta_9 U_T^3 + \beta_{10} U_T^4) + \\ + U_p^2 (\beta_{11} + \beta_{12} U_T + \beta_{13} U_T^2 + \beta_{14} U_T^3) + \\ + U_p^3 (\beta_{15} + \beta_{16} U_T + \beta_{17} U_T^2) + \\ + U_p^4 (\beta_{18} + \beta_{19} U_T) + U_p^5 \beta_{20}, \quad (7)$$

где  $\beta_0 \dots \beta_{20}$  – коэффициенты математической модели, определенные по методу наименьших квадратов,  $U_p, U_T$  – значения напряжений на выходе ИП по давлению и температуре соответственно. При этом множество  $M$  возможных ММ обратной ФП равно

$$2^{21} = 2097152. \quad (8)$$

## 3. Показатель сложности модели функции преобразования

Принадлежащие множеству (8) ФП обладают различными по величине значениями метрологических характеристик (МХ): погрешности от нелинейности, температурной погрешности и других, и имеют различный уровень сложности математической модели.

Введем показатель, характеризующий степень сложности модели ФП. Используем предложенный в работе [5] показатель степени сложности модели следующего вида

$$C = K_p \cdot 10^{\max(K_p)} + \sum_{j=0}^{\max(K_T)} K_{Tj} \cdot 10^j, \quad (9)$$

где  $K_p, K_T$  – максимальные степени модели ФП по давлению и температуре соответственно. Применительно к модели (7) этот показатель принимает вид

$$C = K_p K_{T5} K_{T4} K_{T3} K_{T2} K_{T1} K_{T0}. \quad (10)$$

Наиболее сложной будет модель вида (7), имеющая в наличии все коэффициенты, с показателем сложности  $C = 512345$ . Наиболее простой будет модель вида  $P = \beta_0 + \beta_1 \cdot U_T + \beta_6 \cdot U_p^1$  с показателем сложности  $C = 100001$ .

## 4. Оптимизация индивидуальных функций преобразования измерительных преобразователей

Оптимальная (наилучшая) функция преобразования – это функция, которая при заданных ог-

раничениях на величину МХ обладает наименьшим показателем сложности.

Задача выбора оптимальной (наилучшей) ФП измерительного преобразователя может быть сформулирована следующим образом: необходимо выбрать наиболее простую, в смысле выражения (10) функцию преобразования, из множества (8) обратных ФП, удовлетворяющую условиям ограниченный по допустимым значениям метрологических характеристик при градуировке и верификации, в соответствии с выражением (11)

$$F_{\text{опт}}^{-1} = \min C(F_0^{-1}; F^{-1}), \quad (11)$$

$$F^{-1} \in M, \quad \gamma \leq \gamma_{\text{НГр}} \leq \gamma_{\text{НВер}}, \quad \gamma \leq \gamma_{\text{ТГр}} \leq \gamma_{\text{ТВер}},$$

где  $F_0^{-1}$  – идеальная двухфакторная модель ФП (плоскость);  $\gamma_{\text{НГр}}, \gamma_{\text{ТГр}}$  – предельно допустимые приведенные погрешности градуировки по нелинейности и температуре соответственно;  $\gamma_{\text{НВер}}, \gamma_{\text{ТВер}}$  – предельно допустимые приведенные погрешности верификации по нелинейности и температуре. Полученная таким образом  $F_{\text{опт}}^{-1}$  является наилучшей, согласно условий (11), моделью только для конкретного ИП, т.е. это наилучшая индивидуальная модель ФП конкретного ИП.

### 5. Оптимизация моделей ФП определенного конструктивного исполнения

Пусть мы исследуем партию ИП определенного конструктивного исполнения в количестве  $L$  штук. Обозначим модель ФП отдельного преобразователя этой партии как  $F_{\text{опт}l}^{-1}$ , где  $l = 1, \dots, L$ ;  $L$  – количество ИП в исследуемой партии. Определим наилучшую (оптимальную) модель для ИП определенного конструктивного исполнения, например, обозначенного как  $G$ , путем выбора модели с наименьшим показателем сложности среди  $F_{\text{опт}l}^{-1}$ , где  $l = 1, \dots, L$  и обозначим ее как  $F_{\text{опт}C}^{-1}$

$$F_{\text{опт}C}^{-1} = \min C(F_{\text{опт}l}^{-1}), \quad (12)$$

$$F_{\text{опт}l}^{-1} \in L$$

### Заключение

Авторами сформулирована задача оптимизации функций преобразования ИП давления. Предложенная в работе последовательность решения задачи реализована в виде набора алгоритмов, изложенных в статье [6]. Вопросы статистического моделирования ФП измерительных преобразователей давления рассмотрены в работе [7].

### Литература

1. Стучебников, В.М. Тензорезисторные преобразователи на основе гетерозитаксиальных структур «кремний на сапфире» / В.М. Стучебников // Измерения, контроль, автоматизация. – 1982. – № 4(44). – С. 15–26.
2. Лапин, А.П. Исследование многофакторной функции преобразования датчиков давления ПП «Метран» / А.П. Лапин, Е.Е. Филиппова // Приборостроение: тематич. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002. – С. 33–36.
3. РМГ 29-99 ГСИ. Метрология. Основные термины. – М.: ИПК Изд-во Стандартов, 2000. – С. 105.
4. Семенов, Л.А. Методы построения градуировочных характеристик средств измерений / Л.А. Семенов, Т.Н. Сирая. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 128 с.
5. Данилов, Н.А. Синтез функции преобразования измерительной системы давления с заданной точностью // Вестник молодых ученых. Серия «Технические науки». – СПб., 2004. – № 2.
6. Шестаков, А.Л. Алгоритмы выбора и обоснования моделей функций преобразования измерительных преобразователей давления / А.Л. Шестаков, А.П. Лапин, Е.А. Лапина // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2009 – Вып. 10. – С. 10–12.
7. Лапин, А.П. Статистическое моделирование функций преобразования датчиков давления типа «Метран» / А.П. Лапин, Ю.Н. Цыпина, Е.А. Лапина // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2008. – № 3(103). – С. 34–37

Поступила в редакцию 11 декабря 2009 г.

## АЛГОРИТМЫ ВЫБОРА И ОБОСНОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ\*

*А.Л. Шестаков, А.П. Лапин, Е.А. Лапина*

## CHOICE ALGORITHMS AND MODEL SUBSTANTIATION OF MEASURING PRESSURE CONVERTERS CONVERSION FUNCTIONS

*A.L. Shestakov, A.P. Lapin, E.A. Lapina*

Использование алгоритмических методов коррекции погрешности в интеллектуальных датчиках давления предполагает знание функции преобразования измерительного преобразователя. Авторами разработаны алгоритмы выбора и обоснования моделей функций преобразования. Применение этих алгоритмов дает возможность находить наилучшие функции преобразования для датчиков давления разного конструктивного исполнения.

*Ключевые слова:* функция преобразования, интеллектуальные датчики давления.

Usage of algorithmic methods of correction of an error in intellectual gauges of pressure assumes knowledge of function of conversion of the measuring converter. Authors develop choice algorithms and model substantiation of measuring pressure converters conversion function. Application of these algorithms gives the chance to find the best functions of conversion for gauges of pressure of different designs.

*Keywords:* conversion function, intellectual gauges of pressure.

### Введение

Современные научные исследования и промышленное производство предъявляют всё более высокие требования к точности измерения физических величин, в частности, давления. Широкое распространение получили измерительные преобразователи давления на основе тензорезисторов [1]. Однако, данным преобразователям присущи недостатки в виде значительных погрешностей от нелинейности функции преобразования и сильной температурной зависимости.

Появление интеллектуальных датчиков давления [2] позволило перейти от схмотехнических решений к алгоритмическим методам коррекции выше-

указанных погрешностей. Определяющую роль в этом играет правильный выбор функции преобразования (ФП) [3] измерительных преобразователей (ИП).

### 1. Постановка задачи

Основополагающие работы в этой области [4, 5] не дают однозначных путей решения проблемы. Анализ современных научных публикаций [6–8] показал, что в настоящее время при разработке и создании современных датчиков давления, обладающих высоким классом точности, также имеют место различные подходы.

Вся сложность возникающих при этом задач заключается в следующем:

---

\* Сокращенный вариант статьи опубликован в научном журнале «Вестник ЮУрГУ» серии «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника», вып. 9, № 26(159), 2009

---

**Шестаков Александр Леонидович** – д-р техн. наук, профессор, ректор ЮУрГУ, admin@urc.ac.ru

**Лапин Андрей Павлович** – канд. техн. наук, доцент кафедры «Информационно-измерительная техника» ЮУрГУ, a\_lapin@mail.ru

**Лапина Екатерина Андреевна** – аспирант кафедры «Информационно-измерительная техника» ЮУрГУ; a\_lapin@mail.ru

---

**Shestakov Aleksandr Leonidovich** – PhD, professor, rector of SUSU; admin@urc.ac.ru

**Lapin Andrey Pavlovich** – PhD, associate professor of the Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

**Lapina Ekaterina Andreevna** – postgraduate student of the Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

– измерительные преобразователи различных конструкций, имеют различные ФП;

– внутри партии измерительных преобразователей одной и той же конструкции, вследствие различного рода отклонений в технологическом процессе изготовления ИП, имеют место отличающиеся друг от друга ФП отдельных ИП, т.е. речь идет об индивидуальных ФП измерительных преобразователей;

– нет единообразных требований к функции преобразования ИП;

– отсутствует единая методика нахождения функции преобразования измерительных преобразователей.

Особую актуальность эта проблема приобрела на крупных приборостроительных предприятиях при промышленном производстве больших партий датчиков давления.

Авторы считают, что функция преобразования должна отвечать следующим требованиям.

1. Функция преобразования строится в виде двухфакторной модели, входными факторами которой выступают давление, поступающее на вход преобразователя, и температура среды, в которой находится преобразователь.

2. Модель ФП должна обеспечивать нужный класс точности датчика давления и иметь при этом 2- или 3-кратный метрологический запас по приведенной погрешности.

3. Модель ФП должна быть как можно более простой по своей структуре. Сложность модели ограничивается числом точек по давлению и температуре, задаваемых при проведении испытаний датчика давления при построении его функции преобразования.

4. Функция преобразования должна отвечать требованиям по верификации, заложенным в конструкторскую документацию на датчики давления.

В качестве основы для изучения ФП измерительных преобразователей давления авторы использовали «обратную» градуировочную характеристику ИП в виде двухфакторной математической модели 5-й степени следующего вида:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4 + \beta_5 t^5 + \beta_6 p + \beta_7 p t + \beta_8 p t^2 + \beta_9 p t^3 + \beta_{10} p t^4 + \beta_{11} p^2 +$$

$$+ \beta_{12} p^2 t + \beta_{13} p^2 t^2 + \beta_{14} p^2 t^3 + \beta_{15} p^3 + \beta_{16} p^3 t + \beta_{17} p^3 t^2 + \beta_{18} p^4 + \beta_{19} p^4 t + \beta_{20} p^5, \quad (1)$$

где  $Y$  – рассчитанное значение измеренного давления;  $p$  – выходной код АЦП преобразователя по давлению;  $t$  – выходной код АЦП преобразователя по температуре;  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{20}$  – коэффициенты функции преобразования (ФП), определяемые по методу наименьших квадратов. Эта модель может быть реализована для шести температурных точек и шести точек по давлению, что отвечает плану стандартных приемосдаточных испытаний датчиков давления.

Учитывая собственный опыт исследовательской работы в этом направлении [9–13], авторам настоящей статьи видится такой путь решения проблемы.

1. Провести исследования ограниченного количества специально отобранных ИП *определенной конструкции* и на основе этой информации получить «общую» (единую) ФП, являющуюся наилучшей для ИП данной конструкции, т.е. создать библиотеку ФП, в которой для каждой конструкции ИП, выпускаемой промышленным предприятием, имеется своя, наилучшая, функция преобразования [14–15].

2. Процедуру нахождения «индивидуальных» ФП ИП, являющихся наилучшими для конкретных экземпляров ИП, авторы предлагают свести к нахождению индивидуальных коэффициентов «общей» ФП, взятой из библиотеки для данной конструкции ИП, для каждого преобразователя в партии, при градуировке измерительных преобразователей.

## 2. Алгоритмы выбора и обоснования модели функции преобразования

Процедура получения «общей» (единой) ФП для датчиков давления (ДД) разного конструктивно-го исполнения реализуется в виде последовательно выполняемых этапов в соответствии с таблицей.

Отметим особенности выполнения этапов, представленных в таблице.

Этапы 1, 2 включают исследования партии ИП датчиков одной конструкции, проводимые

Таблица

Процедура получения «общей» (единой) ФП для ДД, реализованная в виде отдельных этапов

№	Название этапа	Содержание этапа	Требования (критерии)
1	Исследование партии ИП давления одной конструкции	Градуировка [4] партии ИП	Согласно требованиям конструкторской документации
		Верификация партии ИП	
2	Классификация ИП	Формирование внутри партии ИП непересекающихся групп преобразователей	Согласно требованиям разработанных авторами рекомендаций
3	Проведение приемосдаточных испытаний ДД, собранных на основе исследованной партии ИП	Градуировка [4] партии ДД	Согласно требованиям конструкторской документации
		Верификация партии ДД	
4	Выбор ДД с наилучшими метрологическими характеристиками (МХ) из партии датчиков (назовем их «эталоными»)	Анализ метрологических характеристик ДД в партии	Минимальные значения приведенной и температурной погрешности ДД



№	Название этапа	Содержание этапа	Требования (критерии)
5	Расчет ФП на основе статистических методов для каждого из «эталонных» датчиков	Использование методов статистического моделирования [13, 14, 15]	1. Ограничения по величине с.к.о. модели ФП. 2. Ограничение по сложности модели ФП
6	Формирование одной (индивидуальной) ФП для каждого из «эталонных» ДД на основе ФП, полученных в п. 5	Использование элементов алгебры логики	1. Ограничения по величине с.к.о. модели ФП. 2. Ограничение по сложности модели ФП
7	Формирование «общей» (единой) ФП для ДД исследуемой конструкции на основе индивидуальных ФП «эталонных» ДД	Использование элементов алгебры логики	1. Ограничения по величине с.к.о. модели ФП. 2. Ограничение по сложности модели ФП
8	Проверка полученной «общей» ФП на других ДД из исследуемой партии	Расчет метрологических характеристик других ДД из исследуемой партии	Соответствие метрологических характеристик ДД требованиям конструкторской документации
9	Проведение приемосдаточных испытаний новой партии ДД исследуемой конструкции	Градуировка партии ДД	Согласно требованиям конструкторской документации
		Верификация партии ДД	
10	Выполнить последовательно этапов с 4 по 8 включительно		

путем градуировки и верификации преобразователей, и их классификацию по разработанным авторами алгоритмам с целью выделения группы ИП, обладающих наилучшими (наименьшими) показателями погрешности от нелинейности и температурной погрешности.

Этапы 3, 4 включают проведение приемосдаточных испытаний партии ДД, собранных на основе исследованной партии ИП, и анализ их метрологических характеристик, что позволяет нам выделить так называемые «эталонные» датчики, обладающие наилучшими МХ, по которым будет определяться ФП исследуемой конструкции.

На этапе 5 выполняются работы, связанные с построением функций преобразования для «эталонных» датчиков давления. Нами были использованы методы регрессионного анализа: метод всех возможных регрессий, метод исключения коэффициентов модели, метод включения коэффициентов, шаговый метод. На основе разработанных авторами алгоритмов и созданных программ, путем статистического моделирования осуществляется поиск наиболее простых моделей ФП, удовлетворяющих сформулированным в статье требованиям.

На этапе 6 исследуются и анализируются различные модели ФП для каждого «эталонного» датчика, полученные путем объединения ФП, созданных на этапе 5. Полученные на этом этапе модели можно трактовать как индивидуальные ФП «эталонных» датчиков.

Этап 7 предназначен для получения по разработанным авторами алгоритмам «общей» (единой) ФП ДД исследуемой конструкции, которая формируется на основе индивидуальных ФП «эталонных» ДД.

Этап 8 направлен на проверку пригодности полученной «общей» ФП для других (не эталон-

ных) датчиков, входящих в исследуемую партию.

Этапы 9, 10 предполагают дополнительную проверку корректности созданной «общей» ФП путем применения ее к другим партиям ДД исследуемой конструкции.

#### Выводы

Авторами изучена задача выбора и обоснования функции преобразования измерительных преобразователей датчиков давления. Сформулированы новые требования к ФП ИП и определены пути решения поставленной задачи.

Предложена новая оригинальная последовательность (совокупность) математических методов и алгоритмов, обеспечивающая законченную процедуру выбора и обоснования «единой» (общей) модели функции преобразования для каждой из конструкций измерительных преобразователей.

Выполнена практическая реализация предложенной процедуры на реальных экспериментальных данных. Полученные результаты подтверждают правильность предложенных алгоритмов и использованных математических методов.

#### Литература

1. Стучебников, В.М. Тензорезисторные преобразователи на основе гетероэпитаксиальных структур «кремний на сапфире» / В.М. Стучебников // Измерения, контроль, автоматизация. – 1982. – № 4(44). – С. 15–26.
2. Официальный сайт ЗАО ПГ «Метран». URL: <http://www.metran.ru/home/hart/abouthart.html>
3. ГОСТ 8.009–84 Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений. – М.: Изд-во стандартов, 1998. – 151 с.
4. Семенов, Л.А. Методы построения градуи-

ровочных характеристик средств измерений / Л.А. Семенов, Т.Н. Сирая. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 128 с.

5. Грановский, В.А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В.А. Грановский, Т.Н. Сирая. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1990. – 288 с.

6. Удод, Е.В. Исследование и разработка прецизионных математических моделей преобразования и алгоритмов вычислений значений давления: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Е.В. Удод. – Таганрог, 2007

7 Бычков, В.В. Высокоточные аналоговые и цифровые измерительные преобразователи давления: автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.В. Бычков. – Томск, 2006.

8. Данилов, Н.А. Синтез функций преобразования измерительных приборов для контроля давления по заданному пределу приведенной погрешности: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Н.А. Данилов. – СПб., 2007.

9 Концепция комплексного исследования метрологических характеристик датчиков давления «Метран» / А.П. Лапин, Д.В. Мыслева, Е.Е. Филиппова, В.В. Филимонова // Практика приборостроения. – 2002. – № 1. – С. 38–41.

10. Опыт сотрудничества ЗАО «Промышленная группа "Метран"» и Южно-Уральского государственного университета в области исследо-

вания датчиков давления / А.П. Лапин, А.В. Конобеев, Л.В. Ушаков, А.В. Фетисов // Практика приборостроения. – 2003. – № 4. – С. 84–85.

11. Лапин, А.П. Статистическое исследование функций преобразования датчиков давления ПГ «Метран» / А.П. Лапин, Л.Ф. Нигамова, Е.Е. Чипеева // Информационные, измерительные и управляющие системы и устройства: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – С. 99–103.

12. Лапин, А.П. Исследование многофакторной функции преобразования датчиков давления ПГ «Метран» / А.П. Лапин, Е.Е. Филиппова // Приборостроение: тематич. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002. – С. 33–36.

13. Лапина, Е.А. Статистическое моделирование функций преобразования датчиков давления типа «Метран» / А.П. Лапин, Ю.Н. Цытина, Е.А. Лапина // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2008. – № 3(103).

14. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ: в 2 т. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1986. – Т. 1. – 366 с.

15. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ: в 2 т. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1987. – Т. 2. – 351 с.

Поступила в редакцию 9 октября 2009 г.

## КОРРЕКЦИЯ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АНАЛОГОВОГО ДАТЧИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМОГО УСИЛИТЕЛЯ ТИПА PGA 309

*А.П. Лапин, Ю.Н. Цыпина, С.С. Суходоева*

## THE CORRECTION OF ANALOG DEVICE TRANSFORMATION FUNCTION BY THE INSTRUMENTALITY OF PROGRAMMABLE GAIN AMPLIFIER

*A.P. Lapin, J.N. Tsykina, S.S. Sukhodoeva*

На современном этапе развития микропроцессорной техники аналоговые датчики стали вытесняться микропроцессорными (интеллектуальными) датчиками. Однако у аналоговых датчиков есть несомненное преимущество – их быстродействие. Именно поэтому они до сих пор широко применяются в ряде отраслей промышленности, хотя имеют большие погрешности измерений по сравнению с датчиками микропроцессорного исполнения. Уменьшение погрешностей аналоговых датчиков является актуальной и перспективной задачей. Одним из возможных путей ее решения является коррекция функции преобразования датчиков, которая может быть выполнена с использованием программируемого усилителя PGA 309 фирмы Texas Instruments. Рассмотрены особенности применения этой микросхемы для уменьшения погрешности нелинейности аналоговых датчиков давления.

*Ключевые слова: аналоговые датчики давления, функция преобразования, программируемый усилитель PGA 309*

At the present stage of microprocessor equipment development analogue devices became to be forced out by microprocessor (intellectual) devices. However, analogue devices have a doubtless advantage - their speed. For this reason they are widely applied nowadays in some industries having bigger errors of measurements than microprocessor devices. A reduction of analogue devices errors is an actual and a prospective problem. One of possible ways of its decision is a correction of the transformation function which can be carried out by programmable gain amplifier PGA 309 by Texas Instruments. There are examined the applications of this microcircuit for reduction of a nonlinearity error of analogue pressure device.

*Keywords: analogue pressure device, the transformation function, programmable gain amplifier PGA 309*

### Введение

В быстро развивающемся современном мире происходит постоянная модернизация и создание новых датчиков, приборов и элементов; дискретные элементы интегрируются в микросхемы и контроллеры. За счет этого уменьшается количество дискретных элементов, плата становится миниатюрной и компактной. В связи с этим появилась возможность заменить несколько плат одной микросхемой.

### 1. Постановка задачи

Широкое распространение среди таких микросхем получил программируемый усилитель (PGA) (рис. 1) [1].

Измерительный преобразователь питается стабильным напряжением через прецизионный стабилизатор напряжения. Сигнал с измерительного преобразователя, несущий информацию об измеряемом параметре, усиливается до требуемого уровня, и передается на измерительный прибор.

---

Лапин Андрей Павлович – канд. техн. наук, доцент кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ; a\_lapin@mail.ru

Цыпина Юлия Николаевна – инженер кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ; a\_lapin@mail.ru

Суходоева Светлана Сергеевна – магистрант кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ, a\_lapin@mail.ru

---

Lapin Andrey Pavlovich – PhD, associate professor of Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

Tsykina Julia Nikolaevna – engineer of Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

Sukhodoeva Svetlana Sergeevna – undergraduate of Equipment for information and measuring department of SUSU; a\_lapin@mail.ru

Для обеспечения высокой точности и долговременной стабильности в состав усилителя включена схема температурной компенсации [1].

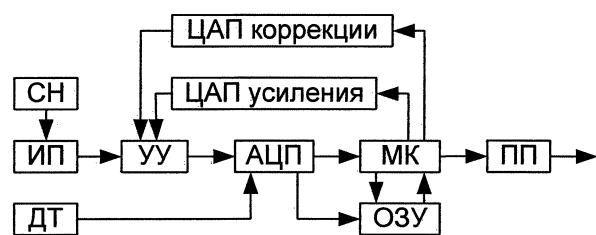


Рис. 1. Упрощенная схема программируемого усилителя: ИП – измерительный преобразователь, ДТ – датчик температуры, СН – стабилизатор напряжения, УУ – управляемый усилитель, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, ЦАП усиления – цифроаналоговый преобразователь для регулировки усиления, ЦАПы коррекции – цифроаналоговые преобразователи для регулировки смещения и дрейфа, МК – микроконтроллер, ОЗУ – оперативное запоминающее устройство, ПП – приемопередатчик

По производству таких усилителей лидирующее место занимает фирма Texas Instruments. Программируемые усилители фирмы Texas Instruments и их основные характеристики представлены в каталоге компании [2].

PGA 309 (programmable gain amplifier) – программируемый формирователь аналогового сигнала, ориентированный на датчики, включенные по мостовой схеме. Каскады преобразования аналоговых сигналов усиливают сигнал датчика и выполняют цифровую калибровку нуля, размаха, дрейфа нуля, дрейфа размаха и погрешности линейризации.

## 2. Функция линейризации микросхемы PGA 309

Важным преимуществом микросхемы PGA 309 является наличие схемы линейризации функции преобразования датчика [2].

Практически все измерительные преобразователи датчиков имеют нелинейную выходную характеристику (рис. 2).

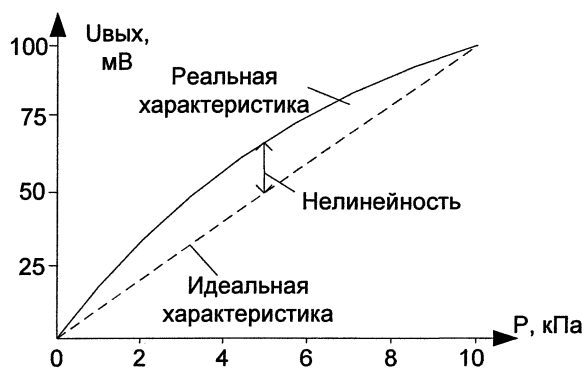


Рис. 2. Пример выходной характеристики измерительного преобразователя датчика давления

На рис. 3 показано уменьшение погрешности от нелинейности на основе стандартной процедуры линейризации PGA 309 (рис. 4).

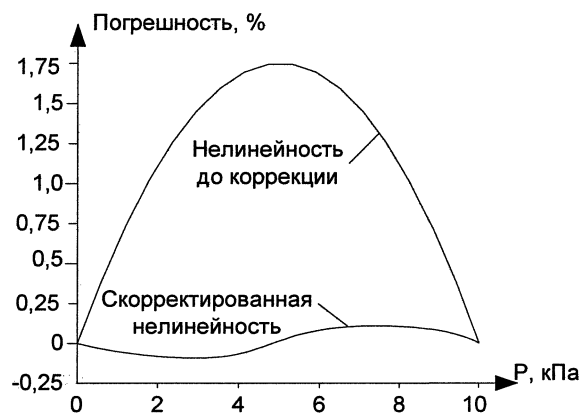


Рис. 3. Коррекция нелинейности программируемым усилителем PGA 309

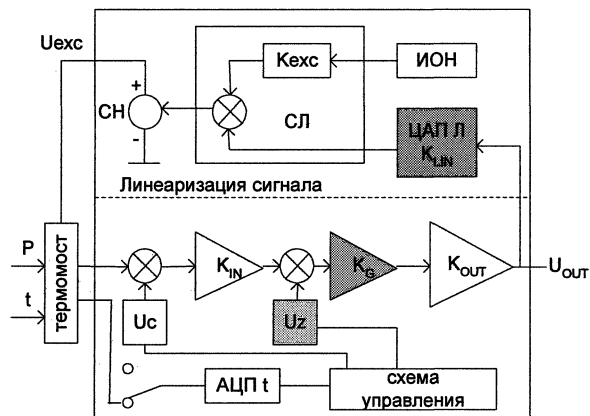


Рис. 4. Схема линейризации PGA 309

В схеме линейризации (СЛ) измеряется заданное опорное напряжение  $U_{REF}$  и суммируется с частью выходного напряжения  $U_{OUT}$  для компенсации нелинейности ИП. PGA позволяет снизить погрешность от нелинейности примерно в 20 раз (см. рис. 3).

Коэффициент линейризации  $K_{LIN}$  может изменять выходное напряжение  $U_{OUT}$  в большую или меньшую сторону [3]:

$$K_{LIN} = \frac{4B_V U_{REF} K_{EXC}}{(U_{OUTMAX} - U_{OUTMIN}) - 2B_V (U_{OUTMAX} + U_{OUTMIN})}, \quad (1)$$

где  $B_V$  – максимальное значение погрешности нелинейности;  $U_{REF}$  – опорное напряжение для PGA 309, В;  $K_{EXC}$  – коэффициент возбуждения сенсора;  $U_{OUTMIN}$ ,  $U_{OUTMAX}$  – пределы выходного напряжения PGA 309, В.

Коэффициент возбуждения  $K_{EXC}$  изменяет опорное напряжение  $U_{REF}$  для увеличения или

уменьшения напряжения возбуждения  $K_{EXC}$  насколько это требуется:

$$U_{EXC} = U_{REF} K_{EXC} + K_{LIN} U_{OUT}. \quad (2)$$

Для уменьшения нелинейности выходной характеристики ИП необходимо знать 3 параметра микросхемы:

- 1) коэффициент линейризации  $K_{LIN}$ ;
- 2) коэффициент усиления всего усилительного тракта  $K_G$ ;
- 3) коэффициент смещения  $U_Z$ .

Суммарный коэффициент усиления микросхемы при  $K_{LIN} \neq 0$  находится по формуле

$$K_G = \frac{G_L}{K_{IN} K_{OUT}}, \quad (3)$$

где  $G_L$  – коэффициент усиления усилителя с плавной регулировкой, рассчитанный по формуле

$$G_L = \frac{U_{OUTMAX} - U_{OUTMIN}}{U_{REF} K_{EXC} FSS + K_{LIN} U_{OUTMAX} FSS}, \quad (4)$$

где  $U_{OUTMIN}$ ,  $U_{OUTMAX}$  – пределы выходного напряжения PGA 309, В;  $K_{EXC}$  – коэффициент возбуждения сенсора;  $U_{REF}$  – опорное напряжение для PGA 309, В;  $K_{LIN}$  – коэффициент линейризации;  $FSS$  – чувствительность моста в конце диапазона измерения;  $K_{IN}$ ,  $K_{OUT}$  – коэффициенты передачи звеньев усилительного тракта.

Коэффициент смещения ФП  $U_Z$  определяется по формуле

$$U_Z = \frac{U_{OUTMIN}}{K_G K_{OUT}}, \quad (5)$$

где  $U_{OUTMIN}$  – пределы выходного напряжения PGA 309, В;  $K_G$  – суммарный коэффициент усиления микросхемы;  $K_{OUT}$  – коэффициенты передачи звеньев усилительного тракта.

После того, как определены коэффициенты линейризации, смещения и наклона можно переходить к линейризации функции преобразования.

Линеаризованная функция преобразования будет иметь вид

$$U_{OUT\_linear} = \frac{(FSS G_L K_P U_{REF} K_{EXC}) + U_{OUTMIN}}{1 - (FSS G_L K_P K_{LIN})}, \quad (6)$$

где  $K_P$  – коэффициент по давлению (нелинейное выходное давление моста при линейном входном давлении, приведенное к диапазону [0...1]),

$$K_P = \frac{PNL}{P_{MAX}}, \quad (7)$$

где  $PNL$  – нелинейное выходное давление моста при линейном входном давлении, Па;  $P_{MAX}$  – максимальное значение входного давления, Па.

В идеальном случае  $PNL$  представляет собой идеальную параболическую зависимость.

$$PNL = P + 4B_v P_{MAX} \left[ \left( \frac{P}{P_{MAX}} \right) - \left( \frac{P}{P_{MAX}} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Далее рассчитываем погрешность нелинейности линеаризованной функции преобразования:

$$U_{OUT\_ERR} = \left( \frac{U_{OUT\_linear} - U_{OUT\_ideal}}{U_{OUTMAX} - U_{OUTMIN}} \right) 100, \quad (9)$$

где  $U_{OUT\_ideal}$  – идеальная (линейная) функция преобразования.

Принцип действия микросхемы PGA 309 позволяет линеаризовать только нелинейность в виде параболы. Оптимальная коррекция достигается, когда максимальная погрешность выходного сигнала сенсора находится в середине диапазона измерения (см. рис. 3). Если кривая нелинейности ИП, похожа на изображенную на рис. 3, но имеет смещенный относительно центра максимум (рис. 5), то погрешность также может быть значительно уменьшена (рис. 6).

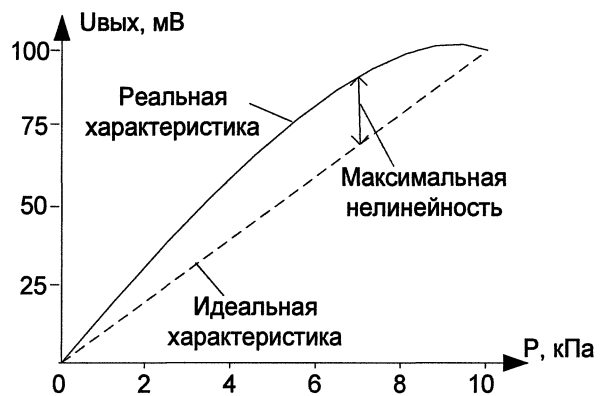


Рис. 5. Пример выходной характеристики со смещенным относительно центра диапазона максимумом погрешности

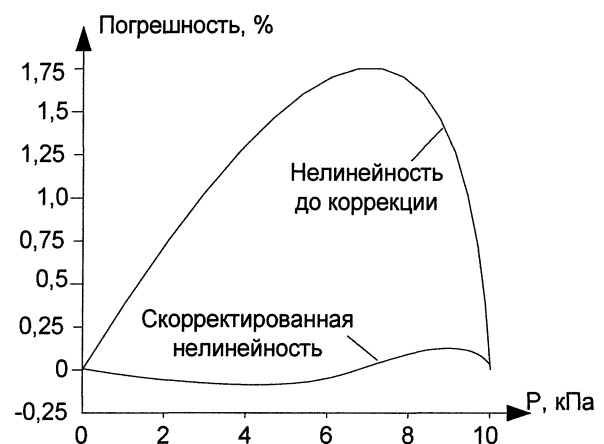


Рис. 6. Погрешность нелинейности до и после коррекции

Однако, если характеристика нелинейности измерительного преобразователя имеет S-образную форму (рис. 7), то она не может быть скорректирована с помощью стандартной процедуры микросхемы PGA 309 (рис. 8).

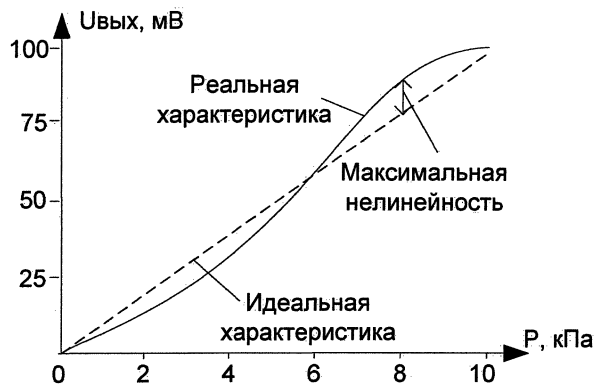


Рис. 7. Пример S-образной выходной характеристики измерительного преобразователя

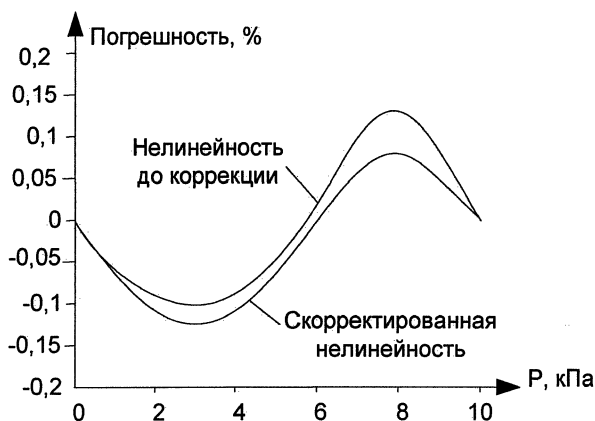


Рис. 8. Коррекция S-образной характеристики нелинейности

Таким образом, стандартная методика линейаризации, изложенная в описании PGA 309 [3], ориентирована на параболическую форму погрешности нелинейности. На практике погрешность нелинейности ФП датчиков весьма часто имеет S-образную форму. В связи с этим возникла необходимость в анализе вида функций преобразования ИП и создании алгоритмов, позволяющих использовать PGA 309 в ситуациях, исключающих использование стандартной процедуры линейаризации напрямую.

### 3. Алгоритмы линейаризации функций преобразования

Предлагается для линейаризации функции преобразования ИП определенного вида использовать один из трёх алгоритмов представленных на рис. 9

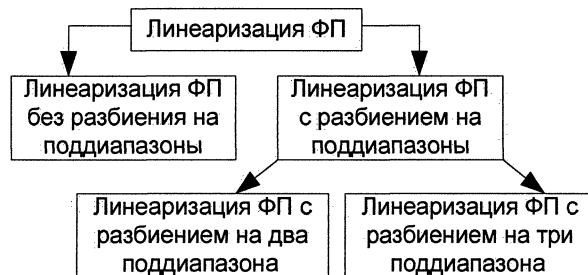


Рис. 9. Алгоритмы линейаризации функций преобразования

### 4. Линейаризация функции преобразования без разбиения на поддиапазоны

Данный алгоритм предполагает линейаризацию функции преобразования на выбранном диапазоне измерения (без разбиения его на поддиапазоны), а именно расчет коэффициента линейаризации, коэффициента усиления усилителя с плавной регулировкой, коэффициента смещения функции преобразования. Алгоритм представляет собой стандартную методику работы микросхемы PGA 309 и используется для корректировки *только параболической нелинейности*.

### 5. Линейаризация функции преобразования с разбиением на два поддиапазона

Данный алгоритм используется в случае, если функция преобразования ИП описывается полиномом третьей степени. Одним из свойств полинома третьей степени является наличие одной точки перегиба, то есть наша ФП будет иметь точку, в которой ее вторая производная будет равна нулю. Предлагается в качестве точки разбиения диапазона измерения на поддиапазоны, использовать точку перегиба ФП. Проведенные исследования показали, что чаще всего функция имеет перегиб в *середине диапазона измерения или вблизи него*, то есть в качестве точки разбиения выбирается середина диапазона. Далее производится расчет коэффициентов микросхемы на каждом участке (поддиапазоне) и последующая линейаризация функции преобразования на каждом из участков (поддиапазонов). Данный алгоритм позволяет скорректировать как параболическую, так и S-образную форму погрешности (рис. 10, 11). Проведенные исследования показали, что данная методика позволяет достичь лучших результатов (минимальной погрешности), чем предложенные ранее методики.

### 6. Линейаризация функции преобразования с разбиением на три поддиапазона

В ряде случаев *перегиб функции преобразования ИП смещен от середины диапазона к его краю*. Поэтому, при разбиении диапазона измерения на 2 поддиапазона не удастся достичь требуемой величины погрешности нелинейности. Необходим другой алгоритм коррекции.



Рис. 10. Исходная погрешность нелинейности (на двух поддиапазонах)

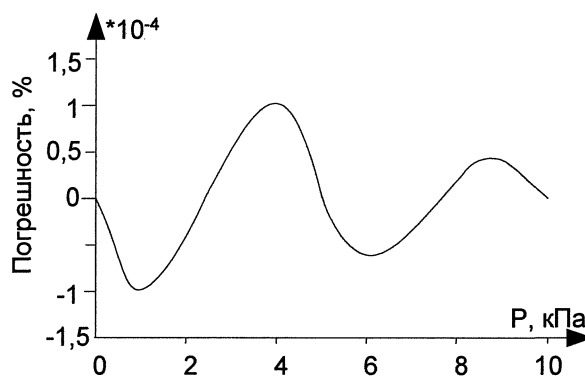


Рис. 11. Погрешность нелинейности после коррекции (на двух поддиапазонах)

Чтобы линеаризовать функцию преобразования с помощью микросхемы PGA 309, необходимо, чтобы погрешность нелинейности на участке линеаризации описывалась полиномом второй степени (имела параболическую форму). Для построения параболы достаточно знать 3 точки. По этим трем точкам можно построить единственную параболу, следовательно, разобьем весь наш диапазон измерения на три участка (поддиапазона). Таким образом, мы переходим к кусочно-полиномиальному описанию функции преобразования для нахождения погрешности нелинейности. Такой подход позволит уменьшить погрешность нелинейности в несколько раз, так как погрешность нелинейности находится не на всем диапазоне, а только на участке разбиения (поддиапазоне), где она значительно меньше (рис. 12). Далее производится расчет коэффициентов микросхемы для каждого участка в отдельности. Такой подход позволяет скорректировать как параболическую, так и S-образную погрешность (рис. 12, 13).

#### Заключение

1. Рассмотрен один из возможных путей коррекции функции преобразования аналоговых дат-

чиков путём применения программируемого усилителя PGA 309.

2. Принцип действия микросхемы PGA 309 позволяет линеаризовать только нелинейность в виде параболы. Исследования показали, что оптимальная коррекция достигается, когда погрешность выходного сигнала имеет максимум в середине диапазона или вблизи него. Однако S-образная характеристика нелинейности измерительного преобразователя не может быть скорректирована с помощью стандартной процедуры линеаризации микросхемы PGA 309.

3. Для линеаризации функции преобразования предложены три алгоритма: линеаризация на всем диапазоне измерения (без разбиения на поддиапазоны), линеаризация с разбиением на 2 поддиапазона и линеаризация с разбиением на 3 поддиапазона всего диапазона измерения. Алгоритм линеаризации функции преобразования без разбиения на поддиапазоны представляет собой стандартную методику линеаризации, заложенную в микросхему PGA 309. Линеаризация функции преобразования с разбиением на поддиапазоны предполагает кусочно-полиномиальное описание функции преобразования.



Рис. 12. Исходная погрешность на всем диапазоне и на трех поддиапазонах

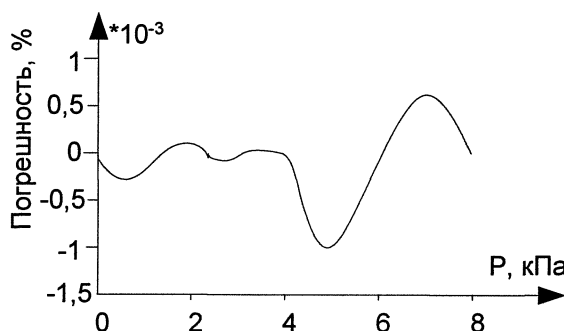


Рис. 13. Погрешность нелинейности после коррекции (разбиение на три поддиапазона)

4. Если функция преобразования ИП имеет параболическую нелинейность, рекомендуется использовать линейризацию на всем диапазоне. При S-образной нелинейности с перегибом в середине диапазона предлагается использовать линейризацию с разбиением диапазона измерения на 2 поддиапазона. При S-образной нелинейности с перегибом, смещенным относительно центра диапазона к его краю, целесообразно использовать линейризацию с разбиением диапазона на 3 поддиапазона.

5. Практическая ценность предложенных алгоритмов заключается в том, что стандартная методика линейризации позволяет уменьшить погрешность нелинейности примерно в 20 раз, причем, когда погрешность выходного сигнала имеет максимум в середине диапазона или вблизи него, а разработанные алгоритмы – снизить погрешность более чем в 200 раз для функций преобразования более сложного вида.

#### Литература

1. Капустин, Е.В. Программируемый усилитель измерительного моста / Е.В. Капустин, А.Ю. Ефремов // Студенческий вестник. Электронный научно-технический журнал. – 2005. – Октябрь. – [www.bru.mogilev.by/science/vesnik/Papers2005/05.pdf](http://www.bru.mogilev.by/science/vesnik/Papers2005/05.pdf)
2. Усилители, преобразователи данных, цифровые сигнальные процессоры, цифровые температурные сенсоры, интерфейсы, микроконтроллеры, контроллеры питания, управление питанием // Руководство по выбору промышленных решений. Texas Instruments. – [http://www.compel.ru/images/books/book\\_8.pdf](http://www.compel.ru/images/books/book_8.pdf)
3. PGA 309 Voltage Output Programmable Sensor Conditioner. User's Guide. – Texas Instruments Incorporated, 2005. – 148 p. – [www.mitracon.ru/pdf/TI/PGA 309.pdf](http://www.mitracon.ru/pdf/TI/PGA_309.pdf)

Поступила в редакцию 16 декабря 2009 г.



## ИНДЕКСАЦИЯ ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В.Ю. Гудков

## FINGERPRINT INDEXING

V.U. Gudkov

В работе предлагается метод расчета индексов дактилоскопического изображения на основе векторов состояния для частных признаков. Расчет одного индекса опирается на параметры векторов состояния, увязанных в цепь. Набор индексов служит ссылками в коллекции изображений.

*Ключевые слова:* отпечаток пальца, частный признак, вектор состояния, индексация.

This paper presents a method of fingerprint indexing based on the state vectors of minutiae. The parameters of state vectors fitted in chain are used to calculate the indexes. Data base references are the same as indexes.

*Keywords:* fingerprint, minutiae, state vector, indexing.

**Введение**

Изображения отпечатков пальцев или ладоней относятся к дактилоскопическим изображениям (ДИ). Они характеризуются частными признаками в виде окончаний и разветвлений линий [1]. Обычно модель частных признаков формируется в виде

$$L_m = \{M_i = \{(x_i, y_i), \alpha_i, t_i\} | i \in 1 \dots n\}, \quad (1)$$

где  $M_i$  – частный признак; мощность  $|L_m| = n$ ;  $i$  – номер частного признака;  $(x_i, y_i)$ ,  $\alpha_i$  и  $t_i$  – координаты, направление и тип  $M_i$ . Частные признаки детектируют по скелету изображения [1]. Координаты  $(x_i, y_i)$  определяются координатами вершины скелета. Направление  $\alpha_i$  как угол определяется цепью вершин скелета [2]. Тип  $t_i \in \{0, 1\}$  отражает валентность вершины скелета [2].

Идентификация ДИ на основе модели (1) неэффективна [1]. Поэтому вводят специальные метрики. Наиболее удачные из них отражают структуру узора, например в виде топологических векторов [3], уменьшающих ошибки распознавания. Однако сложный анализ, который необходимо выполнять при сопоставлении топологических векторов, снижает производительность процедуры идентификации личности. Первая попытка для преодоления этого недостатка сделана в [4] на основе векторов состояния, которые повышают производительность процедуры идентификации и практически не увеличивают ошибки распознавания. Но желаемого эффекта не достигается. На базах данных объемом в несколько миллионов дактилокарт установление личности может выполняться несколько часов.

Ключевым решением обозначенной проблемы является индексация изображений, что актуально в эпоху развития интернета с внушительным количеством фотографий, картин, документов и других источников данных. Индексация ДИ тоже актуальна, поскольку указывает магистральное направление для повышения производительности дактилоскопических систем. Однако в настоящее время неизвестно эффективных алгоритмов индексации ДИ [1].

**1. Вектор состояния частного признака**

Для каждого частного признака определяют один вектор состояния. Их множество записывают в виде

$$L_c = \{S_i = \{(c_j, n_j)\} | i \in 1 \dots n, j \in 1 \dots m_i\}, \quad (2)$$

где  $S_i$  – вектор состояния частного признака  $M_i$ ; мощность  $|L_c| = |L_m| = n$ ;  $i$  – номер вектора состояния, совпадающий с номером частного признака;  $j$  – номер связи в векторе состояния;  $c_j$  – состояние, сформированное частным признаком с номером  $n_j$ ,  $m_i$  – количество связей, зависящее от типа частного признака  $t_i$  по (1).

Опишем процедуру построения векторов состояния.

В области ясного ДИ выделяют линии и формируют стилизованное изображение в виде скелета [1]. По скелету детектируют окончания и разветвления. Их направления показаны на рис. 1. Направление указывает на область увеличения числа линий и параллельно касательной к скелету линии в малой окрестности частного признака.

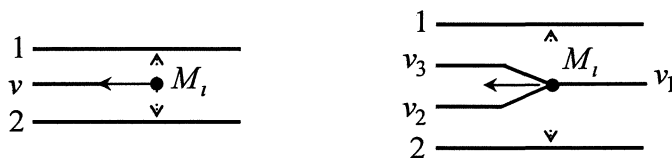


Рис. 1. Направление и две проекции от окончания и разветвления

Каждый частный признак  $M_i$  по (1) нумеруют и задают координатами, направлением как углом и типом. Затем от каждого частного признака фиксируют две проекции: вправо и влево перпендикулярно направлению частного признака на смежные скелетные линии номер 1 и 2 (на рис. 1 проекции на вершины скелета изображены пунктиром).

Выберем частный признак  $M_i$  и проведем через координаты  $(x_i, y_i)$  вправо и влево сечение на глубину нескольких линий  $m$  перпендикулярно касательным к пересекаемым линиям. Пронумеруем по спирали, разворачивающейся по часовой стрелке, рассеченные линии, которые назовем связями. Сечение проходит по кривой линии, параллельно направлению кривизны линий. Глубина сечения  $m$  варьируется:  $m \in 1 \dots 8$  вправо и также влево. Одна линия в сечении образует две связи. Центральная линия – одну или три связи по формуле

$$m_i = \begin{cases} 4m + 1, & \text{если } t_i - \text{окончание,} \\ 4m + 3, & \text{если } t_i - \text{разветвление.} \end{cases} \quad (3)$$

Вектор состояния определяют по сечению, изображенному на рис. 2 или рис. 3 пунктиром. Для этого прослеживают ход каждой связи от сечения до встречи на связи с другим частным признаком или с проекцией от него. На связях детектируют состояния:

1 – на связи частный признак или проекция от него, направление частного признака ориентировано навстречу ходу связи;

0 – на связи частный признак или проекция от

него, направление частного признака ориентировано по ходу связи.

С состоянием, детектированным на связи, ассоциируют номер частного признака, инициирующего это состояние. Так формируется вектор состояния, показанный в виде табл. 1 для окончания и табл. 2 для разветвления [4]. Здесь символ \_ – код пропуска.

На рис. 2 в сечении для окончания 19 пронумерованы связи 0–16 и частные признаки 20–28; вектор состояния представлен в табл. 1. На рис. 3 в сечении для разветвления 19 пронумерованы связи 0–18 и частные признаки 20–27; вектор состояния представлен в табл. 2. Код пропуска указывает на обрыв связи и запоминается в маске вектора состояния. Каждый бит состояния располагается в позиции, определяемой номером связи. При мутациях частных признаков вектор состояния меняется, но измененные номера связей рассчитываются [3].

**Определение 1.** Мутацией первого рода называется изменение типа частного признака без его перехода через линию.

**Определение 2.** Мутацией второго рода называется переход частного признака через линию с сохранением его типа.

Пусть  $S'_i$  и  $S''_i$  – два вектора состояний для частных признаков  $M'_i$  и  $M''_i$  с различных образцов ДИ. Быструю и грубую проверку степени подобия  $M'_i$  и  $M''_i$  выполняют сравнением  $S'_i$  и  $S''_i$  операцией ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ и подсчетом числа совпадающих бит с учетом масок векторов

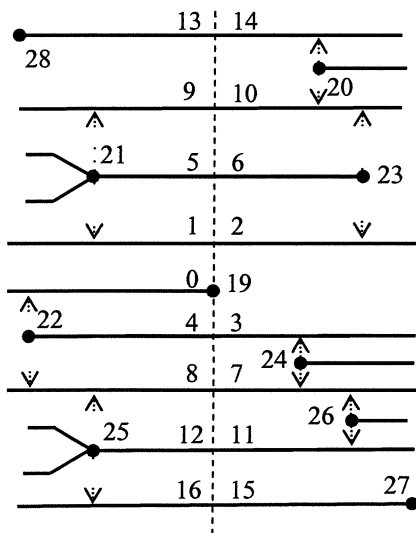


Рис. 2. Сечение для окончания

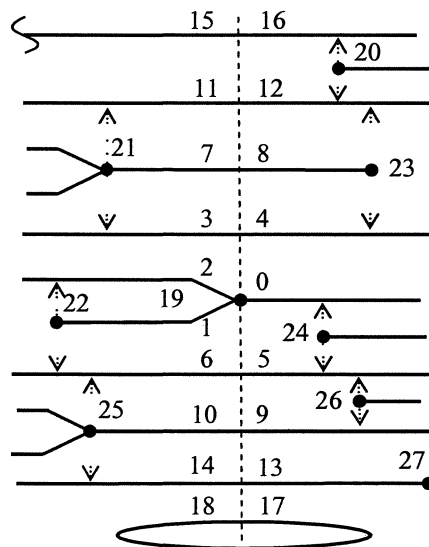


Рис. 3. Сечение для разветвления

Таблица 1  
Вектор состояния для окончания

Номер связи	Индекс	Состояние
0	22	1
1	21	0
2	23	1
3	24	0
4	22	1
5	21	0
6	23	1
7	24	0
8	25	0
9	21	0
10	20	0
11	26	0
12	25	0
13	28	1
14	20	0
15	27	1
16	25	0

Таблица 2  
Вектор состояния для разветвления

Номер связи	Индекс	Состояние
0	24	0
1	22	1
2	22	1
3	21	0
4	23	1
5	24	0
6	25	0
7	21	0
8	23	1
9	26	0
10	25	0
11	21	0
12	20	0
13	27	1
14	25	0
16	20	0
15, 17, 18	–	–

состояний (биты, отмеченные кодом пропуска, не сравнивают). Это число коррелирует со степенью подобия сравниваемых частных признаков. Данная операция позволяет ускорить процедуру идентификации ДИ в десятки раз [4].

**Теорема 1.** Вектор состояния устойчив по Ляпунову.

**Доказательство.** Выберем частный признак  $M_i$ . Для одного  $M_i$  рассчитывается один вектор состояния  $S_i$ . При мутации первого рода связи вектора  $S_i$  перенумеровываются. Поскольку мутация может быть правой или левой, для вектора  $S_i$  рассчитываются  $S_i^r$  и  $S_i^l$ . Однако их номера связей можно восстановить для сравнения с  $S_i$ . При этом код пропуска формируется на двух связях, образованных левой или правой крайней линией в сечении. Далее, при мутации второго рода рассчитываются другие векторы состояния  $S_i^r$  и  $S_i^l$ , для которых код пропуска формируется на четырех связях, образованных двумя левыми или правыми крайними линиями в сечении. Итак, для мутации, не превышающей род  $\delta(\varepsilon)$ , можно указать количество кодов пропуска, не превышающих величину  $\varepsilon$ . Выполняется устойчивость по Ляпунову [5].

## 2. Индексация изображения

Для вектора состояния  $S_i$ , на примере окончания (см. рис. 2) и разветвления (см. рис. 3) вычислим скалярное число переднего фронта  $F_i$  и заднего фронта  $B_i$ . Для этого по сечению выделим передний и задний фронт связей. Выписывая по порядку означенные связи, на основе табл. 1 построим два фронта для окончания в виде табл. 3 и табл. 4, а на основе табл. 2 – для разветвления в виде табл. 5 и табл. 6.

Выписывая сверху вниз из табл. 3–6 состояния, получим записи переднего фронта  $F^e = 00110001$  и заднего фронта  $B^e = 100011000$  для окончания, а также записи переднего фронта  $F^b = 00110001$  и заднего фронта  $B^b = \_00011000\_$  для разветвления. В записях объединим состояния, ассоциированные с одинаковым номером частного признака. Тогда  $F^e = 01001$  и  $B^e = 1010$ , а  $F^b = 01001\_$  и  $B^b = \_010\_$ . Припишем к записям лидирующую единицу:  $F^e = 101001$  и  $B^e = 11010$ , а  $F^b = 101001\_$  и  $B^b = 1\_010\_$ .

Запись есть число. Если встречается код пропуска, то число обнуляется:  $F^e = 101001$  и  $B^e = 11010$ , а  $F^b = 0$  и  $B^b = 0$ . Код пропуска формируется обрывом или замыканием связи. Тогда для каждого вектора состояния  $S_i$  рассчитывают ненулевое скалярное число переднего фронта  $F_i$  и заднего фронта  $B_i$ . Для увеличения вероятности расчета ненулевых значений  $F_i$  и  $B_i$  применяют:

- выбор изображения с большим числом частных признаков;
- увеличение глубины сечения при построении вектора состояния  $S_i$ ;
- уменьшение глубины сечения для расчета переднего фронта  $F_i$  и заднего фронта  $B_i$  по сравнению с глубиной сечения вектора состояния  $S_i$

**Определение 3.** Векторы состояния  $S_i$  и  $S_j$  называются центрально связанными, если состояния, ассоциированные с частными признаками  $M_j$  и  $M_i$ , располагаются на связях с минимальными номерами.

Таблица 3  
Передний фронт для окончания

Номер связи	Индекс	Состояние
14	20	0
10	20	0
6	23	1
2	23	1
3	24	0
7	24	0
11	26	0
15	27	1

Таблица 4  
Задний фронт для окончания

Номер связи	Индекс	Состояние
13	28	1
9	21	0
5	21	0
1	21	0
0	22	1
4	22	1
8	25	0
12	25	0
16	25	0

Таблица 5  
Передний фронт для разветвления

Номер связи	Индекс	Состояние
16	20	0
12	20	0
8	23	1
4	23	1
0	24	0
5	24	0
9	26	0
13	27	1
17	—	—

Таблица 6  
Задний фронт для разветвления

Номер связи	Индекс	Состояние
15	—	—
11	21	0
7	21	0
3	21	0
2	22	1
1	22	1
6	25	0
10	25	0
14	25	0
18	—	—

Построим простую цепь центрально связанных векторов состояния  $C = S_i, \dots, S_j$  такую, что скалярные числа  $F_k$  и  $B_k$ , или только  $F_k$ , или только  $B_k$  ненулевые, где  $k \in i \dots j$  и  $i, j \in 1 \dots n$ . Вычислим хеш-функцию  $h$  вида  $h(F_i, \dots, F_j)$ ,  $h(B_i, \dots, B_j)$  или  $h(F_i, \dots, F_j, B_i, \dots, B_j)$ , значение  $z$  которой

поместим в список индексов изображения  $I_m$ . Фиксируя длину различных простых цепей, вычислим возможные значения  $z$  хеш-функции.

**Определение 4.** Индексом изображения называется скалярная величина, вычисляемая на основе ненулевых чисел переднего и заднего фронтов, определяемых в цепи центрально связанных векторов состояния.

Таким образом, при индексировании ДИ выполняется отображение в виде

$$\Gamma: \{S_k \in L_c \mid k \in i \dots j\} \rightarrow I_m = \{z\}, \quad (4)$$

где  $S_k$  – вектор состояния частного признака  $M_k$  по (1) в модели  $L_c$  по (2);  $z$  – значение хеш-функции для ненулевых скалярных  $F_k$  и  $B_k$  в цепи длиной  $|C|$ .

#### Заключение

В работе предложены векторы состояния, приближенно характеризующие области частных признаков. Доказывается устойчивость векторов состояния при мутациях частных признаков, что

обеспечивает возможность расчета устойчивых скалярных значений переднего и заднего фронтов векторов состояния, увязывание которых в цепь определяет индекс ДИ. Для одного ДИ вычисляется несколько таких индексов, играющих роль ссылок в коллекции изображений. Ссылки используются процедурой идентификации ДИ для ее ускорения.

#### Литература

1. Maltoni, D. *Handbook of fingerprint recognition* / D. Maltoni, D. Maio, A.K. Jain. – New York: Springer-Verlag, 2003. – 348 p.
2. Новиков, Ф.А. *Дискретная математика для программистов: учебник для вузов* / Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2008. – 384 с.
3. Пат. 2185660 Российская Федерация, МПК G 06 K 9/52. Способ кодирования отпечатка папиллярного узора / В.Ю. Гудков, А.С. Боков. – № 2000118065/09; заявл. 07.07.2000; опубл. 20.07.2002; Бюл. № 20. – 13 с.
4. Пат. 2331108 Российская Федерация, МПК G 06 K 9/62. Способ сравнения отпечатков папиллярных узоров / Д.И. Аркабаев, В.Ю. Гудков. – № 2006140939/09; заявл. 20.11.2006, опубл. 10.08.2008; Бюл. № 22. – 17 с.
5. Афанасьев, В.Н. *Математическая теория конструирования систем управления* / В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов. – М.: Высшая школа, 1998. – 574 с.

Поступила в редакцию 21 декабря 2009 г.

## МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАРУШЕНИЙ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.С. Деева, А.Г. Щипицын

## METHODS OF MONITORING AND DIAGNOSTIC OF INFORMATION FAULTS OF INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS

A.S. Deeva, A.G. Shchipitsyn

В работе предлагаются методы решения задачи контроля и диагностики информационных нарушений избыточных инерциальных навигационных систем с использованием нейронных сетей, приводятся результаты численного моделирования.

*Ключевые слова:* информационные нарушения, инерциальные навигационные системы, нейронные сети, избыточные навигационные системы.

This paper presents the novel methods for solving the problem of monitoring and diagnostic of information faults of redundant inertial navigation systems using neural networks. The results of numerical simulation are presented.

*Keywords:* information faults, inertial navigation systems, neural networks, redundant navigation systems.

Со временем требования к точности и надежности навигационных систем повышаются. Понятие точности выработки навигационных параметров можно сопоставить с понятием информационной надежности, и ввести понятие информационных отказов. Информационные отказы могут возникать при исправной аппаратуре и проявляются превышением погрешности вырабатываемых навигационных параметров заданного уровня точности. Информационные нарушения – это аномальные изменения в погрешностях вырабатываемых параметров. Для повышения информационной надежности в инерциальных навигационных системах предусматривается:

1) периодическая коррекция вырабатываемой информации от внешних устройств, например, от гидроакустических лагов для морских подвижных объектов;

2) использование избыточных навигационных систем, например, дублированные инерциальные навигационные системы, выходы которых обрабатываются совместно в фильтре Калмана;

3) использование специализированных средств контроля и диагностики для своевременного обнаружения информационного нарушения или отказа.

Как правило, специализированные средства контроля и диагностики (КД) используются в избыточных навигационных системах для обнаружения информационных нарушений и позволяют

диагностировать отказавший чувствительный элемент в одной из навигационных систем. В инерциальных навигационных системах обычно используются акселерометры и гироскопы.

Сложность задачи заключается в том, что необходимо решать задачу на комплексном уровне, т.е. необходимо принимать решение о нарушении в чувствительном элементе, не зная его выходных сигналов, а только по вычисляемым навигационным параметрам. При этом нет возможности подать на вход тестовый сигнал. Кроме того, задача усложняется моделью погрешности инерциальных навигационных систем, которая описывается стохастическими дифференциальными уравнениями второго порядка и содержит шулеровский и случайный колебательные контуры.

Входными параметрами для алгоритмов контроля и диагностики информационных нарушений и отказов являются разности одноименных навигационных параметров, вырабатываемых разными навигационными системами. Решения, основанные на заданных допустимых диапазонах, при выходе из которых разностью навигационных параметров принимается решение о наличии информационного отказа, являются неэффективными из-за сложности модели погрешностей и наличия колебательных составляющих. В таких методах существует значительное запаздывание в обнаружении информационного отказа.

---

Деева Анастасия Сергеевна – инженер-математик кафедры прикладной математики ЮУрГУ; nastya@creograf.ru  
Щипицын Анатолий Георгиевич – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой систем управления ЮУрГУ; ags@susu.ac.ru

---

Deeva Anastasia Sergeevna – engineer-mathematician of Applied mathematics department of SUSU; nastya@creograf.ru  
Shchipitsyn Anatoly Georgievich – PhD, professor, head of Control systems department of SUSU; ags@susu.ac.ru

Гораздо более эффективны инерциальные методы, основанные на полигауссовской аппроксимации плотности распределения вероятности перехода системы из исправного состояния в одно из неисправных, а также вероятности сохранения исправного состояния, использующие банк фильтров Калмана, каждый из которых использует модель одного из возможных нарушений и один фильтр Калмана для исправного состояния. Эти методы требуют значительных вычислительных ресурсов.

Задача контроля заключается в определении факта наличия информационного отказа или нарушения. Задача диагностики связана с обнаружением чувствительного элемента, в котором возникло нарушение или отказ. При решении задачи контроля и диагностики информационных нарушений ставится цель диагностирования нарушений, среди которых не исключаются и достаточно малые, не приводящие к информационным отказам.

В статье описаны нейросетевые подходы к синтезу процедур контроля и диагностики информационных нарушений и отказов избыточной инерциальной навигационной системы движущегося объекта. С теоретической точки зрения, рассматриваемые подходы не имеют ограничений на тип движения объекта, но можно предположить, что в случаях летательных аппаратов и объектов со сложной динамикой технически не всегда возможно получить модели нейронных сетей, которые удовлетворяли бы всем требованиям точности и имели достаточно небольшой размер. Поэтому стоит ограничить применимость предлагаемых методов объектами наземного и водного транспорта.

Так как задача решается в бортовом вычислительном устройстве, то важными характеристиками разрабатываемых алгоритмов являются требования к ресурсам.

### 1. Постановка задачи

Контроль и диагностика информационных нарушений возможны только при наличии избыточной информации. Рассмотрим навигационную систему, состоящую из трех инерциальных навигационных систем (ИНС).

Для акселерометров информационные нарушения сводятся к смещениям нуля в проекциях на оси географического трехгранника, для гироскопов к ошибкам в составляющих скорости ухода по каждой из осей экваториального трехгранника.

Для моделирования нарушений используются скачкообразные случайные Марковские векторные процессы, так как они адекватно описывают поведение системы при возникновении дополнительных аномальных погрешностей.

Процесс возникновения нарушения описывается дискретной цепью Маркова. Пусть возможны  $N$  нарушений, сопоставим с каждым нарушением соответствующее состояние  $S^i$ ,  $i = 1 \dots N$ . Ситуации отсутствия нарушения соответствует состоя-

ние  $S^0$ . Каждому состоянию  $S^i$  цепи соответствует априорная вероятность  $p_0^i$ , а каждому переходу  $S^i \rightarrow S^j$  – переходная априорная вероятность  $p_0^{ij}$ .

Считается, что информационное нарушение может возникнуть лишь в одном чувствительном элементе одной ИНС. На интервале решения задачи ИНС не демпфируются и не корректируются от внешних устройств, средства коррекции отсутствуют.

Задача контроля и диагностики ИНС состоит из двух подзадач: КД географического трехгранника и экваториального трехгранника, т.е. соответственно информационных нарушений в акселерометрах и гироскопах. Эти задачи решаются с разными частотами, учитывающими колебания составляющих погрешностей построения географического и экваториального трехгранников с частотами шулеровского и суточного контуров соответственно. Задача КД географического трехгранника подразделяется на КД северной, восточной и вертикальной проекций нарушений в акселерометрах. А КД экваториального трехгранника – на КД процедуры построения оси Мира и осей в плоскости экватора. Далее более подробно описывается КД географического трехгранника.

Введем следующие обозначения:  $z_k$  – случайная векторная величина (измерения),  $z^k$  – последовательность случайных векторов  $z_0, z_1, \dots, z_k$  на интервале времени  $[0, k]$ ,  $Z_k$  – конкретная реализация случайной величины  $z_k$ ,  $Z^k$  – последовательность конкретных реализаций  $Z_0, Z_1, \dots, Z_k$  на интервале времени  $[0, k]$ . Измерения представлены линейной моделью:

$$z_k = x_k + v_k^i, \tag{1}$$

где  $v_k^i$  – белый шум, а вектор  $x_k$  задается выражением:

$$x_k = (\Delta s_{N,12}, \Delta s_{E,12}, \Delta s_{H,12}, \Delta s_{N,13}, \Delta s_{E,13}, \Delta s_{H,13}, \Delta s_{N,23}, \Delta s_{E,23}, \Delta s_{H,23}), \tag{2}$$

значения  $\Delta s_{N,ij}, \Delta s_{E,ij}, \Delta s_{H,ij}$  представляют собой попарные разности проекций приращений перемещений, вырабатываемых разными ИНС, на оси географического трехгранника:  $\Delta s_{N,ij} = s_{N,i} - s_{N,j}$ , а  $s_{N,i}$  в свою очередь, приращение значения перемещения, вырабатываемого в  $i$ -й ИНС.

На каждом шаге вычисляется апостериорная вероятность каждого состояния с учетом измерений, полученных на этом шаге и накопленных до текущего шага:

$$g_k^i = P(S_k^i | Z^k), \tag{3}$$

где  $k$  – шаг решения задачи,  $S_k^i$  – состояние системы,  $Z^k$  – накопленные измерения. Для вычисления этой плотности, необходимо [1] вычислить значение апостериорной плотности измерений, условная к измерениям предыдущего шага и состояниям системы на текущем и предыдущем шагах:

$$\rho_k^{ji} = f(Z_k | S_k^i, S_{k-1}^i, Z^{k-1}). \quad (4)$$

Если одно из состояний имеет наибольшую вероятность, и она превысила заданный уровень, то считается, что система находится в этом состоянии:

$$i_k^* = \arg \max_i g_k^i, g_k^i > A,$$

где  $A$  – некоторый заданный уровень для апостериорной вероятности.

Существует оптимальный алгоритм [1] решения задачи на основе рекуррентного соотношения для апостериорной вероятности состояний навигационной системы, реализация которого в явном виде невозможна.

## 2. Аппроксимация апостериорной плотности вероятности состояния системы банком вероятностных нейронных сетей с радиальными базисными элементами

Предлагается аппроксимировать выражение (4) для  $\rho_k^{ji}$  вероятностными нейронными сетями.

Апостериорная плотность  $\rho_k^{ji}$  распределения вероятности  $Z_k$  условная к накопленным измерениям на предыдущем шаге  $Z^{k-1}$  и состояниям системы на текущем  $S_k^i$  и предыдущем шаге  $S_{k-1}^i$  представляется в виде банка нейронных сетей, каждая из которых обучена на процедуру определения оценки плотности распределения для перехода между состояниями  $S_{k-1}^i \rightarrow S_k^i$

На вход сетей подаются значения измерений текущего и предыдущего шага, по входным сигналам каждая сеть формирует свою оценку плотности распределения вероятности, соответствующей переходу  $S_{k-1}^i \rightarrow S_k^i$ . Полученные оценки используются для вычисления апостериорных вероятностей  $g_k^i$  для каждого состояния системы, на основе которых принимается решение о состоянии системы.

Такой метод позволяет диагностировать малые нарушения практически без задержки. Однако объем памяти для хранения банка нейронных сетей растет пропорционально времени, в течение которого навигационная система работает в автономном режиме без коррекции от внешних источников информации. Этот метод эффективен, если время автономной работы не превышает двух-трех часов, а также в интегрированных навигационных системах.

Для случая с неограниченным временем предложено нормировать измерения каждого шага на единицу, но можно показать, что это привело к задержке в обнаружении нарушения и появлению ложных обнаружений.

В статье [3] данный подход описан более подробно с результатами численного моделирования и сравнения с методом многоальтернативной фильтрации [1].

## 3. Метод, основанный на самоорганизующейся карте Кохонена, обучаемой с учителем

Самоорганизующаяся карта Кохонена, обучаемая с учителем, позволяет при неограниченном времени автономной работы навигационной системы уменьшить количество «ложных» срабатываний и время обнаружений нарушений по сравнению с моделью, использующей банк вероятностных нейронных сетей.

Обучение сети выполняется следующим образом. Сначала нормированные измерения подаются на вход самоорганизующейся карты Кохонена. На втором шаге признакам, выделенным на первом шаге, назначались соответствующие состояния системы с использованием алгоритма квантования векторов обучения LVQ. Наличие второго шага позволило сократить среднее время обнаружения нарушения с 10 до 6 минут. Это можно считать неплохим результатом, учитывая то, что обнаруженное информационное нарушение может перейти в информационный отказ через гораздо больший интервал времени, а также то, что нарушение достаточно мало и не обнаруживается методом многоальтернативной фильтрации (рис. 1).

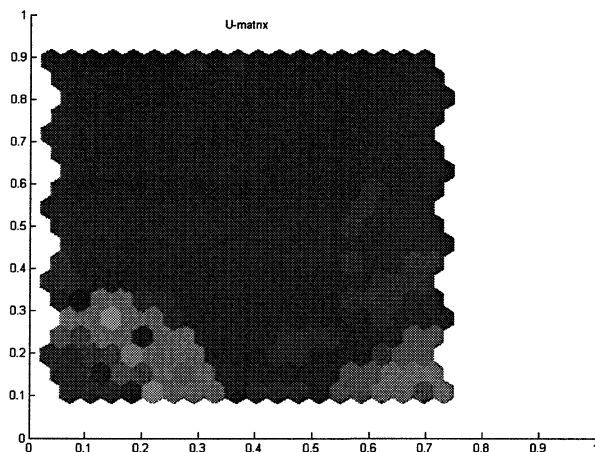


Рис. 1. Семантическая двумерная карта Кохонена после выполнения обучения

Обученная нейронная сеть не ограничена периодом автономности, работает при меньшем объеме памяти. Однако при принятии решения об отказе на одном шаге нельзя полностью избежать ошибок диагностики. Например, для колебательных контуров они могут возникать при пересече-

нии оси координат. Количество ошибок можно уменьшить, если ввести ограничения на разность одноименных параметров, вырабатываемых разными ИНС, вида

$$\Delta s_{N,12} > \varepsilon, \Delta s_{E,12} > \varepsilon, \Delta s_{H,12} > \varepsilon.$$

Выходной сигнал нейронной сети, соответствующий нарушению, будет соответствовать информационному нарушению только при выполнении данного условия.

#### 4. Использование нейросетевых предикторов

Учет динамики разностей вырабатываемых параметров позволяет решить проблему ложных обнаружений.

Предлагается метод контроля и диагностики, основанный на двух многослойных перцептронах с задержками во времени входных сигналов, используемых для прогнозирования измерений следующего шага: один обучен на измерениях с нарушением в одном из чувствительных элементов первой навигационной системы, а другой – без нарушений. И в зависимости от того, какая сеть лучше прогнозирует измерения текущего шага на основе измерений предыдущих шагов, принимается решение о наличии нарушения.

Для диагностики этого чувствительного элемента во второй и следующих навигационных системах входные сигналы нейронных сетей просто меняются местами.

Эффективность работы этого метода основана на качественном обучении и выборе подходящей архитектуры многослойного перцептрона, которая может меняться в зависимости от требований по точности и параметров модели погрешности.

На рис. 2 приведен пример работы обнаружения нарушения, возникшего в восточной составляющей третьей ИНС в момент времени  $t = 9000$  с. Принятие решения о наличии нарушения произошло в  $t = 9036$  с, то есть через 36 секунд.

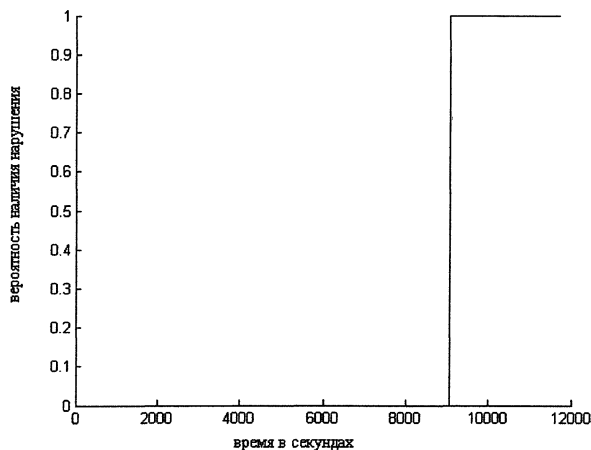


Рис. 2. Принятие решения о наличии нарушения

#### 5. Задача контроля и диагностики информационных нарушений как классификация динамики процесса

Многослойный перцептрон с задержками входных измерений во времени можно использовать для принятия решения о наличии нарушения по измерениям нескольких шагов.

На выходе сети получается вероятность наличия нарушения в одном чувствительном элементе первой навигационной системы. Для оценки нарушений в других ИНС необходимо поменять входные параметры местами. Такой подход используется для уменьшения объема нейронной сети.

Этот метод может использоваться для навигационных систем с ограниченным периодом автономности. Но период автономной работы может быть больше, чем в методе, описанном в пункте 2 этой статьи.

На рис. 3 отражен результат моделирования по принятию решения о наличии нарушения в восточной составляющей третьей ИНС, возникшего в момент времени  $t = 9000$  с, и обнаруженного спустя 74 секунды.

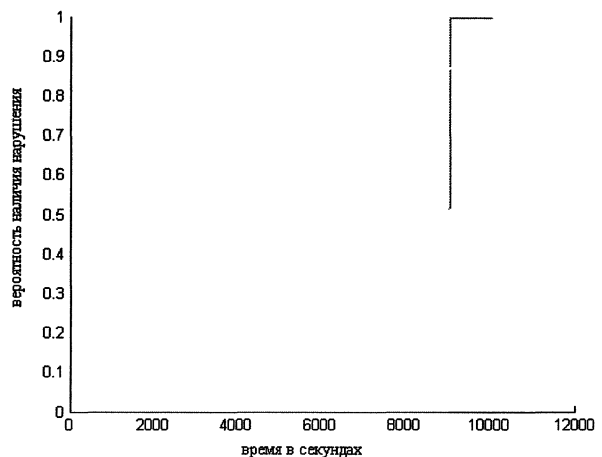


Рис. 3. Принятие решения о наличии нарушения

#### 6. Контроль и диагностика информационных нарушений дублированной навигационной системы

Сложность диагностики дублированных систем связана с тем, что тяжело обнаружить отказавший чувствительный элемент. Для диагностики отказавшего элемента необходимо привлекать дополнительную информацию помимо разности вырабатываемых навигационных параметров.

Описанный в предыдущем разделе способ может быть доработан для контроля и диагностики дублированной инерциальной навигационной системы.

Предложено использовать два многослойных перцептрона с задержками по времени входных сигналов. Один определяет факт наличия информационного нарушения по разности навигацион-



ных параметров (описанным выше способом). Второй определяет, в какой из двух инерциальных навигационных систем возникло нарушение (на основе разностей измерений между итерациями).

На рис. 4. представлены выходные сигналы второй нейронной сети, принимающей решение о том, в какой из двух ИНС возникло нарушение. Сигнал «-1» соответствует нарушению в первой ИНС, «+1» – во второй ИНС. На графике представлено нарушение, возникшее в восточной составляющей третьей ИНС в момент времени  $t = 8000$  с. Диагностика отказавшего элемента завершилась в  $t = 8906$  с, то есть через 15 минут и 6 секунд.

Метод не позволяет обнаруживать нарушения на границах колебательных контуров, когда значения погрешностей вырабатываемых параметров близко к нулю. Это не критично, так как в эти моменты наличие нарушения почти не влияет на точность вырабатываемых параметров.

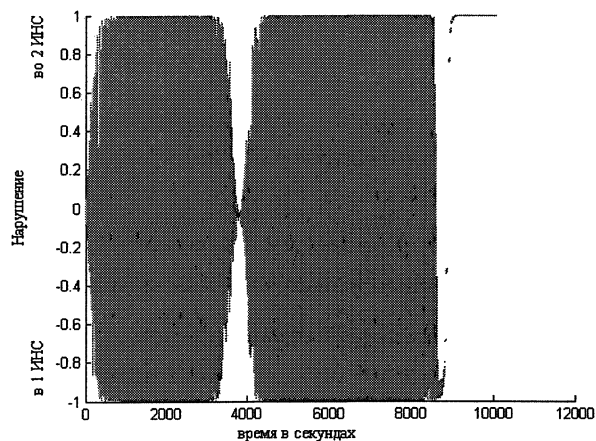


Рис. 4. Диагностика отказавшей ИНС

#### Заключение

В работе описано несколько нейросетевых подходов решения задачи контроля и диагностики информационных нарушений избыточных инерциальных навигационных систем.

Подход, основанный на вероятностных нейронных сетях, позволяет моментально диагностировать информационные нарушения навигационных систем с небольшим временем автономной работы.

Для случаев с неограниченным временем работы описан подход, основанный на использовании многослойного персептрона с задержками по времени во входном слое.

Для навигационных систем с неограниченным временем автономной работы, допускающих возможность ложных обнаружений могут быть использованы метод с самоорганизующейся картой Кохонена или метод классификации измерений с помощью многослойного персептрона.

Для дублированных систем с ограниченным временем автономной работы предложен подход, позволяющий диагностировать отказавший элемент.

Предложенные подходы для систем с ограниченным временем автономной работы позволяют более оперативно обнаруживать ИН, по сравнению с методом, основанным на многоальтернативной фильтрации [1]. При этом использование вероятностных нейронных сетей позволяет мгновенно обнаруживать малые нарушения [3]. Подходы для системы с неограниченным временем автономной работы показали скорость обнаружения ИН, сопоставимую с подходом многоальтернативной фильтрации. При этом все описанные нейросетевые методы к решению задачи КД работают в десятки раз быстрее алгоритмов, основанных на многоальтернативной фильтрации.

В целом, выбор метода контроля и диагностики для конкретной навигационной системы зависит от области применения, характера движения объекта, требований точности и возможностей вычислительной системы. Для качественного решения задачи важно правильно сформировать обучающую выборку и подобрать оптимальную архитектуру конкретной модели нейронной сети.

#### Литература

1. Дмитриев, С.П. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем / С.П. Дмитриев, Н.В. Колесов, А.В. Осипов. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 207 с.
2. Деева, А.С. Моделирование погрешности определения навигационных параметров инерциальной навигационной системы / А.С. Деева, А.Г. Щипицын // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 4, № 14(69). – С. 71–74.
3. Деева, А.С. Контроль и диагностика избыточной инерциальной навигационной системы / А.С. Деева, А.Г. Щипицын // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2007. – Вып. 5, № 7(79). – С. 12–17.
4. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд., испр. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2006. – 1104 с.
5. Kohonen, T. The self-organizing map, 3 edition / T. Kohonen. – New York: Springer, 2001. – 501 p.
6. Mandic, D. Recurrent neural networks for prediction: learning, algorithms, architectures, and stability / D. Mandic. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. – 285 p.

Поступила в редакцию 24 сентября 2007 г.

# ДУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

*Е.Ю. Алексеева, А.А. Беседин*

## DUAL CONTROL BY EXTREMAL SYSTEM IN CONDITION OF UNCERTAINTY

*E.Y. Alekseeva, A.A. Besedin*

Рассматривается задача минимаксно-оптимального управления статическим экстремальным объектом в условиях параметрической неопределенности. Целью управления с обратной связью является минимизация максимального суммарного отклонения от экстремума. Строится приближенное решение задачи на основе оценки функционала. Обсуждается связь предлагаемого алгоритма с дуальным управлением. Выполнено имитационное моделирование алгоритма управления.

*Ключевые слова:* минимаксно-оптимальное управление, статический экстремальный объект, параметрическая неопределенность, дуальное управление.

The task of min-max control by static extremal system in condition of parametric uncertainty is considered. Feedback control performance criteria is minimization of maximal additive difference between output value and extremum value. Approximated solution based on estimate performance criteria is desired. Relationship between solution and dual control are discussed. Algorithm simulation is done.

*Keywords:* min-max control, static extremal system, parametric uncertainty, dual control.

### Введение

В работе [1] построено асимптотически оптимальное дуальное управление экстремальными объектами в условиях вероятностной определенности – распределения вероятностей всех неопределенных факторов задачи считались известными. В данной работе эти допущения снимаются, строится дуальное управление экстремальным объектом в предположении, что все неопределенные факторы принадлежат заданным информационным множествам.

### 1. Постановка задачи

В качестве цели управления в условиях вероятностной определенности принимается оптимизация среднего значения некоторого функционала качества. В случае же отсутствия распределений целью управления обычно является минимизация максимально возможного ущерба по всем точкам информационного множества – гарантированное управление.

Как и в [1], считаем, модель объекта имеет вид  $X_i = \Phi^T(u_i)\mathbf{a}$ ,  $Y_i = X_i + \varepsilon_i$ , (1) где  $X_i$  – выход объекта;  $u_i$  – управляющее воздей-

ствие;  $\Phi(u_i)$  – вектор базисных функций;  $\mathbf{a}$  – вектор неизвестных коэффициентов объекта,  $\mathbf{a}$  принадлежит множеству  $A_0$  – априорному информационному множеству;  $Y_i$  – результат измерения выхода  $X_i$  объекта;  $\varepsilon_i$  – ошибка измерения,  $|\varepsilon_i| \leq \Delta$ ,  $\Delta$  – заданная предельная ошибка измерения.

Неформальной целью управления является поддержание состояния  $X_i$  возможно ближе к точке экстремума. Пусть для определенности экстремум – минимум. Предполагается, что существует  $u^*$  на множестве  $U$  допустимых управлений, для которой  $X(u^*) \leq X(u)$  для всех  $u$  из  $U$ . Тогда в качестве критерия оптимальности управления можно принять минимизацию максимально возможной суммы отклонений  $X(u_n) - X(u^*)$  на всем интервале управления  $1 \leq n \leq N$ :

$$Q = \min_{u_1, u_2, \dots, u_n} \max_{\mathbf{a}, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N} \sum (x(u_n) - x(u^*)). \quad (2)$$

Оптимальное управление отыскивается в классе функций с обратной связью  $u_n = u_n(y_1, y_2, \dots, y_{n-1})$ . Управление должно использовать всю информацию, полученную к моменту его выбора. Очевидно, что гарантированное значение функционала (2) определяется априорным множеством  $A_0$ .

**Алексеева Елена Юрьевна** – канд. хим. наук, доцент кафедры прикладной математики ЮУрГУ; [lobova@prima.susu.ac.ru](mailto:lobova@prima.susu.ac.ru)

**Беседин Александр Александрович** – канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики ЮУрГУ, [besedin@prima.susu.ac.ru](mailto:besedin@prima.susu.ac.ru)

**Alekseeva Elena Yurievna** – PhD, associate professor of Applied mathematics department of SUSU; [lobova@prima.susu.ac.ru](mailto:lobova@prima.susu.ac.ru)

**Besedin Aleksandr Aleksandrovich** – PhD, associate professor of Applied mathematics department of SUSU; [besedin@prima.susu.ac.ru](mailto:besedin@prima.susu.ac.ru)

Для определенности рассмотрим объект второго порядка

$$x(u) = a_1 u^2 + a_2 u + a_3,$$

где  $a = (a_1, a_2, a_3) \in A_0$ .

Очевидно, что функционал (2) можно записать в виде

$$Q = \min_{u_1, u_2, \dots, u_N} \max_{a, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N} \sum_{n=1}^N a_1 (u_n - u^*)^2, \quad u^* = -a_2 / 2 / a_1.$$

Константу  $a_1$  также можно опустить, так как она не повлияет на значение оптимального управления. Таким образом, критерием оптимальности управления будем считать

$$Q = \min_{u_1, u_2, \dots, u_N} \max_{a, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N} \sum_{n=1}^N (u_n - u^*)^2. \quad (3)$$

Считаем, что множество  $A_0$  выпуклое, ограниченное и замкнутое, при этом множество значений  $u^*$  представляет отрезок  $\underline{u}^* \leq u^* \leq \bar{u}^*$ .

## 2. Оценивание параметров

По мере поступления наблюдений  $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$  информационное множество для параметров  $a$  может сужаться, и, очевидно, оптимальная стратегия управления должна в пределе точно определять положение экстремума  $u^*$ . Первой задачей, которую необходимо решать в процессе управления является задача уточнения информационного множества  $A_n$  – множества возможных (допустимых) значений вектора  $a$  после получения измерений  $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$ .

$A_n$  строится как пересечение  $A_{n-1}$  и множества решений неравенства

$$y_n - \Delta \leq a_1 u^2 + a_2 u + a_3 \leq y_n + \Delta.$$

Этой задаче посвящена обширная литература, и мы считаем, что для ее решения использован один из предлагаемых алгоритмов [2].

## 3. Приближенное решение

Пусть  $N = 1$  (одношаговая задача). Тогда оптимальное управление  $u_1$  определяется из условия

$$\min_{u_1} \max_a (u_1 - u^*)^2 = \min_{u_1} \max_{u^*} (u_1 - u^*)^2, \quad (4)$$

где  $\underline{u}^* \leq u^* \leq \bar{u}^*$ .

Решение этой задачи очевидно. При зафиксированном  $u_1$  максимум по  $u^*$  достигается на концах интервала  $[\underline{u}^*, \bar{u}^*]$ , в точке наиболее удаленной от  $u_1$ . Значение функционала (4) будет минимальным по  $u_1$ , если максимальное расстояние  $u_1$  от точек  $\underline{u}^*, \bar{u}^*$  будет наименьшим. Этому условию удовлетворяет средняя точка  $u_c$ :

$$u_c = \frac{(\underline{u}^* + \bar{u}^*)}{2}$$

Для любой точки, отличной от  $u_c$ , максимальное расстояние до концов будет более половины интервала  $[\underline{u}^*, \bar{u}^*]$  и тем самым значение функционала увеличивается (по сравнению с  $u_c$ ).

Гарантированное значение функционала в одношаговой задаче:

$$Q = (u_c - \underline{u}^*)^2 = (u_c - \bar{u}^*)^2 = \frac{(\underline{u}^* - \bar{u}^*)^2}{4}. \quad (5)$$

Рассмотрим случай  $N=2$  (двухшаговая задача). Зафиксируем некоторое управление  $u_1$ , тогда

$$Q = \min_{u_2} \max_{u^*} ((u_1 - u^*)^2 + (u_2 - u^*)^2). \quad (6)$$

Точное решение задачи (6), видимо, невозможно. Получим приближенное решение (6), построив гарантированную оценку сверху для второго слагаемого (6).

Управление  $u_2$  должно выбираться после поступления измерения  $y_1$ .

При этом неизвестные параметры модели удовлетворяют неравенству:

$$y_1 - \Delta \leq a_1 u_1^2 + a_2 u_1 + a_3 \leq y_1 + \Delta. \quad (7)$$

Отсюда имеем

$$\frac{y_1 - \Delta - a_3}{a_1 u_1} \leq u_1 + \frac{a_2}{a_1} \leq \frac{y_1 + \Delta - a_3}{a_1 u_1},$$

$$\frac{y_1 - \Delta - a_3}{a_1 u_1} - u_1 \leq \frac{a_2}{a_1} \leq \frac{y_1 + \Delta - a_3}{a_1 u_1} - u_1.$$

Учитывая, что  $u^* = -a_2 / 2 / a_1$ , получим, что

$$\bar{u}^*(y_1) - \underline{u}^*(y_1) = \frac{\Delta}{a_1 u_1}.$$

Соответственно, второе слагаемое в (6) будет не более:

$$(u_2 - u^*)^2 \leq \frac{\Delta}{4 a_1^2 u_1^2} \leq \frac{1}{4} \frac{\Delta^2}{u_1^2 a_1^2} = \frac{\alpha}{u_1^2}, \quad (8)$$

где  $\alpha = \frac{1}{4} \frac{\Delta^2}{a_1^2}$ ,  $a_1$  выбирается из информационного множества  $A_1$ .

С учетом оценки (8)  $u_1$  определяется условием

$$u_1 = \arg \min_{u_1} (\max((u_1 - \underline{u}^*)^2, (u_1 - \bar{u}^*)^2) + \frac{\alpha}{u_1^2}). \quad (9)$$

Численное решение этой задачи достаточно просто. Из выражения (9) видно, что влияние будущего (второе слагаемое в (6)) приводит к отклонению оптимального значения  $u_1$  от середины отрезка  $[\underline{u}^*, \bar{u}^*]$ , так как второе слагаемое уменьшается с увеличением  $u_1$ . Увеличение  $u_1$  уменьшает длину интервала неопределенности положения экстремума. В этом заключается дуальный эффект управляющего воздействия. Для сравнения, в [1] управляющее воздействие выбиралось из условия минимума суммы оценки текущего от-

клонения от экстремума и взвешенной неопределенности положения экстремума, вычисляемой по матрице ковариаций параметров объекта.

Для решения задачи при произвольном числе шагов процесса управления используем подход, примененный в [1] – метод замкнуто-разомкнутого управления. Считаем, что после получения  $u_1$  система размыкается и дальнейшие измерения не поступают в устройство управления. В этом случае выбор всех последующих управлений повторяет (8), и все слагаемые в функционале

$$Q(u_1) = \min_{u_2, u_3, \dots, u_N} \max_{u^*} ((u_1 - u^*)^2 + \sum_{k=2}^N (u_k - u^*)^2)$$

(кроме первого) оцениваются согласно (8). Вместо (9) мы получим алгоритм выбора  $u_1$ :

$$u_1 = \arg \min_{u_1} (\max((u_1 - \underline{u}^*)^2, (u_1 - \bar{u}^*)^2) + \frac{(N-1)\alpha}{u_1^2}) \quad (10)$$

Из (10) следует, что вес добавки на изучение объекта растет при увеличении длительности интервала управления, что соответствует здравому смыслу и результатам [1].

Принятая оценка будущего значения функционала, очевидно завышена, так как с учетом дополнительных измерений положение экстремума будет известно точнее, чем предполагается.

Численное моделирование предложенных алгоритмов управления подтвердило теоретические положения.

### Заключение

Изложенный выше подход применим к другим типам задач адаптивного управления. Причем здесь более прозрачно, чем в стохастически определенном случае, виден смысл понятия дуального управления (впервые введенного А.А. Фельдбаумом [3]). Изучающая сторона дуальности управляющего воздействия заключается в оптимальном (в смысле конечного результата) уменьшении информационного множества – множества неопределенности параметров адаптации.

### Литература

1. Беседин, А.А. Субоптимальный алгоритм оптимизации статического объекта в условиях помех / А.А. Беседин, В.А. Цыганков // Известия Академии наук СССР Техническая кибернетика. – 1975. – № 5. – С. 59–64.
2. Ширяев, В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации / В.И. Ширяев // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1994. – № 3. – С. 229–237
3. Фельдбаум, А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем / А.А. Фельдбаум. – М.: Наука, 1966.

Поступила в редакцию 26 апреля 2009 г.

# ОДНА ЗАДАЧА ИМПУЛЬСНОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ СКОРОСТИ УБЕГАЮЩЕГО

*В.И. Ухоботов, О.В. Зайцева*

## ABOUT ONE PROBLEM OF IMPULSE PURSUIT AT THE LIMITED VELOCITY OF THE ESCAPING

*V.I. Ukhobotov, O.V. Zayceva*

Преследователь управляет реактивной силой точки переменной массы. Убегающий управляет ограниченной по величине скоростью. Найлены оптимальное время преследования и оптимальные управления игроков.

*Ключевые слова:* импульсное преследование, область поражения, оптимальные управления.

The persecutor operates jet force of a point of variable weight. Escaping operates the speed limited on size. Optimum time of pursuit and optimum managements of players are found.

*Keywords:* impulse pursuit, defeat area, optimum managements.

### Введение

В работе [1] рассмотрена игровая задача преследования, в которой преследователь управляет точкой переменной массы, движущейся только под действием реактивной силы. Убегающий управляет своей ограниченной по величине скоростью.

В статье рассматривается усложненный вариант задачи, когда на точку переменного состава действует сила, пропорциональная ее скорости.

Движение точки переменной массы описывается уравнением Мещерского [2], которое в соответствующих безразмерных величинах запишем в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{u}, \quad \dot{m} = -m \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}. \quad (1)$$

Здесь вектор  $\mathbf{x} \in R^n$  задает положение точки;  $\mathbf{u} \in R^n$  – скорость точки;  $\mathbf{u}$  – вектор относительной скорости отделяющихся частиц, норма  $\|\mathbf{u}\| = a$  которого является постоянной;  $m(t) = 1 + m_1(t)/m_0$ , где  $m_1(t)$  – масса топлива в момент времени  $t$ ,  $m_0$  – неизменяемая часть массы.

Условие неперерасхода имеющегося запаса топлива  $m_1(t) \geq 0$  принимает вид

$$m(t) \geq 1. \quad (2)$$

Считаем, что наряду с непрерывным изменением массы  $m(t)$  в отдельные моменты времени  $t$  может происходить мгновенное отделение конечного количества массы  $0 < \Delta m \leq m(t) - 1$  со скоростью  $\mathbf{u}(t)$ . Это приводит к мгновенному изменению скорости [2]

$$\mathbf{y}(t+) = \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t) \ln \frac{m(t+)}{m(t)}, \quad m(t+) = m(t) - \Delta m. \quad (3)$$

Положение убегающего задается вектором  $\mathbf{z} \in R^n$ , и его уравнение движения имеет вид

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{v}, \quad \|\mathbf{v}\| \leq 1. \quad (4)$$

Задано число  $\varepsilon > 0$ , с помощью которого цель преследования записывается неравенством

$$\|\mathbf{z}(t) - \mathbf{x}(t)\| \leq \varepsilon. \quad (5)$$

### 1. Формулировка результатов

Введем в рассмотрение функцию

$$g(t, \varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon - t, & \text{при } 0 \leq t \leq \varepsilon, \\ -(1 - e^{-t}) \ln \frac{e^t - 1}{e^\varepsilon - 1}, & \text{при } \varepsilon \leq t. \end{cases} \quad (6)$$

Обозначим  $S = \{s \in R^n : \|s\| \leq 1\}$  – круг единичного радиуса с центром в начале координат.

**Ухоботов Виктор Иванович** – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой теории управления и оптимизации Челябинского государственного университета; alex62@ph.chel.ru

**Зайцева Оксана Витальевна** – старший преподаватель кафедры теории управления и оптимизации Челябинского государственного университета; alex62@ph.chel.ru

**Ukhobotov Victor Ivanovich** – PhD, professor, head of Theory of management and optimization department of Chelyabinsk State University; alex62@ph.chel.ru

**Zayceva Oksana Vitalievna** – senior lecturer of Theory of management and optimization department of Chelyabinsk State University; alex62@ph.chel.ru

При  $0 \leq t \leq \ln(1 + (e^\varepsilon - 1)m^a) = T(m, \varepsilon)$  (7)

обозначим

$$K(y, m, \varepsilon, t) = \bigcup_{0 \leq s \leq t} \left( (1 - e^{-s})y + [a(1 - e^{-s}) \ln m + g(s, \varepsilon)]S \right) \quad (8)$$

**Теорема 1.** Пусть начальное состояние таково, что

$$z \in x + K(y, m, \varepsilon, T(m, \varepsilon)). \quad (9)$$

Тогда убегающий может построить свое управление таким образом, что

$$\|z(t) - x(t)\| > \varepsilon \text{ при всех } t \geq 0 \quad (10)$$

и при любом поведении преследователя.

Пусть в (9) стоит включение. Тогда, как следует из вида множества (8), существует число  $0 \leq T_0 \leq T(m, \varepsilon)$  такое, что при  $t = T_0$  выполнено включение

$$z \in x + K(y, m, \varepsilon, t), \quad (11)$$

а при любом  $0 \leq t < T_0$  включение (11) не выполнено.

**Теорема 2.** Преследователь может построить свое управление таким образом, что при некотором  $0 < t \leq T_0$  будет осуществлена поимка (5) при любом поведении убегающего.

**Теорема 3.** Для любого  $0 < T < T_0$  убегающий может построить свое управление таким образом, что неравенство (10) будет выполнено при всех  $0 \leq t \leq T$  и при любом поведении преследователя.

### 2. Задача преследования

Рассмотрим начальное состояние

$$z = z(0), x = x(0), y = y(0), m = m(0) > 1,$$

у которого  $\|z(0) - x(0)\| > \varepsilon$  и выполнено включение (9). Тогда минимальный корень  $p = t$  включения (11) является минимальным неотрицательным корнем уравнения

$$\begin{aligned} & \|z(0) - x(0) - (1 - e^{-p})y(0)\| = \\ & = a(1 - e^{-p}) \ln m(0) + g(p, \varepsilon). \end{aligned} \quad (12)$$

Пусть  $0 < p \leq \varepsilon$ . Преследователь мгновенно выбрасывает все топливо со скоростью (рис. 1)

$$u = -a \frac{w}{\|w\|}, w = z(0) - x(0) - (1 - e^{-p})y(0). \quad (13)$$

Тогда из формулы (12), используя формулу (3), при  $t = 0$  и  $\Delta m = m(0) - 1$ , получаем, что

$$\|z(0) - x(0) - (1 - e^{-p})y(0+)\| = \varepsilon - p.$$

Отсюда и из уравнений движения (1) и (3) следует, что для любого измеримого управления  $\|v(t)\| \leq 1$  убегающего в момент времени  $t = p$  будет осуществлена поимка (5).

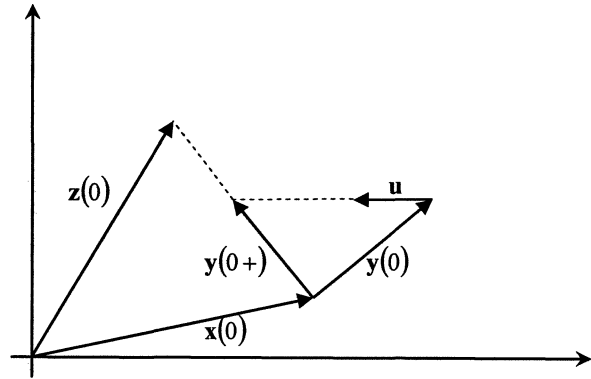


Рис. 1

Пусть  $\varepsilon < p$ . Тогда из формул (6) и (12) получим, что

$$\begin{aligned} & \|z(0) - x(0) - (1 - e^{-p})y(0)\| = \\ & = (1 - e^{-p}) \left( a \ln m(0) - \ln \frac{e^p - 1}{e^\varepsilon - 1} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Преследователь мгновенно выбрасывает топливо

$$\Delta m = m(0) - \left( \frac{e^p - 1}{e^\varepsilon - 1} \right)^{1/a} \geq 0$$

со скоростью (13). Тогда из формулы (14) следует, что

$$\begin{aligned} & z(0) - x(0) - (1 - e^{-p})y(0+) = 0, \\ & m(0+) = \left( \frac{e^p - 1}{e^\varepsilon - 1} \right)^{1/a} \geq 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Чтобы записать правило выбора управления преследователя при  $0 < t \leq p - \varepsilon$  введем переменную

$$w(t) = z(t) - x(t) - (1 - e^{-p+t})y(t). \quad (16)$$

Тогда из уравнений движения (1) и (4) следует, что

$$w(t) = \gamma u + v, \dot{m}(t) = -\frac{\gamma}{1 - e^{-p+t}} m(t). \quad (17)$$

Догоняющий берет

$$u = -a \frac{w(t)}{\|w(t)\|} \text{ и } \gamma = a^{-1} \text{ при } \|w(t)\| > 0,$$

любое  $\|u\| = a$  и любое  $0 \leq \gamma \leq a^{-1}$  при  $\|w(t)\| = 0$ . (18)

Пусть убегающий выбрал произвольное измеримое управление  $\|v(t)\| \leq 1$  при  $0 \leq t \leq p - \varepsilon$ . Тогда уравнения (17) с управлением (18) и с начальными условиями  $w(0+) = 0$  и  $m(0+) \geq 1$  имеют решения  $w(t)$  и  $m(t)$ , определенные при  $0 \leq t \leq p - \varepsilon$  [3]. Из второго уравнения (17) и из значения  $m(0+)$  (15) можно получить, что при  $0 < t \leq p - \varepsilon$  выполнено условие (2). Показывается, что  $w(t) = 0$  при всех  $0 \leq t \leq p - \varepsilon$  [1]. Отсюда и из (16) следует, что скорость преследователя направлена на убегающего.

На оставшемся промежутке времени  $p - \varepsilon < t \leq p$  преследователь не осуществляет выброс массы, т.е.  $m(t) = m(p - \varepsilon)$ . Тогда, как и в случае  $0 < p \leq \varepsilon$ , показывается, что в момент времени  $t = p$  будет осуществлена поимка (5).

### 3. Задача убегания

Для построения управления убегающего потребуются некоторые свойства множества (8).

**Лемма 1.** Множество (8) является замкнутым, ограниченным и выпуклым.

**Доказательство.** Замкнутость и ограниченность множества (8) следует из непрерывности по  $s$  функции  $g(s, \varepsilon)$ . Для доказательства его выпуклости перейдем к новой переменной  $\tau = 1 - e^{-s}$ . Тогда множество (8) представимо в виде

$$\bigcup_{0 \leq \tau \leq \tau(t)} (\tau y + [\tau a \ln m + G(\tau, \varepsilon)]S). \quad (19)$$

Здесь  $G(\tau, \varepsilon) = g(-\ln(1 - \tau), \varepsilon)$ . Производная по  $\tau$  функции  $G$  убывает. Следовательно, эта функция вогнута по  $\tau$ . Из вогнутости следует выпуклость множества (19).

На рис. 2 изображено множество (8), обозначенное буквой  $K$ .

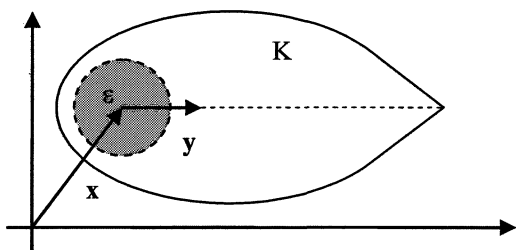


Рис. 2

**Лемма 2.** Пусть выполнено условие (9). Тогда существует вектор  $\|\psi\| = 1$  такой, что

$$\langle z - x - (1 - e^{-s})y, \psi \rangle > a(1 - e^{-s}) \ln m + g(s, \varepsilon) \quad (20)$$

при всех  $s \geq 0$ .

Здесь посредством  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  обозначено скалярное произведение.

**Доказательство.** Из (9) следует, что вектор  $z - x$  не принадлежит множеству (19), в котором объединение берется по  $0 \leq \tau \leq \tau_0$ , где

$$\tau_0 = \tau(T(m, \varepsilon)) = \frac{(e^\varepsilon - 1)m^a}{1 + (e^\varepsilon - 1)m^a}.$$

Далее,  $G(\tau_0, \varepsilon) = 0$  и производная  $\dot{G}(\tau_0, \varepsilon) < 0$ . Применяя лемму из работы [1], найдем требуемый вектор  $\psi$

Геометрический смысл неравенства (20) заключается в том, что отделяет точку  $z$  от выпуклого множества (8) (рис. 3).

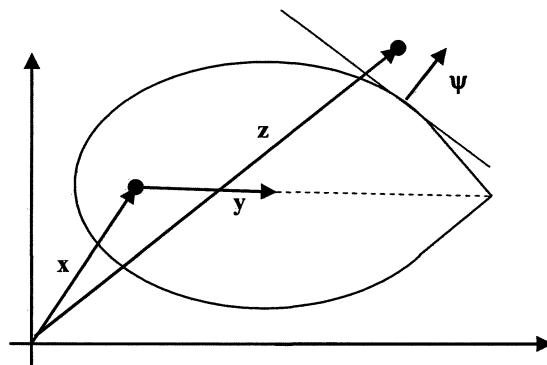


Рис. 3

**Лемма 3.** При любых  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > 0$  и  $t > 0$  выполнено неравенство

$$g(t, \varepsilon_1) > g(t, \varepsilon_2) + \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \quad (21)$$

**Лемма 4.** При любых  $\varepsilon > 0, 0 \leq t \leq T(m, \varepsilon), r > 0, m \geq 1$  выполнено неравенство

$$g(t+r, \varepsilon) - g(t, \varepsilon) + a(e^{-t} - e^{-(t+r)}) \ln m \geq -r + r \ln \frac{e^\varepsilon - 1}{e^{\varepsilon+r} - 1}. \quad (22)$$

Доказательство неравенств (21) и (22) непосредственно следует из формулы (6).

Рассмотрим начальное состояние  $z = z(0), x = x(0), y = y(0)$  и  $m(0) \geq 1$ , для которого выполнено (9). Тогда существует число  $\eta > 0$  такое, что  $z(0) \in x(0) + K(y(0), m(0), \varepsilon(1 + \eta), T(m(0), \varepsilon(1 + \eta)))$ . (23)

Зафиксируем число  $T > T(m(0), \varepsilon(1 + \eta))$ . Разобьем отрезок  $[0, T]$  на конечное число равных частей точками  $t_i = i\sigma$ . Число  $\sigma$  возьмем из условия

$$\sigma < \varepsilon, \beta(\sigma) = \ln \frac{e^\varepsilon - 1}{e^{\varepsilon+\sigma} - 1} + \eta e^{-T} \frac{1 - e^{-\sigma}}{\sigma} > 0. \quad (24)$$

Обозначим

$$\varepsilon_i = \varepsilon(1 + \eta e^{-i\sigma}). \quad (25)$$

Допустим, что убегающий смог обеспечить в момент времени  $t_i$  условие

$$z(t_i) \in x(t_i) + K(y(t_i), m(t_i), \varepsilon_i, T(m(t_i), \varepsilon_i)). \quad (26)$$

Отметим, что, как следует из (23), при  $i = 0$  это условие выполнено.

Согласно лемме 2 существует единичный вектор  $\psi_i$  такой, что

$$\langle z(t_i) - x(t_i) - (1 - e^{-s})y(t_i), \psi_i \rangle > a(1 - e^{-s}) \ln m(t_i) + g(s, \varepsilon_i) \quad (27)$$

при всех  $s \geq 0$ .

Убегающий берет при  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$  управление  $v(t) = \psi_i$ . Тогда  $\langle z(t), \psi_i \rangle = \langle z(t_i), \psi_i \rangle + t - t_i$ .

Из уравнения движения (1), в котором допус-

кается в отдельные моменты времени мгновенное изменение массы, можно получить, что

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{x}(t) + (1 - e^{-s})\mathbf{y}(t), \boldsymbol{\Psi}_i \rangle \leq \\ & \leq \langle \mathbf{x}(t_i) + (1 - e^{-(s+t-t_i)})\mathbf{y}(t_i), \boldsymbol{\Psi}_i \rangle + \\ & + a(1 - e^{-(s+t-t_i)}) \ln \frac{m(t_i)}{m(t)}. \end{aligned}$$

Отсюда и из неравенства (27) получим, что при всех  $s \geq 0$  и  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$  выполнено неравенство

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{z}(t) - \mathbf{x}(t) - (1 - e^{-s})\mathbf{y}(t), \boldsymbol{\Psi}_i \rangle > \\ & > a(1 - e^{-(s+t-t_i)}) \ln m(t) + g(s + t - t_i, \varepsilon_i) + t - t_i. \end{aligned} \quad (28)$$

Положим в этом неравенстве  $s = 0$ . Тогда, учитывая формулы (6) и (24), получим, что  $\|\mathbf{z}(t) - \mathbf{x}(t)\| \geq \varepsilon$ ,  $\varepsilon > \varepsilon$  при всех  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ .

Положим в (28)  $t = t_{i+1}$ . Тогда, учитывая неравенства (21), (22) и обозначение (25), получим, что при всех  $0 \leq s \leq T(m(t_{i+1}), \varepsilon_{i+1})$  выполнено

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{z}(t_{i+1}) - \mathbf{x}(t_{i+1}) - (1 - e^{-s})\mathbf{y}(t_{i+1}), \boldsymbol{\Psi}_i \rangle - \\ & - a(1 - e^{-s}) \ln m(t_{i+1}) - g(s, \varepsilon_{i+1}) > \sigma\beta(\sigma) > 0. \end{aligned}$$

Следовательно, при  $i+1$  выполнено соотношение (26).

По описанному выше алгоритму убегающий строит свое управление на отрезке  $[T, 2T]$  и т.д. Это завершает доказательство теоремы 1.

Перейдем к доказательству теоремы 3. Пусть начальное состояние и число  $0 < T < T(m(0), \varepsilon)$  таковы, что включение (11) при  $t = T$  не выполнено. Тогда существует число  $\eta > 0$  и единичный вектор  $\boldsymbol{\Psi}$  такие, что при всех  $0 \leq s \leq T$  выполнено неравенство (20) с заменой в нем  $\varepsilon$  на  $\varepsilon(1 + \eta)$ . Разобьем отрезок  $[0, T]$  точками  $t_i = i\sigma$ . Число  $\sigma$  выбираем из условий (24). Допустим, что в момент

времени  $t_i$  выполнено неравенство (27) на некотором единичном векторе  $\boldsymbol{\Psi}_i$  при всех  $0 \leq s \leq T - t_i$ .

Убегающий берет управление  $\mathbf{v}(t) = \boldsymbol{\Psi}_i$  при  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ . Тогда при всех  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$  и при любом  $0 \leq s \leq T - t_{i+1}$  будет выполнено неравенство (28). Поэтому, если  $T - t_{i+1} < T(m(t_{i+1}), \varepsilon_{i+1})$ , то неравенство (27) выполнено при  $i+1$ . Если  $T(m(t_{i+1}), \varepsilon_{i+1}) \leq T - t_{i+1}$ , то реализовавшееся в момент времени  $t_{i+1}$  состояние удовлетворяет условию (26).

### Выводы

Таким образом, с преследователем связана зона поражения, которая является выпуклым множеством. Она зависит от начальной скорости и начального запаса топлива.

Если убегающий находится в этой зоне поражения, то преследователь его догоняет за конечное время. Причем в процессе поимки скорость преследователя направлена на убегающего.

Если убегающий находится вне зоны поражения, то с помощью кусочно-постоянных управлений он может не допустить поимку.

### Литература

1. Ухоботов, В.И. Модификация игры изотропной ракеты. Многокритериальные системы при неопределенности их приложения / В.И. Ухоботов // Межвузовский сборник научных трудов / Челябинский государственный университет. – Челябинск: Изд-во Башкирского университета, 1988. – С. 123–130.
2. Красовский, Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. – М.: Наука, 1970. – 420 с.
3. Филиппов, А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М.: Наука, 1985. – 224 с.

Поступила в редакцию 15 июня 2009 г.



## О ВЫБОРЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА ДИСКРЕТНОСТИ В ЧАСТОТНОМ МЕТОДЕ СИНТЕЗА ЦИФРОВОЙ САР

Г.В. Зырянов

## ON THE SELECTION OF MAXIMUM PERIOD OF DISCRETIZATION DURING FREQUENCY SYNTHESIS OF A DIGITAL CONTROLLER

G. V. Ziryaynov

Рассматривается задача синтеза цифровой (микропроцессорной) САР частотным методом при неизвестном заранее значении периода дискретности по времени  $T_0$ . Предлагается простой и эффективный итерационный метод, который позволяет за малое число шагов расчета определить наибольшее (из допустимых) значение периода дискретности при невысоком порядке цифрового корректирующего устройства.

*Ключевые слова:* период дискретности, частотные методы, синтез цифровой САР

The problem of synthesis of a digital (microprocessor) controller using frequency method with unknown discretization period value discrete time  $T_0$  is considered. A simple and efficient iterative method, which allows for a small number of steps of calculation to determine the greatest (allowable) value for the discreteness at a low order digital correction device is proposed.

*Keywords:* discretization period, frequency methods, digital controller synthesis.

Переход от супервизорного к прямому (непосредственному) цифровому управлению является современной тенденцией развития и совершенствования способов и средств управления сложными техническими объектами. При этом цифровые (микропроцессорные) САР являются подсистемами нижнего (исполнительного) уровня в составе многоуровневых САУ, где происходит наиболее быстрое и интенсивное взаимодействие непрерывного объекта управления (ОУ) с цифровой управляющей частью. Необходимая при этом скорость (частота) информационного обмена зависит как от инерционных свойств ОУ, так и от заданных требований к показателям качества САР. Исходя из ограничений на быстродействие микропроцессорного вычислительного устройства (МП ВУ), эту частоту следует выбирать возможно меньшей, а соответствующий шаг дискретизации по времени (период повторения программы)  $T_0$  – по возможности наибольшим. Очевидно также, что с целью «разгрузки» МП ВУ, нужно при динамическом синтезе ЦСУ стремиться к получению наиболее простого по сложности и объёму вычислений алгоритма управления.

Период (шаг) дискретизации  $T_0$  является весьма специфическим и важным параметром ЦСУ, так как от него зависят сложным, трансцендентным образом многие из коэффициентов дискретной модели «неизменяемой части» разомкну-

той не скорректированной САР, а следовательно и показатели качества. Поэтому синтез цифрового алгоритма управления в общем виде, при неизвестном заранее значении  $T_0$ , оказывается возможным лишь в простейших, не имеющих практического значения случаях.

Обычно, в соответствии с какими-либо рекомендациями, задают конкретное значение  $T_0$ , а затем аналитическим или частотным методом динамического синтеза ЦСАР определяют передаточную функцию цифрового корректирующего устройства  $W_{\text{цк}}(z)$ . При необходимости (например, получен слишком сложный вид  $W_{\text{цк}}(z)$ , не выполняются ограничения на показатели качества и др.) расчет повторяют многократно для других, измененных значений  $T_0$  до получения компромиссного, приемлемого для практической реализации результата.

Существуют различные рекомендации по выбору величины  $T_0$  при синтезе ЦСАР. Так, например, в [2] рекомендовано, в качестве начального приближения, частоту дискретизации  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  назначать примерно в шесть раз больше частоты среза непрерывной части ЦСАР. А в методе аналогового прототипа [1], используемом для «переворота» непрерывной САР в цифровую, шаг дискретизации по времени назначается из условия  $T_0 \leq 2\delta\varphi_3/\omega_{\text{ср}}$ . Здесь  $\omega_{\text{ср}}$  – это частота среза,  $\varphi_3$  – запас устойчивости по фазе (в радианах) для

аналоговой системы-прототипа,  $\delta$  – допустимая величина относительного уменьшения запаса по фазе ЦСУ по сравнению с прототипом (например,  $\delta=0,1$ ). Передаточная функция  $W_{\text{цкы}}(z)$  получается из передаточной функции непрерывного корректирующего устройства  $W_{\text{нкы}}(p)$  в результате замены переменной  $p = 2(z-1)/(T_0(z+1))$ .

Если полученная величина  $T_0$  оказалась слишком малой, а  $W_{\text{цкы}}(z)$  – сложным для реализации, то для расчета  $W_{\text{цкы}}(z)$  при большем (или максимальном) значении  $T_0$  следует применять методы теории дискретных САР [2, 3]. Однако эти методы также предполагают значение  $T_0$  заданным и поэтому не дают конструктивного и удобного для практического применения способа расчета наиболее простого выражения для  $W_{\text{цкы}}(z)$  при *максимально возможном* значении  $T_0$ .

Следует заметить, что эта задача логически противоречива, так как для расчета ЦКУ необходимо знать численное значение  $T_0$ , а для определения максимально возможной величины  $T_0$  необходимо знать значения всех параметров дискретной модели приведенной непрерывной части ЦСУ, которые в свою очередь, зависят от величины  $T_0$ . Поэтому такая задача, являясь важной и актуальной, может быть решена только (исключая тривиальные случаи) итеративным способом на основе некоторого эвристического (математически не обоснованного, приближенного) правила, позволяющего на каждом шаге итерации целенаправленно формировать вид передаточной функции  $W_{\text{цкы}}(z)$ , значения ее параметров и величину  $T_0$ .

Формально, это будет задача минимизации сложности (порядка)  $W_{\text{цкы}}(z)$  при условии максимизации величины  $T_0$  и заданных ограничений на показатели качества ЦСАР.

### 1. Описание метода решения задачи

Предлагаемый метод совмещает итерационный выбор возможно большего значения  $T_0$  с определением минимально необходимого порядка и вида передаточной функции  $W_{\text{цкы}}(z)$ . Он основан на многошаговом усложнении выражения для  $W_{\text{цкы}}(z)$  и уточнении величины  $T_0$  на каждом итерационном шаге. Количество таких шагов обычно невелико и зависит от порядка передаточной функции  $W_0(p)$  для заданной непрерывной части ЦСУ, от количества и значений ее «малых» постоянных времени. Не являясь математически строго обоснованным, а скорее всего эвристическим приемом, он позволяет быстро и эффективно выполнять расчеты передаточной функции  $W_{\text{цкы}}(z)$  при наибольшем (из допустимых) значении  $T_0$ .

Поскольку предлагаемый метод относится к частотным методам, ориентированным на применение логарифмических характеристик, то далее вместо передаточных функций  $W_i(z)$  будем использовать *преобразованные* передаточные функции  $W_i(u)$ , получаемые из  $W_i(z)$  в результате подстановки  $z = (2+uT_0)/(2-uT_0)$ . Кроме того, вместо

циклической частоты  $\omega$  далее будем рассматривать абсолютную псевдо частоту  $\lambda = (2/T_0)\text{tg}(\omega T_0/2)$ , считая  $\lambda \approx \omega$  для  $\omega < 2/T_0$ . Метод относится к приближенным и основывается на следующих предположениях:

1) псевдо частота среза для скорректированной разомкнутой цифровой системы  $\lambda_{\text{ср}} < 2/T_0$ . Это условие не является слишком стеснительным, поскольку в подавляющем большинстве случаев оно является *необходимым* для обеспечения устойчивости и запасов устойчивости ЦСУ,

2) псевдо частотная ЛАХ для скорректированной системы в окрестности  $\lambda_{\text{ср}}$  имеет «симметричный» вид с типовым наклоном среднечастотной асимптоты, равным  $-20$  дБ/дек;

3) непрерывная часть системы с передаточной функцией  $W_0(p)$  не содержит колебательных и форсирующих звеньев, у которых частоты сопряжения  $\omega_i$  (величины, обратные постоянным времени  $T_i$ ) расположены в окрестности частоты (псевдо частоты) среза  $\lambda_{\text{ср}}$  или правее ее;

4) выражение для  $W_0(p)$  не содержит неминимально-фазовых или неустойчивых множителей.

Особенностью метода является то, что для высокочастотного диапазона *желаемые* логарифмические псевдо частотные характеристики (ЛПЧХ) системы *не строятся*, а вместо этого на каждом шаге расчета изменяется передаточная функция  $W_{\text{цкы}}(u)$  и значение  $T_0$  таким образом, чтобы обеспечить требуемую величину *показателя колебательности*  $M$ . Необходимые для этого проверки на очередном шаге расчета осуществляются с помощью *приближенного* неравенства В.А. Бесекерского относительно «малых» постоянных времени непрерывной части  $T_i^n < T_0/2$ .

Важно отметить, что рассматриваемый здесь метод *не требует* предварительного определения аналитических выражений для передаточной функции дискретного звена приведенной непрерывной части (ДЗ ПНЧ) и это делает задачу синтеза *последовательного* цифрового корректирующего устройства ненамного сложнее аналогичной задачи для непрерывной системы. Определение  $W_{\text{цкы}}(u)$  и расчет требуемого значения  $T_0$  при этом проводится в следующей последовательности:

1. Строится асимптотическая ЛАХ  $L_0(\omega)$ , соответствующая  $W_0(p)$ .

2. По требованиям точности и запаса устойчивости (точно так же, как это делается в [3] для непрерывной системы) строится *низкочастотная* часть «симметричной» желаемой ЛАХ и *начальная* часть ее *среднечастотной асимптоты* с типовым наклоном, равным  $-20$  дБ/дек, до *граничной* псевдо частоты  $\lambda_g \geq \lambda_{\text{ср}}(1+M^{-1})$ . Здесь также считается, что  $\lambda \approx \omega$ . Эта псевдо частота задает *нижний* предел для величины  $2/T_0$ , которой соответствует максимально возможный шаг дискретности  $T_0^{\text{max}} = 2/\lambda_g$ . Окончательное значение шага дискретности по времени  $T_0$  будет всегда меньше этой величины.

3. Для этого же частотного диапазона ( $0; \lambda_g$ ) строится *частичная* асимптотическая ПЧ ЛАХ ЦКУ. Это будет разность желаемой и исходной (обычно с выбранным по требованиям точности значением коэффициента усиления  $K$ ) ЛАХ. Для нее определяется соответствующее выражение частичной (первоначальной) передаточной функции  $W_1(u)$ , в котором порядок числителя будет всегда *больше* порядка знаменателя.

4. Ориентируясь на получение наиболее простого физически реализуемого ЦКУ, его передаточную функцию сначала назначают в виде произведения  $W_{\text{цкы}}(u) = W_1(u) \cdot W_2(u)$ , где *дополнительный* множитель  $W_2(u) = \prod_i 1/(1 + uT_i^{\text{д}})$  вводится для выравнивания порядков числителя и знаменателя передаточной функции  $W_{\text{цкы}}(u)$ .

5. Постоянные времени  $T_i^{\text{д}}$ , а также «малые» постоянные времени  $T_i^{\text{п}}$  в составе  $W_0(p)$  непрерывной части включают в левую часть условия В.А. Бесекерского

$$\frac{T_0}{2} + \sum_i T_i^{\text{п}} + \sum_i T_i^{\text{д}} \leq \frac{1}{\lambda_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1}. \quad (1)$$

Значения всех  $T_i^{\text{д}}$  и  $T_0/2$  здесь выбирают так, чтобы условие (1) выполнялось для всех  $T_i^{\text{п}} < T_0/2$ . Если это удастся сделать и значение  $T_0$  не слишком мало, то расчет ЦКУ и выбор  $T_0$  можно считать законченным. В противном случае, получившееся выражение для  $W_{\text{цкы}}(u)$  усложняют еще одним *дополнительным* сомножителем вида  $W_i(u) = (1 + uT_{i\text{max}}^{\text{п}})/(1 + uT_{i\text{max}}^{\text{д}})$ . Он *приблизженно* компенсирует влияние на запас устойчивости по фазе наибольшей из числа «малых» постоянных времени непрерывной части  $T_{i\text{max}}^{\text{п}}$ , а  $T_{i\text{max}}^{\text{д}}$  «подменяет» ее в неравенстве В.А. Бесекерского (1). Далее, значения  $T_0/2$ ,  $T_i^{\text{п}}$  и  $T_{i\text{max}}^{\text{д}}$  снова выбирают из условия (1). Разумеется, что «скомпенсированная» таким образом постоянная времени  $T_{i\text{max}}^{\text{п}}$  из дальнейших проверок исключается. Если при этом удастся назначить  $T_0/2 > T_i^{\text{п}}$ , то расчет ЦКУ считается законченным. В противном случае эта же процедура применяется для следующей по величине «малости» постоянной времени среди  $T_i^{\text{п}}$ . Тогда выражение для  $W_{\text{цкы}}(u)$  усложнится еще на один *дополнительный* множитель и т.д.

Необходимо отметить, что значения постоянных времени  $T_i^{\text{д}}$  и  $T_{i\text{max}}^{\text{д}}$  в выражениях для *дополнительно* вводимых сомножителей в составе передаточной функции  $W_{\text{цкы}}(u)$  можно изменять в нужную сторону на любом шаге расчета.

## 2. Пример применения метода

Для иллюстрации особенностей предлагаемого метода рассмотрим расчет ЦСУ, предназначен-

ной для воспроизведения с максимальной допустимой относительной ошибкой  $e_{\text{отн}}$  задающего сигнала  $X(t)$  при следующих исходных данных:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1 + pT_a)(1 + pT_b)},$$

где  $T_a = 0,11$  с;  $T_b = 0,009$  с;  $M \leq 1,265$ ;  $e_{\text{отн}} = 0,0058$ ;  $\dot{X}_{\text{max}} = 1,7$  В/с;  $\ddot{X}_{\text{max}} = 2,9$  В/с<sup>2</sup>.

*Решение.* Начальные этапы расчета ЦСУ, связанные с построением участков желаемой ПЧ ЛАХ, расположенных *левее*  $\lambda_{\text{ср}}$ , выполняются без учета дискретизации по времени. При этом используется метод В.А. Бесекерского и замена  $X(t)$  на «эквивалентный гармонический сигнал» [3].

В этом частотном диапазоне будем ориентироваться на ЛАХ с типовыми наклонами асимптот «-20-40-20-...». Это позволяет по известным [3] формулам определить необходимую величину коэффициента усиления разомкнутой системы  $K=410$ , псевдочастоту среза  $\lambda_{\text{ср}} = 58$  с<sup>-1</sup>, постоянные времени  $T_1 = 0,588$  с и  $T_2 = 0,083$  с для *частичной* желаемой передаточной функции

$$W_{\text{ж}}^1(u) = \frac{K(1 + uT_2)}{u(1 + uT_1)}.$$

Определим наименьшее значение граничной псевдочастоты  $\lambda_g = \lambda_{\text{ср}}(1 + M^{-1}) = 104$  с<sup>-1</sup>. Тогда частичная (первоначальная) передаточная функция для последовательного корректирующего звена будет иметь вид  $W_1(u) = [(1 + uT_a)(1 + uT_2)]/(1 + uT_1)$ .

Поскольку порядок числителя  $W_1(u)$  получился больше порядка знаменателя, то усложним  $W_{\text{ж}}(u)$  *дополнительным* сомножителем

$$W_k(u) = \frac{(1 + uT_a)(1 + uT_2)}{1 + uT_1} \frac{1}{1 + uT_1^{\text{д}}}$$

Здесь  $T_1^{\text{д}}$ , а также  $T_0/2$  выбираются из условия Бесекерского (1), которое в данном случае имеет вид  $T_0/2 + T_b + T_1^{\text{д}} \leq 1/\lambda_g = 0,00962$ . Отсюда следует, что  $T_0/2 + T_1^{\text{д}} \leq 0,00962 - 0,009 = 0,00062$ .

В данном случае, при любом выборе  $T_1^{\text{д}}$ , условие «малости» для  $T_b$  выполняться не будет и ее нужно компенсировать, усложняя  $W_{\text{ж}}(u)$  *дополнительным* множителем  $W_2(u) = (1 + uT_b)/(1 + uT_2^{\text{д}})$ .

Тогда  $W_k(u)$  примет следующий вид:

$$W_k(u) = \frac{(1 + uT_a)(1 + uT_2)}{1 + uT_1} \frac{1}{1 + uT_1^{\text{д}}} \frac{1 + uT_b}{1 + uT_2^{\text{д}}}.$$

Значения  $T_1^{\text{д}}$ ,  $T_2^{\text{д}}$  и  $T_0/2$  должны удовлетворять достаточному условию В.А. Бесекерского (1), т.е.  $T_0/2 + T_1^{\text{д}} + T_2^{\text{д}} \leq 1/\lambda_g = 0,00962$  с. В соответствии с этим назначим  $T_0/2 = T_1^{\text{д}} = T_2^{\text{д}} = 0,0032$  с. Тогда  $T_0 = 0,0064$  с и выражение для передаточной функции ЦКУ принимаем в следующем виде:

$$W_{\text{цкы}}(u) = \frac{(1 + 0,11u)(1 + 0,083u)}{1 + 0,588u} \frac{1 + 0,009u}{(1 + 0,0032u)^2}.$$

Компьютерным моделированием в программных пакетах VisSim и Mathcad получены следующие значения показателей качества синтезированной ЦСУ:  $\sigma=25\%$ ;  $t_p=0,107$  с;  $M=1,23$ ; запас по фазе  $\varphi_3=0,9$ ; запас по амплитуде  $L_3=11,4$  дБ.

Для сравнения, приведем результаты расчета, полученные для той же ЦСАР *методом аналогового прототипа* при  $T_0=0,003$  с и  $\delta=0,1$ :

$$W_{\text{цкы}}(u) = \frac{(1+0,11u)(1+0,083u)}{(1+0,588u)(1+0,0032u)} \frac{1+0,009u}{1+0,006u}.$$

Исследование ЦСУ показало, что для  $\sigma=28\%$ ; время регулирования  $t_p=0,1$  с;  $M=1,28$ ; запас по фазе  $\varphi_3=0,84$ ; запас по амплитуде  $L_3=12$  дБ.

Из результатов сравнения следует, что рассмотренный выше итерационный метод позволяет получить, при той же сложности ЦКУ, величину периода дискретизации по времени  $T_0$ , в 2 раза более чем его значение, рассчитанное по методу аналогового прототипа. А это значит, что требования по быстродействию к МП ВУ (например, к микроконтроллеру), используемому для реализации управляющего алгоритма, будут в два раза ниже.

### Заключение

Рассмотренный метод синтеза ЦСАР позволяет за несколько шагов расчета определить наибольший (из допустимых) шаг дискретизации  $T_0$  при наименьшем порядке передаточной функции ЦКУ. При этом не требуется находить передаточную функцию дискретного звена приведенной непрерывной части.

### Литература

1. Зырянов, Г.В. *О применении метода аналогового прототипа при синтезе цифровых САУ* / Г.В. Зырянов // Информационные, информационно-управляющие и радиоэлектронные устройства и системы: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 44–50.
2. Шамриков, Б.М. *Основы теории цифровых систем управления* / Б.М. Шамриков Б.М. – М.: Машиностроение, 1985.
3. Бесекерский, В.А. *Цифровые автоматические системы* / В.А. Бесекерский. – М.: Наука, 1976.

*Поступила в редакцию 2 апреля 2008 г.*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАВИСИМОСТИ ГАЗОПРОНИЦАЕМОСТИ ШИХТЫ ОТ ЕЕ ВЛАЖНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ПРОИЗВОДСТВА АГЛОМЕРАТА

*Е.А. Алёшин*

## MATHEMATICAL MODEL OF A CHARGE GAS PERMEABILITY FUNCTION FROM ITS MOISTURE IN THE AGGLOMERATE PRODUCTION

*E.A. Aleshin*

Рассматривается задача автоматизации процесса увлажнения шихты. Методами множественного регрессионного и корреляционного анализа строится математическая модель зависимости газопроницаемости слоя шихты от ее влажности. Находится выражение для оптимальной влажности шихты.

*Ключевые слова:* газопроницаемость шихты, производство агломерата.

The problem of automating the process of moistening the charge is under consideration. Using the methods of multiple regression and correlation analysis, a mathematical model of the dependence of gas permeability of the layer charge of its moisture is built. An expression for the optimum moisture content of the charge has been found.

*Keywords:* charge gas permeability, agglomerate production.

Важным этапом в производстве агломерата является процесс увлажнения шихты (исходного сырья) для достижения её оптимальной газопроницаемости с целью увеличения производительности агломерационных машин и повышения качества агломерата (готового продукта). Газопроницаемость шихты в сильной степени зависит от ее абсолютной влажности. Для материала данного минералогического и гранулометрического состава существует только одно оптимальное значение влажности, которое с возможной степенью точности необходимо поддерживать вручную или автоматически.

В производственных условиях влажность шихты колеблется в широких пределах из-за, например, изменений давления воды в водопроводе и изменений массы шихты, проходящей через барабан-окомкователь в единицу времени. Кроме того, постоянно меняется минералогический и гранулометрический составы сырья, а вместе с ними и величина оптимальной влажности шихты, соответствующей максимальной газопроницаемости.

### 1. Задача автоматизации процесса увлажнения шихты

В настоящее время увлажнение шихты перед загрузкой на спекательные тележки на всех четы-

рёх агломерационных машинах аглофабрики № 2 ОАО «ЧМК» ведется в ручном режиме. Достаточная степень увлажнения определяется технологами «на глаз» и «на ощупь», исходя из личного опыта. Поэтому необходима автоматическая система управления влажностью, которая должна не только с большой частотой определять абсолютную влажность шихты, но и должна также с помощью электронного оптимизатора находить новое значение оптимальной влажности, характерное для спекаемой в данный момент шихты.

Для автоматизации процесса увлажнения шихты и повышения качества агломерата необходимо, в первую очередь, найти математическую зависимость газопроницаемости слоя шихты от влажности шихты. Вычисляя максимум этой функции (газопроницаемости) в зависимости от параметра (влажности), можно определить оптимальное значение влажности. Однако, оптимальное значение влажности разное для различных температур шихты перед спеканием. Поэтому газопроницаемость следует рассматривать как функцию двух переменных – влажности и температуры шихты. Значит, задаваясь конкретным значением температуры, можно найти оптимальное значение влажности, соответствующее максимуму газопроницаемости.

## 2. Математические методы определения газопроницаемости шихты

Из теории процесса агломерации [1] известны математические формулы, позволяющие найти газопроницаемость шихты расчетным путем. Например, газопроницаемость слоя агломерационной шихты на колосниковой решетке может быть вычислена по формуле Л.К. Рамзина

$$W = n \sqrt{\frac{\Delta p}{Ah}}, \quad (1)$$

где  $W$  – количество воздуха на 1 м<sup>2</sup> площади;  $\Delta p$  – разрежение, мм вод. ст.;  $h$  – высота слоя шихты, мм;  $A$ ,  $n$  – коэффициенты, зависящие от размера и формы частиц шихты.

Трудности использования формулы (1) применительно к слою спекаемой руды заключаются в том, что характер поверхности частиц и скорость воздуха в слое оказывают сильное влияние на величину коэффициентов  $A$  и  $n$ . В силу этого реальные потери напора в слое шихты иногда существенно отличаются от расчетных.

Производным от формулы Л.К. Рамзина является уравнение Е. Войса, С. Брукса и П. Гледхила, позволяющее определить коэффициент условной газопроницаемости ( $p$ ) слоя высотой ( $h$ ) по расходу газа ( $V$ ), площади всасывания ( $F$ ), потере напора в слое ( $\Delta p$ ):

$$p = \frac{V}{F} \left( \frac{h}{\Delta p} \right)^{n_1}, \quad (2)$$

где  $n_1 = 1/n$  меняется практически в пределах от 0,6 до 0,8.

К сожалению, даже небольшие по величине изменения величины  $n_1$  существенно сказываются на расчетной газопроницаемости слоя шихты, что также затрудняет использование формулы (2).

По Р. Уайльду и К. Диксону, количество воздуха, просасываемого через слой в секунду ( $W$ ), может быть вычислено по коэффициенту условной газопроницаемости ( $p$ ), вакууму ( $\Delta p$ ) и высоте слоя ( $h$ ) из выражения

$$W = p \Delta p^{0,6} / h^{0,4} \quad (3)$$

При постоянной высоте слоя количество воздуха ( $W$ ) связано с вакуумом ( $\Delta p$ ) зависимостью

$$W = A (\Delta p)^m, \quad (4)$$

здесь  $A$  – постоянная, характерная для шихты данного типа, а показатель  $m$  равен 0,435; 0,4–0,45; 0,45.

Приведенные выше зависимости (1)–(4) не дают возможности выявить влияние каждой из зон в спекаемом слое на общую газопроницаемость слоя. Поэтому на практике, в производственных условиях расчет газопроницаемости шихты по формулам (1)–(4) не находит широкого применения из-за низкой точности и универсальности данного метода.

## 3. Статистический метод расчета газопроницаемости шихты

На аглофабрике № 2 постоянно и непрерывно фиксируется (каждые две секунды) значения всех важнейших технологических параметров процесса производства агломерата. Данная технологическая информация записывается в базу данных и сохраняется (со сроком хранения не менее четырех лет). Представляется целесообразным провести анализ этой накопленной статистической информации с целью установления зависимостей изменения газопроницаемости слоя спекаемой шихты при различных значениях влажности шихты, а на основе выявленных статистических закономерностей разработать логическую часть системы управления влажностью. Огромный объем накопленных статистических данных обоснованно позволяет предположить высокую точность при использовании данного метода. Таким образом, статистический метод в сложившихся условиях представляется наиболее предпочтительным.

Газопроницаемость слоя шихты оборудованием аглопроизводства напрямую не определяется и, соответственно, нигде не фиксируется. Поэтому необходимый параметр – газопроницаемость требуется установить косвенным путем, используя для этого другие параметры техпроцесса, которые измеряются, фиксируются и сохраняются.

Лучше всего изменения газопроницаемости могут быть охарактеризованы через изменения разрежения над слоем и под слоем шихты, если рассматривать их одновременно. Кроме того, необходимо учесть, что для разных температур шихты существует своё оптимальное значение влажности. Исходя из этого, газопроницаемость можно рассматривать как функцию трёх переменных – температуры шихты (в промбункере), разрежения над слоем шихты (разрежение под укрытием первым) и разрежения под слоем шихты (разрежение в вакуум-камере либо разрежение в общем коллекторе). Сопrotивление слоя шихты потоку проходящих через него газов – это величина, обратная газопроницаемости. Таким образом, с помощью измерений разрежений над и под слоем шихты косвенным способом можно определить газопроницаемость.

Произведя замену одного параметра – газопроницаемости слоя на два других, связанных с ним параметра, – разрежения над слоем и под слоем, получаем функцию трех переменных. Учитывая, что температура шихты, влажность шихты, разрежение под слоем шихты (создается эксгаустером) являются независимыми параметрами, а разрежение над слоем – зависимый от них параметр, получаем функцию – разрежение над слоем, зависимую от трех параметров – температуры, влажности, разрежения под слоем в контрольной точке (разрежение в вакуум-камере). Так как газопроницаемость, с другой стороны, есть функция влажности, для практического использования дос-

таточно построить зависимости разряжения над слоем от разряжения в общем коллекторе, от температуры шихты (в промбункере) и от влажности шихты. Данную зависимость уже можно непосредственно использовать в системе автоматического регулирования влажности.

После усреднения значений технологических параметров в десятиминутных интервалах и предварительной обработки опытных данных (отсев грубых погрешностей измерений [2]) получаем выборку, состоящую из 136 наблюдений, по четыре параметра в каждом наблюдении. В качестве зависимой переменной у синтезируемой математической модели выступает давление под первым укрытием, а в качестве независимых параметров  $x_1, x_2, x_3$  температура шихты, итоговая влажность, давление в вакуум-камере.

Для применения статистических методов построения эмпирических зависимостей очень важно, чтобы результаты наблюдений подчинялись нормальному закону распределения [3]. Проверка исходных данных по методу среднего абсолютного отклонения и методу анализа коэффициентов асимметрии и эксцесса [2] показала, что исходные выборки подчиняются нормальному закону распределения.

Теоретические исследования [1] показывают, что зависимость влажности шихты от ее газопроницаемости носит нелинейный характер, поэтому для построения математической модели применяем нелинейный множественный регрессионный анализ [3]. На первом этапе строим (методом наименьших квадратов) полное кубическое уравнение регрессии с 21 эффектом вида

$$\begin{aligned}
 y_M &= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + \\
 &+ b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{111}x_1^3 + b_{222}x_2^3 + b_{333}x_3^3 + \\
 &+ b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + \dots, \\
 y_M &= -122,93 + 45,31x_1 - 679,42x_2 - 32,39x_3 - \\
 &4,931x_1x_2 + 0,467x_1x_3 - 3,807x_2x_3 + 0,147x_1^2 + \\
 &+ 65,66x_2^2 - 0,328x_3^2 - 0,0052x_1x_2x_3 + \\
 &+ 0,051x_1^2x_2 - 0,0018x_1^2x_3 - 0,062x_2^2x_1 + \\
 &+ 0,411x_2^2x_3 + 0,0013x_3^2x_1 + 0,0085x_3^2x_2 - \\
 &- 0,0065x_1^3 - 0,1x_2^3 - 0,00065x_3^3. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Однако проверка значимости коэффициентов модели показывает, что не все коэффициенты являются значимыми.

На втором этапе для подбора оптимальной структуры модели осуществлен 5-ступенчатый отсев незначимых эффектов (методом исключения переменных [3]), в процессе которого было исключено 13 статистически незначимых эффектов, в результате получена модель с 8 эффектами:

$$\begin{aligned}
 y_M &= 311,93 + 3,73x_1 - 53,69x_2 + 2,88x_3 + \\
 &+ 0,023x_1x_2x_3 + 0,111x_1x_2^2 - 0,053x_2^2x_3 + \\
 &+ 0,00071x_1x_3^2. \quad (6)
 \end{aligned}$$

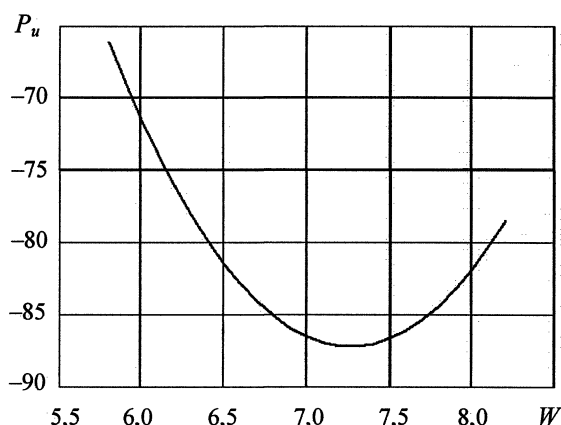
После переобозначения параметров в соответствии с их физическим смыслом уравнение (6) принимает вид

$$\begin{aligned}
 P_u &= 311,93 + 3,73T - 53,69W + 2,88P_{vk} + \\
 &+ 0,023TW P_{vk} + 0,111TW^2 - \\
 &- 0,053W^2 P_{vk} + 0,00071TP_{vk}^2, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где  $P_u$  – давление (разряжение) под укрытием;  $T$  – температура шихты;  $W$  – влажность шихты перед спеканием;  $P_{vk}$  – давление (разряжение в вакуум-камере).

Доверительные интервалы для коэффициентов последней модели показывают их значимость; коэффициент множественной корреляции  $R = 0,936$  близок к единице; значимость коэффициента множественной корреляции подтверждается критерием Фишера  $F_R = 129,98 > F_T = 3,265$ ; критерий Фишера показывает адекватность модели в целом. Таким образом, полученную математическую модель можно применять для дальнейших исследований.

График зависимости  $P_u$  от  $W$  при фиксированных параметрах  $T = 35^\circ\text{C}$  и  $P_{vk} = -113$  (середины диапазонов изменения) показан на рисунке.



Зависимость давления под укрытием от влажности при фиксированных параметрах  $T = 35^\circ\text{C}$  и  $P_{vk} = -113$

#### 4. Определение оптимальной влажности

Как следует из рисунка, зависимость имеет одну экстремальную точку (минимум), в которой разряжение под укрытием максимально, что хорошо согласуется с теорией агломерации [1]. Максимальному разряжению соответствует оптимальная влажность шихты  $W_0$  при данной температуре и разряжении в вакуум-камере.

Точки оптимальной влажности при разных температурах и разряжениях в вакуум-камере можно найти, если взять первую частную производную от зависимости (7) по параметру влажности и приравнять её к нулю:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_u}{\partial W} &= -53,69 + 0,023TP_{vk} + \\
 &+ 0,222TW - 0,106WP_{vk} = 0. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Откуда находим выражение для оптимальной влажности

$$W_o = \frac{53,69 - 0,023TP_{vk}}{0,222T - 0,106P_{vk}} \quad (9)$$

Выражение (9) является уравнение оптимальной влажности, зависящей от двух параметров – температуры и разряжения в вакуум-камере. Последнее выражение можно непосредственно закладывать в алгоритм автоматического оптимального управления влажностью шихты.

#### Литература

- 1 Вегман, Е.Ф. Теория и технология агломерации / Е.Ф. Вегман. – М.: Металлургия, 1974.
- 2 Львовский, Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул / Е.Н. Львовский. – М.: Высшая школа, 1988. – 239 с.
- 3 Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Статистика, 1973 – 392 с.

*Поступила в редакцию 18 сентября 2007 г.*



## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕХАНИЗМА ПОДАЧИ ТРУБЫ СТАНА ХПТ-450\*

Ю.С. Усынин, В.В. Остроухов

## TUBE FEED MECHANISM ELECTROMECHANICAL SYSTEM'S DECOMPOSITION FOR THE COLD ROLLING MILL 450

Y.S. Usynin, V.V. Ostrouhov

В статье рассмотрен метод декомпозиции электромеханической системы, основанный на частотных характеристиках. Метод позволяет с помощью математической модели выявить элементы конструкции, оказывающие наибольшее влияние на работу механизма. В качестве примера рассматривается модель механизма подачи трубы стана ХПТ-450.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, электромеханическая система, декомпозиция, частотный анализ, стан холодной прокатки труб.

Electromechanical system's decomposition based on frequency analysis is discussed in the article. Proposed method enables to detect the most important elements of design using a mathematical simulator. Cold rolling mill 450 tube feed mechanism's model is given for example.

*Keywords:* mathematical simulation, electromechanical system, decomposition, frequency analysis, cold rolling mill.

В статье рассматривается метод декомпозиции электромеханической системы (ЭМС) механизма подачи трубы стана ХПТ-450. Он позволяет выделить наиболее значимые элементы системы и определить, какие параметры конструкции требуют изменения. Метод декомпозиции основан на частотных характеристиках. Авторы отдают предпочтение асимптотическим логарифмическим частотным характеристикам, поскольку они обеспечивают прямой выход на параметры конструкции.

Метод предусматривает следующие операции:

1. Получение математического описания системы в виде структурной схемы, состоящей из звеньев не выше первого порядка.

2. Анализ влияния отдельных звеньев, контуров и связей на систему по частотным характеристикам.

3. Нормирование структурной схемы.

Стан холодной прокатки труб ХПТ-450 предназначен для производства холоднокатаных труб

из легированных углеродистых сталей с переменной толщиной стенки трубы диаметром до 450 мм. Такие трубы используются в атомной энергетике и авиационной промышленности. Привод подачи трубы выбран среди других механизмов поворотно-подающей группы потому, что технология предъявляет к нему наиболее жесткие требования, а стан ХПТ-450 – самый крупный стан холодной прокатки, и многие его параметры и режимы работы предельные и представляют научный интерес.

### 1. Структурная схема системы

В кинематической модели механизма (рис. 1) учтены податливость трубы и винта. При анализе системы сделаны следующие допущения [3]:

а) силы и моменты приложены к сосредоточенным массам  $m_1$  и  $m_2$ ;

б) упругие звенья У31 и У32 невесомы и характеризуются коэффициентами жесткости  $C_1$  и  $C_2$ ;

\* Работа проводится в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. «Энергосберегающие решения в металлургической и горнорудной промышленности с традиционными и новыми типами электроприводов».

Усынин Юрий Семенович – д-р техн. наук, профессор кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок ЮУрГУ, uus@susu.ac.ru

Остроухов Всеволод Викторович – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ, vsvd@yandex.ru

Usynin Yuri Semenovich – PhD, professor of Electric drives and industrial automation department of SUSU; uus@susu.ac.ru

Ostrouhov Vsevolod Victorovich – postgraduate student of Control systems department of SUSU; vsvd@yandex.ru

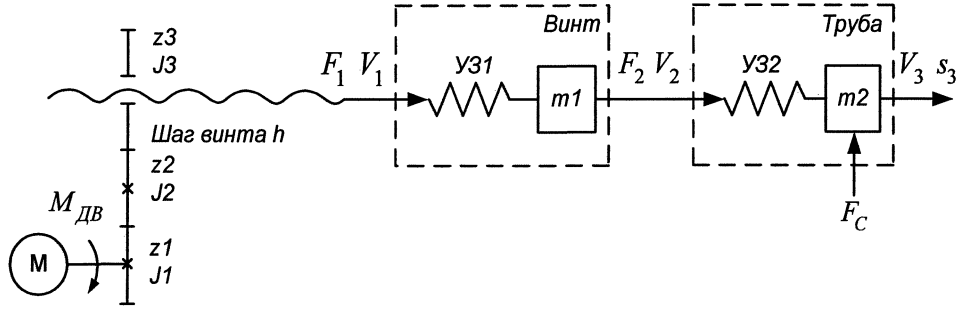


Рис. 1. Расчетная кинематическая схема механизма подачи

в) деформация упругих звеньев линейна и подчиняется закону Гука.

Структурная схема математической модели механизма показана на рис. 2. На схеме  $n_{дв}$  – скорость вращения двигателя;  $M_{дв}$ ,  $M_C$  – электромагнитный момент двигателя и момент сопротивления;  $J$  – момент инерции вращающихся частей;  $F_1$ ,  $F_2$  – силы реакции винта и трубы;  $\mu_{ВП}$  – КПД винтовой передачи;  $F_C$  – сила сопротивления поступательному движению;  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  – линейные скорости концов винта и трубы;  $m_1$ ,  $m_2$  – массы винта и трубы;  $C_1$ ,  $C_2$  – коэффициенты жесткости винта и трубы;  $s_3$  – перемещение конца трубы.

Коэффициент жесткости винта  $C_1$  равен  $26 \cdot 10^7$  Н/м. Коэффициент жесткости трубы, в зависимости от размеров, находится в диапазоне от  $9 \cdot 10^7$  до  $275 \cdot 10^7$  Н/м. Поступательная масса механизма подачи  $m_1$  равна 17 500 кг, а масса трубы  $m_2$  находится в диапазоне от 355 до 2800 кг. Значения остальных параметров приведены в [4].

В работе рассмотрены три типа электродвигателей. В качестве исходного варианта была взята модель синхронного двигателя с векторным управлением, примененного ВНИИэлектроприводом на стане ХПТ-450П1 ОАО ЧТПЗ. Для обобщения ре-

зультатов рассмотрены другие модели синхронных двигателей, в том числе серии МТ, МТМ, МТВ краново-металлургических асинхронных двигателей, работающих в синхронном обратном режиме.

Среди машин постоянного тока рассматривались серии металлургических двигателей Д, ДП, МП, П; среди асинхронных – широко распространенная серия 4А и новая серия РА. Двигатели взяты мощностью от 50 до 500 кВт [3, 4].

## 2. Частотный анализ

На втором шаге методики проведем предварительный частотный анализ и рассчитаем частоты среза локальных контуров. Локальные контуры – это контуры без перекрестных обратных связей, т.е. без учета влияния соседних контуров [2].

Контур I (контур саморегулирования ЭДС двигателя) образован звеном якорной цепи, звеном момента инерции двигателя и обратной связью по ЭДС. Этот контур учитывает статические и динамические свойства вращающихся механических масс двигателя и редуктора.

Контур II (контур электромеханической связи [5]) образован звеньями момента инерции двигателя, упругости винта и отрицательной обратной связью по реакции винта  $F_1$ .

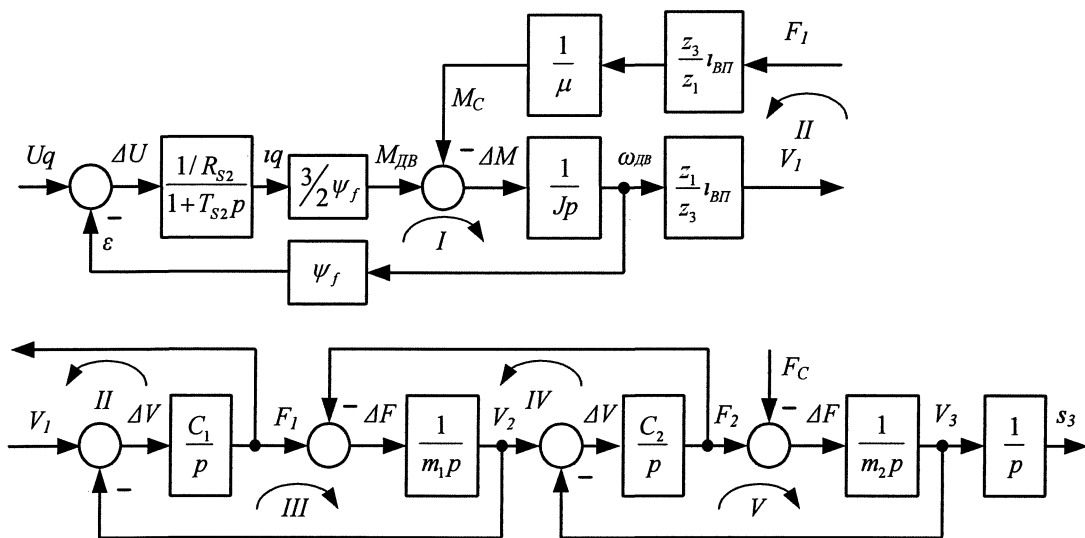


Рис. 2. Исходная структурная схема ЭМС

Контур *III*, образованный упругостью и массой винта, описывает движение одномассовой упругой механической системы, которая получается, если конец винта со стороны двигателя жестко зафиксировать. При этом в контуре наблюдаются колебания с частотой  $\sqrt{C_1/m_1}$ , которые в реальности затухают из-за неизбежных потерь энергии в силовых элементах.

Контуры *IV* и *V*, образованные упругостями винта, трубы и их сосредоточенными массами, также описываются одномассовыми упругими механическими системами.

Поскольку частоты резонанса близки к частотам среза, при рассмотрении контуров как разомкнутых систем будем их считать таковыми.

Диапазоны частот среза локальных контуров, в зависимости от типа электродвигателя, указаны в таблице. На рис. 3 показаны зависимости частоты среза контура *I* от типа, модели и мощности электродвигателя.

Частоты среза контуров *III*, *IV* и *V* не зависят

от электродвигателя и определяются исключительно параметрами механизма.

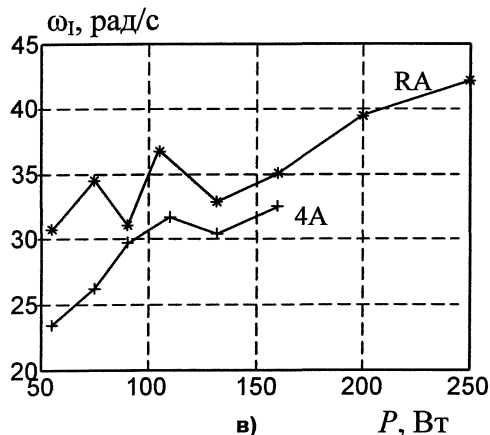
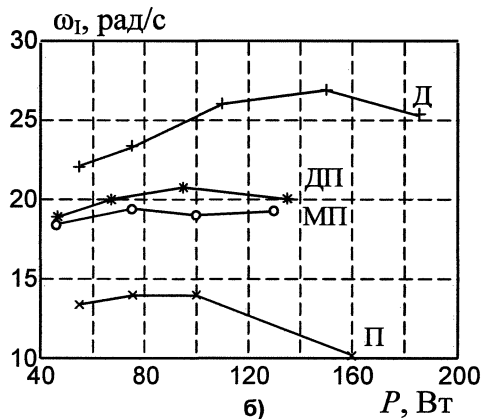
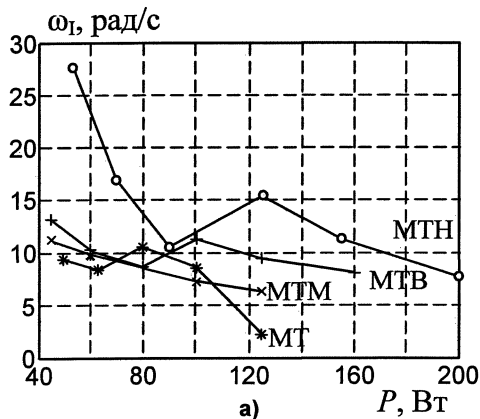
Из таблицы и рис. 3 можно сделать предварительный вывод о том, что наибольшим быстродействием обладают асинхронные электродвигатели серии RA. Эти двигатели имеют на сегодняшний день наиболее совершенную конструкцию, поэтому их показатели лучше, чем у двигателей других серий, в том числе, широко распространенной серии 4А.

Частоты среза контуров *I* и *II* в синхронном приводе, примененном ВНИИэлектроприводом, оказались наименьшими. Это говорит о не вполне удачном выборе оборудования.

Также из таблицы следует, что частота среза контура трубы *V* значительно превышает границу диапазона частот электропривода [5], поэтому при дальнейшем исследовании упругие свойства трубы не учитываются, и она заменяется элементом с бесконечно большой жесткостью. В результате преобразований получено, что при бесконечно большой жесткости трубы, массу трубы можно

**Диапазоны частот локальных контуров**

Тип двигателя	Частота среза локального контура, рад/с				
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>
Синхронный	5...25	50...70	120	70...400	500...1000
Постоянного тока	10...30	40...70			
Асинхронный	20...40	50...80			



**Рис. 3. Зависимость частоты среза контура *I* от мощности двигателя для различных серий двигателей:**  
 а) синхронный двигатель;  
 б) двигатель постоянного тока;  
 в) асинхронный двигатель

объединить с массой винтов, а силу сопротивления  $F_C$  приложить к винтам. Таким образом, из структурной схемы исключаются контуры IV и V.

Для оценки влияния других звеньев системы построим асимптотическую частотную характеристику замкнутой системы (рис. 4). Асимптотическая ЛАЧХ  $L$  получается аппроксимацией нижних участков кривых ЛАЧХ  $L_{\Pi}$  звеньев, включенных в прямой канал, и обратной ЛАЧХ  $-L_{OC}$  канала обратной связи.

Из графика асимптотической ЛАЧХ видно, что канал обратной связи (электромеханическая связь) оказывает незначительное влияние на частотную характеристику замкнутой системы. Следовательно, электромеханическую связь можно исключить из структурной схемы.

Полученная ЛАЧХ соответствует характеристике «тяжелого» двигателя, когда частота среза контура I двигателя  $\omega_1$  меньше частоты резонанса упругой механической системы  $\omega_2$ . В этом случае условия для настройки регуляторов самые неблагоприятные из-за совместного влияния электромеханической инерции электродвигателя и колебательной механической системы [6].

На последнем этапе произведем нормирование структуры по общепринятой методике [1].

Величины угловых и линейных скоростей в ЭМС, величины моментов и усилий, частота и амплитуда токов и напряжений соответствуют номинальному режиму работы двигателя.

Полученная структурная схема (рис. 5) содержит только интегрирующие звенья. Физический смысл постоянных времени однотипен: постоянная времени каждого интегратора есть время, за которое выходная переменная каждого из звеньев изменяется от нуля до базового значения, если на входе этого звена действует неизменная во времени входная переменная, равная базовому значению. Например, звено с постоянной времени  $T_2$  изменяет скорость  $\bar{V}_1$  от нуля до базового значения за время  $T_2$  при постоянном  $\bar{M}_{ДВ}$ , равном  $M_{Н}$ .

**Заключение**

Таким образом, в результате применения метода декомпозиции ЭМС к модели механизма подачи трубы стана ХПТ-450 были получены следующие результаты.

1. Влияние процессов упругой деформации трубы на работу системы признано незначительным. Математическая модель упрощена за счет замены упругости трубы элементом с бесконечно большой жесткостью.

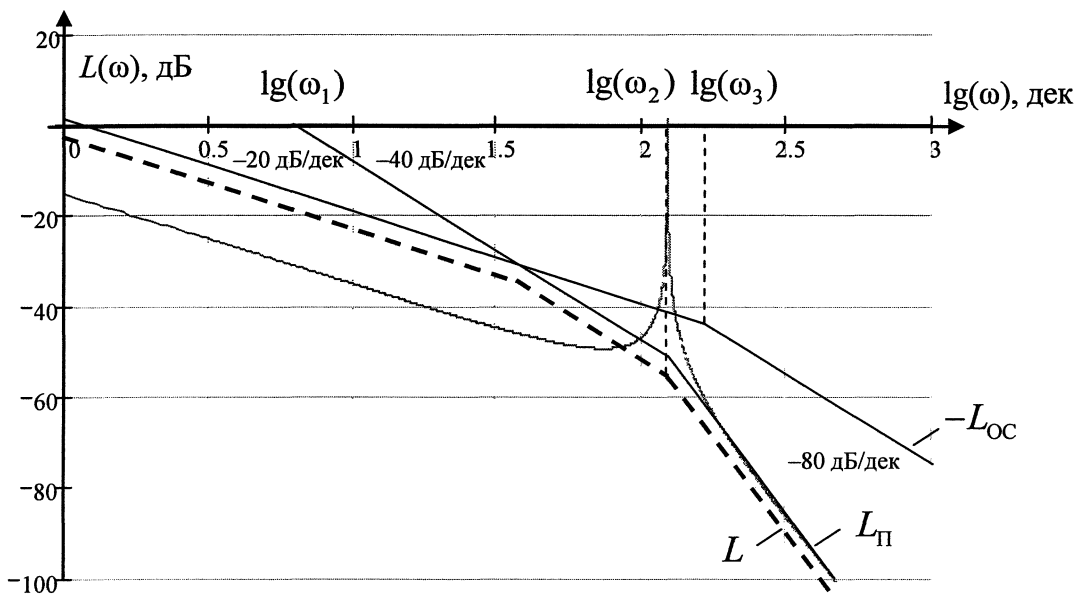


Рис. 4. ЛАЧХ замкнутой системы: реальная и асимптотическая

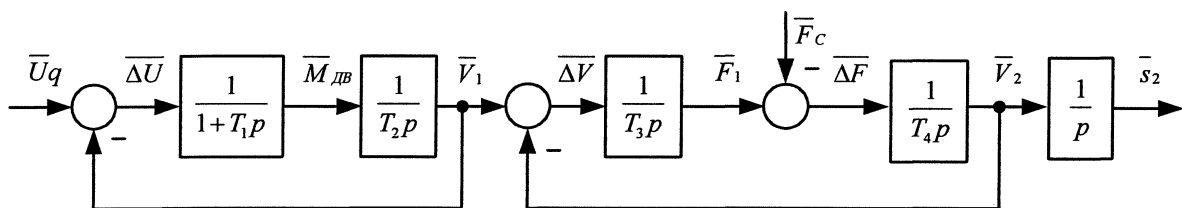


Рис. 5. Нормированная структурная схема

2. Выявлено значительное влияние электромеханической постоянной времени двигателя в существующем механизме ВНИИэлектропривода. На аналогичных механизмах можно применять двигатели с улучшенными динамическими характеристиками серии RA. Это позволит увеличить частоту среза контура саморегулирования ЭДС с 10 до 40 рад/с.

Рассмотренный метод декомпозиции применим для широкого класса ЭМС, и позволяет эффективно исследовать влияние конструктивных параметров на работу системы посредством анализа частотных характеристик.

#### **Литература**

1. Борцов, Ю.А. Тиристорные системы электропривода с упругими связями / Ю.А. Борцов, Г.Г. Соколовский. – Л.: Энергия, 1979. – 160 с.

2. Остроухов, В.В. Математическая модель неизменяемой части электропривода механизма подачи трубы стана ХПТ-450 / В.В. Остроухов // Наука ЮУрГУ материалы 61-й науч. конф. Секции техн. наук. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – Т. 2. – С. 78–82.

3. Справочник по электрическим машинам: в 2 т. / под общ. ред. И.П. Копылова, Б.К. Клокова. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – Т. 1. – 456 с.

4. Справочник по электрическим машинам: в 2 т. / под общ. ред. И.П. Копылова, Б.К. Клокова. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – Т. 2. – 688 с.

5. Ключев, В.И. Теория электропривода: учеб. для вузов / В.И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.

6. Усынин, Ю.С. Системы управления электроприводов: учеб. пособие / Ю.С. Усынин. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 328 с.

**Поступила в редакцию 30 июня 2009 г.**

## ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СВЕТОДИОДНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

*В.И. Константинов, Е.В. Вставская, Т.А. Барбасова, В.О. Волков*

## CHOICE OF THE OPTIMUM OPERATING MODE OF HIGH POWER LEDs

*V.I. Konstantinov, E.V. Vstavskaya, T.A. Barbasova, V.O. Volkov*

В работе проведен анализ тепловых режимов светодиодных источников света, поставлена задача проектирования светодиодных источников света с оптимальными весогабаритными и ценовыми характеристиками. В статье рассмотрена методика оптимизации весогабаритных характеристик для тепловыделяющих элементов с нелинейными температурными свойствами. Данная методика применима для нахождения значения потребляемого тока светодиодным источником света с различными нелинейными характеристиками.

*Ключевые слова: светодиод, светодиодный источник света, освещение.*

Light-emitting diode light sources gain now the increasing distribution. It is caused, first of all, increased luminous intensity and service life of high power LEDs in comparison with lamps. However, there are some difficulties with heat removal, allocated with high power LEDs. Increasing the working current cause increasing the luminous intensity and the size of a required radiator. Reduction the working current of high power LEDs leads to increase in quantity of LEDs. The choice of a high power LEDs working current is considered in this article.

*Keywords: high power LED, light, LED lighting.*

### Введение

Светодиодные источники света получают в настоящее время все большее распространение. Это обусловлено, в первую очередь, увеличенной светоотдачей и сроком службы светодиодных излучателей по сравнению с лампами накаливания. Однако при проектировании светодиодных источников света возникают сложности, связанные с отводом тепла, выделяемого светодиодными излучателями. Размер радиатора растет с увеличением рабочего тока светодиодов. С другой стороны, уменьшение тока светодиодов приводит к увеличению количества светодиодов, требуемых для обеспечения заданного светового потока и, соответственно, увеличению цены светильника. Вопрос выбора тока светодиодных излучателей, который является оптимальным с точки зрения весогабаритных характеристик и цены светильника, рассмотрен в данной статье.

### 1. Особенности построения светодиодных светодиодных модулей

Поступательное развитие технологии производства электронных приборов привело в настоящее время к созданию светодиодов, которые по световой отдаче на единицу мощности в несколько раз превосходят все существовавшие и применявшиеся источники света. Следует отметить, что наибольших успехов в развитии технологии производства таких светодиодов добились фирмы OSRAM (Golden Dragon +), Cree (Q5) и Seoul Semiconductor. На текущий момент эффективность светодиодов составляет порядка 100–120 Лм/Вт, анонсируются также изделия-приборы с интенсивностью 130–160 Лм/Вт.

Учитывая, что такая светоотдача примерно в 6–8 раз эффективнее, чем у обычных ламп накаливания, и в 4 раза выше, чем у огромного количества энергосберегающих ламп (ртутных, натриевых,

---

Константинов Владимир Игоревич – генеральный директор ЗАО НПП «Южуралэлектроника»; surel@ait.susu.ac.ru

Вставская Елена Владимировна – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, surel@ait.susu.ac.ru

Барбасова Татьяна Александровна – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, barbasow@mail.ru

Волков Вячеслав Олегович – аспирант кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, mail@ait.susu.ac.ru

---

Konstantinov Vladimir Igorevich – head and CEO of ZAO NPP «Yujuralelektronika»; surel@ait.susu.ac.ru

Vstavskaya Elena Vladimirovna – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; surel@ait.susu.ac.ru

Barbasova Tatiana Alexandrovna – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; barbasow@mail.ru

Volkov Vyacheslav Olegovich – postgraduate student of Automation and control department of SUSU; mail@ait.susu.ac.ru

галогеновых и т.д.), возникает революционная ситуация в вопросах построения источников света для самого различного круга применений.

Осветительный светодиод представляет собой прибор со спектром излучения в высокочастотной области видимого диапазона (длина волны 400–500 нм – синий свет), накрытый куполом с люминофором, преобразующим излучение с указанной длиной волны в излучение с желтым свечением (~570 нм). Совокупность синего и желтого излучений формирует белое свечение, а баланс между ними определяет его оттенок (холодный белый, чистый белый, теплый белый).

Однако светодиод остается светодиодом, и его свойствам присущи все особенности поведения обычного  $p$ - $n$ -перехода под воздействием факторов окружающей среды. Среди основных эксплуатационных свойств, которые необходимо учитывать при проектировании светодиодных источников света и модулей питания, светодиодов, следует отметить:

1. Ограниченный температурный диапазон работы  $p$ - $n$ -перехода, составляющий  $-60\dots+150$  °С.

2. Конечное значение теплового сопротивления элементов конструкции светодиода.

3. Ограничение на допустимую температуру работы люминофора, превышение которой приводит к быстрой его деградации.

4. Экспоненциальный характер зависимости тока, протекающего через светодиод, от приложенного напряжения.

5. Отрицательное значение температурного коэффициента напряжения на переходе, т.е. снижение падения напряжения при том же токе при росте температуры перехода.

6. Ограниченная величина допустимого обратного напряжения.

7. По сведениям производителей срок службы светодиодов составляет не менее 50 000 часов.

Следует отметить, что указанные параметры эффективности светоизлучения и долговечности работы сохраняются лишь при рабочей температуре перехода не выше 80–85 °С. Увеличение температуры выше этих значений приводит, с одной стороны, к уменьшению эффективности светоотдачи, с другой – к резкому сокращению срока службы светодиодов.

Перечисленные особенности светодиода как источника светового излучения предопределяют особенности его использования. Среди этих особенностей следует выделить:

1. Ограничение температуры излучающей поверхности при работе светодиода является определяющим фактором, поскольку влияет как на эффективность светоотдачи, так и на долговечность работы излучателя.

2. Конечное тепловое сопротивление элементов конструкции светодиода позволяет косвенно судить о температуре излучающей поверхности

измерением температуры корпуса светодиода или радиатора.

3. Для получения больших значений светового потока необходимо построение мощных источников на базе объединения большого числа элементарных излучателей.

4. Для выравнивания энергетической нагрузки излучателей единственной схемой объединения может быть последовательное соединение, в рамках которого при едином фиксированном протекающем токе действует отрицательная обратная связь нормированного распределения мощностей. Параллельное соединение светодиодов приводит к неравномерности распределения токов, поскольку вступает в действие положительная обратная связь, увеличивающая эту неравномерность. Использование выравнивающих резисторов при параллельном соединении светодиодов снижает энергетическую эффективность светодиодного излучателя и, следовательно, лишает светильник такого важного конкурентного преимущества, как высокая светоотдача.

5. Для сохранения высокой энергетической эффективности излучателя необходимо использование преобразователей с высоким КПД, т.е. реализующих импульсный способ преобразования энергии.

6. Выходной стабилизируемой величиной источника питания должен быть ток возбуждения светодиодов при условии, что рабочее напряжение может изменяться в пределах всего установленного температурного диапазона и количества светодиодов, на которое рассчитан данный источник.

7. Для обеспечения безотказной работы светильников и сохранения срока службы светодиодов на уровне, заявленном изготовителем, необходимо обеспечить требуемый теплоотвод, т.е. установить радиатор с требуемыми характеристиками теплоотдачи. Однако установка такого радиатора из условия работы при максимально допустимой температуре делает конструкцию светильника не оптимальной, поскольку для большей части жизненного цикла светильника такой радиатор оказывается переразмеренным (особенно для уличных применений). Учитывая, что при максимальных рабочих температурах окружающей среды (30...40 °С) светильник работает крайне редко, а может быть и никогда, целесообразным является выбор радиатора из условия допустимой рабочей температуры окружающей среды на уровне 20...25 °С (а для северных районов еще ниже) и оснащение источника питания светодиодного излучателя системой контроля и ограничения температуры излучающей поверхности.

8. При использовании светодиодных светильников в автоматизированных или управляемых системах освещения необходимо иметь возможность внешнего управления интенсивностью светового потока с помощью установленного управляющего сигнала.

## 2. Анализ тепловых режимов светодиодных источников света

При производстве светодиодных источников света монтаж светоизлучателей осуществляется в два этапа (рис. 1):

- 1) монтаж светодиодов на теплопроводящее основание (подложку);
- 2) монтаж теплопроводящих оснований на охладитель.

Выбор светодиодов осуществлялся по следующим критериям:

- 1) отношение светового потока к потребляемой мощности;
- 2) совместимость с выбранным теплопроводящим основанием;
- 3) цена.

На рис. 2 представлена зависимость значения тока светодиода OSRAM LUW W5AM от падения напряжения на нем и зависимость нормированного значения светового потока  $\Phi_V/\Phi_{V(350\text{mA})}$  светодиода от потребляемого тока  $I_F$  при температуре 25 °С.

Как видно из рис. 2, световой поток имеет логарифмическую зависимость от потребляемого тока. На рис. 3а представлен график зависимости мощности светодиода от тока, протекающего через

него, на рис. 3б – график зависимости удельного светового потока от тока светодиода.

Из графика (см. рис. 3б) видно, что удельный световой поток достигает максимума при токе светодиода 350 мА.

Расчет теплового сопротивления может быть осуществлен по формуле

$$R_{th} = \frac{T - T_1}{P},$$

где  $T$  – температура охлаждаемой поверхности;  $T_1$  – температура окружающей среды;  $P$  – рассеиваемая мощность.

С другой стороны, тепловое сопротивление складывается из

$$R_{th} = R_{th_{JS}} + R_{th_{SB}} + R_{th_{BA}},$$

где  $R_{th_{JS}}$  – тепловое сопротивление перехода светодиода;  $R_{th_{SB}}$  – тепловое сопротивление между корпусом светодиода и теплопроводящим основанием;  $R_{th_{BA}}$  – тепловое сопротивление между теплопроводящим основанием и радиатором.

Полная мощность потребления светодиодного источника света определяется количеством  $n$  используемых светодиодных излучателей:

$$P_{total} = n \cdot P.$$

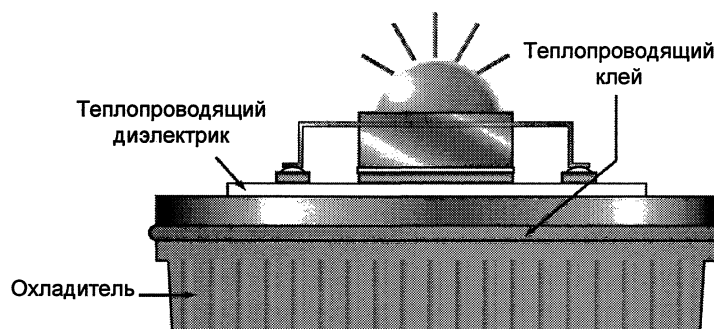


Рис. 1

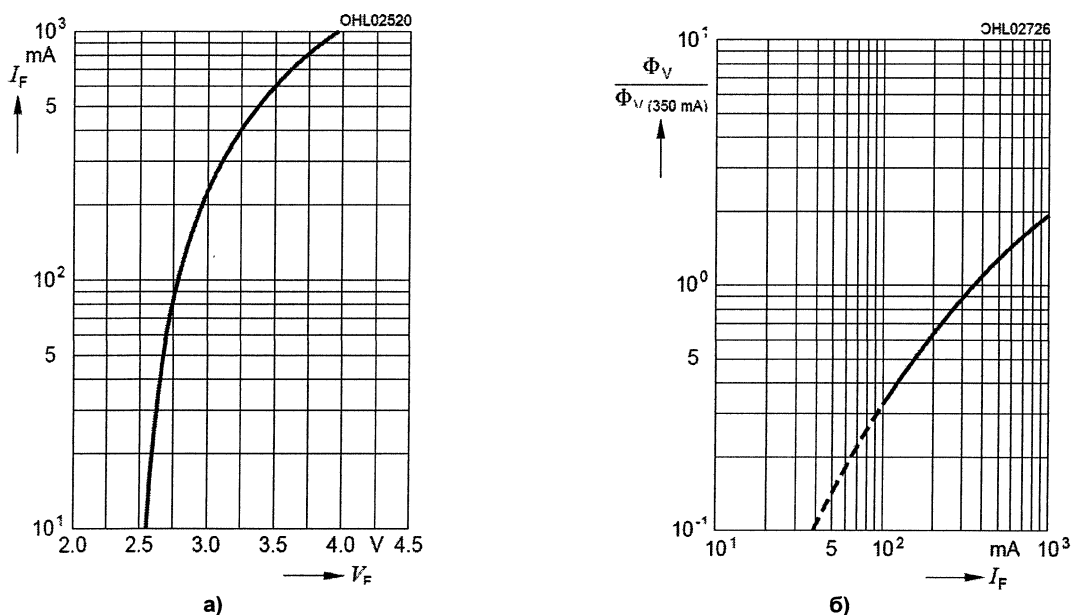


Рис. 2



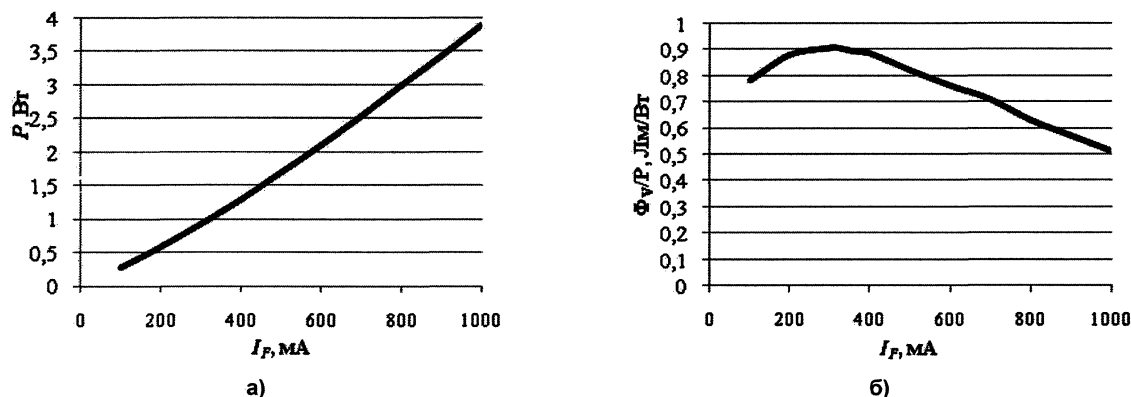


Рис. 3

Чем больше потребляемый ток, тем больше требуемая площадь теплоотводящего радиатора. Потребляемый ток светодиодных излучателей может достигать до 1 А. Однако в реальности используются меньшие значения тока, поскольку повышение тока потребления ведет к ухудшению температурных режимов работы светодиодных излучателей, увеличению площади радиатора, но не ведет к существенному увеличению светового потока.

### 3. Постановка и решение задачи проектирования светодиодных источников света с оптимальными весогабаритными и ценовыми характеристиками

Светодиодный источник света состоит из полупроводниковых тепловыделяющих элементов с нелинейными температурными свойствами.

При проектировании светодиодного источника света учитываются:

- 1) обеспечение требуемого значения светового потока;
- 2) допустимое уменьшение цены светильника;
- 3) уменьшение весогабаритных характеристик светильника.

Весогабаритные характеристики светильника определяются, в первую очередь, параметрами радиатора, требуемого для эффективного отведения тепла от светоизлучающих элементов.

Поскольку световой поток, излучаемый светодиодом, зависит от протекающего тока, вопрос построения теплоотвода с оптимальными весогабаритными характеристиками для тепловыделяющих элементов основывается на выборе оптимального диапазона потребляемого тока светодиодами при обеспечении рабочего режима теплоотведения радиатором.

Количество светодиодов, требуемое для обеспечения заданного светового потока, зависит от потребляемого тока. Так, при уменьшении потребляемого тока светодиодным источником света для обеспечения световых требований необходимо увеличивать количество светодиодов  $n$  (табл. 1).

Из табл. 1 видно, что количество светодиодов, необходимых для обеспечения требуемого светового потока, нелинейно зависит от тока светодиодов. Увеличение количества светодиодов приводит, в свою очередь, к удорожанию стоимости самого светодиодного светильника. Экономическая эффективность построения таких светодиодных светильников значительно снижается. В табл. 3 принят световой поток при токе 350 мА, равный 105 Лм.

С другой стороны, увеличение потребляемого тока приводит к росту температуры перехода светодиода, что, в свою очередь, ведет к увеличению требуемой площади радиатора.

В соответствии с вышеизложенным, при проектировании светодиодных светильников возника-

Требуемый световой поток 7000 Лм

Таблица 1

$I_F$ , мА	$\Phi_v/\Phi_{V(350\text{mA})}$	$n$	$P$ , Вт	$P_{total}$ , Вт	$t_{\text{контакта}}$ , °С	$R_{th \text{ РАД}}$ , К/Вт	$m$ , кг
100	0,22	303	0,28	84,84	81,92	0,612	1,634
200	0,52	128	0,59	75,52	78,51	0,642	1,557
300	0,85	78	0,936	73,008	74,704	0,612	1,633
350	1	67	1,113	74,571	72,757	0,573	1,744
400	1,15	58	1,3	75,4	70,7	0,540	1,856
500	1,4	48	1,7	81,6	66,3	0,445	2,248
600	1,6	42	2,1	88,2	61,9	0,362	2,765
700	1,8	37	2,534	93,758	57,126	0,289	3,456
800	1,9	35	3	105	52	0,210	4,773
900	1,97	34	3,438	116,892	47,182	0,147	6,803
1000	2	33	3,9	128,7	42,1	0,094	10,636

ет задача выбора для источника света токового диапазона работы для обеспечения оптимальных ценовых и весогабаритных характеристик.

Критериями оптимизации являются:

обеспечение минимума себестоимости светодиодного светильника  $\min [C_{\text{светильника}}]$ ,

обеспечение минимума массы радиатора светодиодного светильника.  $\min [m_{\text{светильника}}]$ .

Допустимая температура перехода для применяемых светодиодов составляет 85 °С. Допустимую температуру контакта светодиода с теплоотводящей поверхностью можем рассчитать по формуле

$$t_{\text{контакта}} = t_{\text{перехода}} - R_{th} \cdot P,$$

где  $t_{\text{перехода}}$  – допустимая температура перехода (85 °С);  $R_{th}$  – тепловое сопротивление контакта светодиода с теплоотводящим основанием (примем  $R_{th}=11$  К/Вт);  $P$  – мощность светодиода.

Тепловое сопротивление радиатора можно определить по формуле

$$R_{th\text{РАД}} = \frac{t_{\text{контакта}} - t_{\text{окр}}}{P_{\text{total}}},$$

где  $t_{\text{окр}}$  – температура окружающей среды (принято 30 °С);  $P_{\text{total}}$  – мощность, потребляемая светодиодами светильника.

Из табл. 1 видим, что допустимая температура контакта уменьшается с ростом потребляемого тока. При увеличении потребляемого тока светодиодов происходит увеличение потребляемой мощности светильника. Обеспечение режима рассеивания увеличенной мощности светильника приводит к уменьшению требуемого теплового сопротивления радиатора. Уменьшение требуемого теплового сопротивления радиатора приводит к увеличению массы радиатора.

Для приближенного расчета массы требуемого радиатора примем, что радиатор с удельным тепловым сопротивлением 0,5 Ом/°С имеет массу 2 кг. В этом случае требуемая масса радиатора может быть рассчитана как

$$m = \frac{0,5 \cdot 2}{R_{th\text{РАД}}}.$$

Увеличение массы радиатора приводит к росту себестоимости самого изделия светодиодного излучателя.

Таким образом, основными факторами, влияющими на результирующую стоимость светильника, являются цена радиатора и цена светодиодов:

$$C = C_{\text{сд}} \cdot n + C_{\text{рад}},$$

где  $C_{\text{сд}}$  – цена светодиода;  $C_{\text{рад}}$  – цена радиатора, которая, в свою очередь, определяется как

$$C_{\text{рад}} = m \cdot C_{\text{кг}},$$

где  $C_{\text{кг}}$  – цена за килограмм материала радиатора (принята 500 руб.).

В табл. 2 приведен расчет составляющих цены светодиодного источника света в зависимости от потребляемого тока (принята цена светодиода 160 руб.).

Из табл. 2 видно, что цена светильника нелинейно зависит от тока светодиодов (рис. 4).

Из графика (см. рис. 4) видно, что минимальная цена светильника 7650 руб. обеспечивается при токе светодиода, близком к 700 мА. Масса требуемого радиатора составит при этом около 3,5 кг.

Производство мощных светодиодных излучателей является перспективным направлением на сегодняшний день. Если принять значение светового потока одного светодиода фирмы OSRAM в размере 160 Лм и снижение стоимости светодиода до 100 руб., что прогнозируется в ближайшее время, то примерный расчет стоимости светильника, обеспечивающего световой поток 7000 Лм, потребует установки 24 светодиодов. Потребляемая мощность светильника уменьшится до 61 Вт, а себестоимость по основным составляющим – до 3521 руб.

### Заключение

В работе предложена методика оптимизации весогабаритных характеристик для тепловыделяющих элементов с нелинейными температурными свойствами. Данная методика применима для нахождения значения потребляемого тока свето-

Таблица 2

Расчет составляющих цены светодиодного источника света

$I_F$ , МА	На сегодняшний день					В перспективе				
	$n$	$m$ , кг	$C_{\text{сд}}$ руб.	$C_{\text{рад}}$ руб.	$C$ , руб.	$n$	$m$ , кг	$C_{\text{сд}}$ руб.	$C_{\text{рад}}$ руб.	$C$ , руб.
100	303	1,634	48480	817,03	49297,03	199	1,073	19900	536,5	20436,5
200	128	1,557	20480	778,40	21258,40	84	1,021	8400	510,5	8910,5
300	78	1,633	12480	816,57	13296,57	51	1,068	5100	534	5634
350	67	1,744	10720	872,03	11592,033	44	1,145	4400	572,5	4972,5
400	58	1,856	9280	926,29	10206,29	38	1,214	3800	607	4407
500	48	2,248	7680	1123,97	8803,97	31	1,451	3100	725,5	3825,5
600	42	2,765	6720	1382,45	8102,45	27	1,776	2700	888	3588
700	37	3,456	5920	1728,19	7648,19	24	2,242	2400	1121	3521
800	35	4,773	5600	2386,36	7986,36	23	3,135	2300	1567,5	3867,5
900	34	6,803	5440	3401,58	8841,58	22	4,405	2200	2202,5	4402,5
1000	33	10,64	5280	5318,18	10598,18	22	7,092	2200	3546	5746

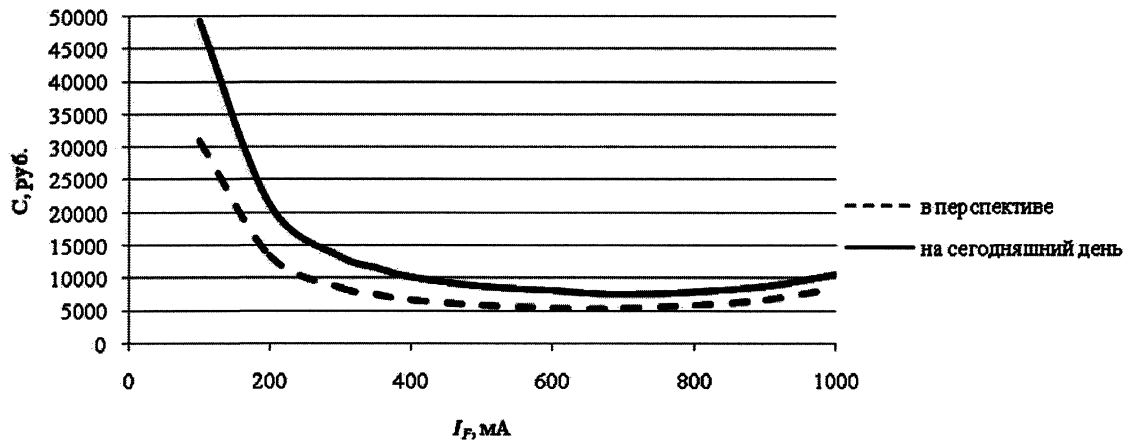


Рис. 4

диодным источником света с различными нелинейными характеристиками.

При определении оптимальных весогабаритных характеристик по критериям минимальной цены было получено значение потребляемого тока в размере 700–800 мА, при котором функция ценообразования имеет свой минимум.

Прогнозируемое развитие светодиодных излучателей ведет к уменьшению цены светодиодных источников света. Это подтверждает перспективность направления разработки светодиодных источников света и прогнозирует их доступность на широком рынке в ближайшее время. При этом оптимальное значение тока светодиодов сохраняется на уровне, близком к 700 мА.

#### Литература

- 1 <http://catalog.osram-os.com/catalogue/> LUW W5AM Golden DRAGON Plus with silicone dome.
2. Отчет о научно-исследовательской работе «Разработка опытного образца светодиодного источника света с регулируемым световым потоком» № госконтракта: 6922р/9457, № этапа: 2.1. Наименование НИОКР по этапу: «Исследование возможности построения теплоотвода с оптимальными весогабаритными характеристиками для тепловыделяющих элементов с нелинейными температурными свойствами», 2009 г.
3. Айзенберг, Ю.Б. Современные проблемы энергоэффективного освещения / Ю.Б. Айзенберг // Энергосбережение. – 2009 – № 1. – <http://www.soptel.ru/articles/release8.html>

Поступила в редакцию 21 декабря 2009 г.

# СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ГИДРОТЕСТИРОВАНИЯ

А.А. Носенко, М.Н. Устюгов, В.В. Бодров

## THE AUTOMATED HYDROTEST SYSTEM

А.А. Nosenko, М.Н. Ustyugov, V.V. Bodrov

Разработана функциональная схема системы автоматизированного гидротестирования труб большого диаметра и построена её математическая модель. По результатам моделирования проведено корректирование алгоритма управления реальной испытательной системы.

*Ключевые слова:* функциональная схема, гидротест, моделирование, опрессовка.

The functional scheme of the automated hydrotest system of the large-diameter pipes is designed and the mathematical model of one is created. The control flow of the real hydrotest system is adjusted in the terms of simulation results.

*Keywords:* functional diagram, hydrotest, simulation, molding.

### Введение

Гидротест, или опрессовка, является основным этапом технологического процесса испытания гидравлических емкостей на прочность. Построение математической модели системы гидротестирования позволяет оценить точность ее функционирования для создания управляющего программного обеспечения.

### 1. Схема функционирования системы гидротестирования

Процесс гидроиспытаний состоит в подъеме давления рабочей жидкости в испытываемой емкости, с использованием пропорционального клапана, изменяющего расход рабочей жидкости, втекающей в емкость.

На рис. 1 представлена обобщенная блок-схема системы гидротестирования. Насос низкого давления  $H_0$ , приводимый в движение асинхронным двигателем АД<sub>0</sub> с частотой вращения вала  $\Omega_0$ , подает из бака рабочую жидкость в параллельно включенные насосы высокого давления  $H_1$  и  $H_2$ , вращаемых соответственно двигателями АД<sub>1</sub> и АД<sub>2</sub> со скоростью  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . С выхода насосов рабочая жидкость поступает на предохранительный клапан с пропорциональным управлением КП. Клапан, согласно сигналу задания  $I_C$ , разделяет входной поток на поток на два – в испытываемую емкость  $Q_E$  и гидробак  $Q_C$ . Сигнал задания формируется управляющим устройством УУ на основа-

нии величин заданного давления  $P_3$  и давления в емкости  $P_E$ .

Для получения блочно-функциональной схемы моделирования процесса гидротеста, упростим обобщенную блок-схему (см. рис. 1) с учетом допущений:

- 1) электрические потери в приводящих электродвигателях пренебрежимо малы;
- 2) бак является бесконечным источником и приемником воды;
- 3) электрическая сеть цеха является источником энергии бесконечной мощности;
- 4) в насосах достаточно рассмотреть давление жидкости, производимое в плунжерах.

В результате преобразования получаем блочно-функциональную схему моделирования, изображенную на рис. 2.

### 2. Построение математической модели процесса гидроиспытания

При построении математической модели по блочно-функциональной схеме необходимо получить детальные математические уравнения элементов, с учетом зависимостей их параметров от координат, характеризующий состояние системы.

Во время гидротеста при подаче расхода жидкости в трубу, давление не поднимается мгновенно вследствие упругости газа (воздуха), растворенного в рабочей жидкости. Модуль упругости газожидкостной смеси:

---

Носенко Антон Александрович – инженер по автоматизации Уральского инжинирингового центра; antonnos@yandex.ru

Устюгов Михаил Николаевич – д-р техн. наук, профессор кафедры систем управления ЮУрГУ; su@susu.ac.ru

Бодров Валерий Владимирович – президент холдинга «Уральский инжиниринговый центр»; tec@cheltec.ru

---

Nosenko Anton Aleksandrovich – automation engineer of Ural Engineering Center; antonnos@yandex.ru

Ustyugov Mikhail Nikolaevich – PhD, professor of Control systems department of SUSU; su@susu.ac.ru

Bodrov Valery Vladimirovich – president of the holding «Ural Engineering Center»; tec@cheltec.ru

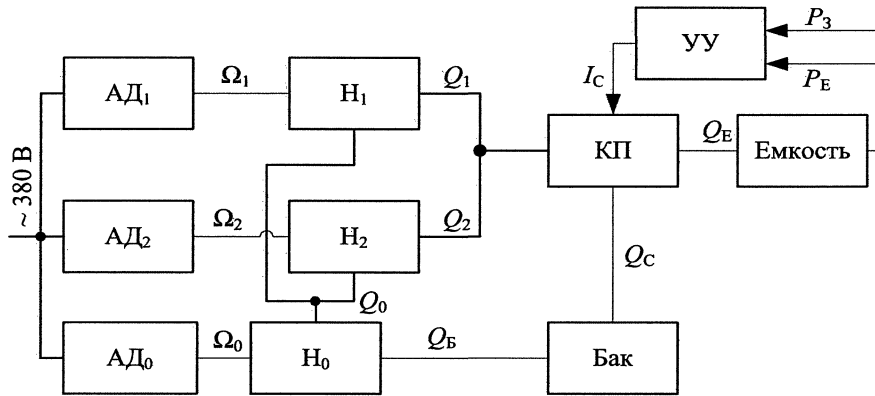


Рис. 1. Обобщенная блок-схема системы гидротестирования

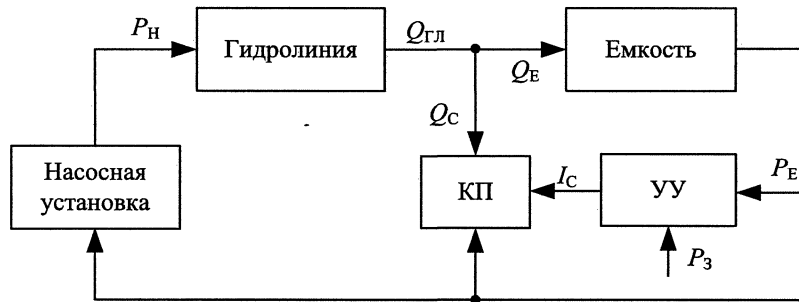


Рис. 2. Блочнo-функциональная схема моделирования процесса гидротеста

$$E_{гж} = E_{ж} \frac{\frac{V_{ж} + 1}{V_{г}}}{\frac{V_{ж}}{V_{г}} + E_{ж} \frac{p_{атм}}{p^2}},$$

где  $E_{ж}$  – модуль упругости жидкости (воды), МПа;  $V_{ж}$  – объем жидкости в смеси при атмосферном давлении  $p_{атм}$ , м<sup>3</sup>;  $V_{г}$  – объем газа в смеси при атмосферном давлении, м<sup>3</sup>;  $p$  – давление газожидкостной смеси, МПа.

При описании трубы с использованием метода аналогии охарактеризуем её гидравлической емкостью без учета гидравлического сопротивления [1]:

$$C_{тр} = \frac{V_{тр}}{E_{ж}} \cdot \frac{\frac{V_{ж}}{V_{г}} + E_{ж} \frac{p_{атм}}{p_{тр}^2}}{\frac{V_{ж}}{V_{г}} + 1}, \quad (1)$$

где  $V_{тр}$  – полезный объем трубы, м<sup>3</sup>.

Полагая трубу и винты траверс, закрепляющих торцы трубы, нежесткими, вычисляем дополнительный объем. Удлинение полезного объема трубы составляет  $\Delta l = G_{в} l_{в} / E_{в}$ , где  $G_{в}$  – усилие, действующее на винты, Н/м<sup>2</sup>;  $E_{в}$  – коэффициент растяжения винтов, МПа. Усилие рассчитываем согласно выражению

$$G_{в} = \frac{\frac{\pi d_{тр}^2}{4} p_{тр}}{2 \pi d_{в}^2} = \frac{d_{тр}^2 p_{тр}}{2 d_{в}^2},$$

где  $d_{в}$  – диаметр винта, м;  $l_{в}$  – длина винта, м. Увеличение диаметра трубы составляет

$$\Delta D = \frac{D_{тр}^2 p_{тр}}{E_{тр} s_{тр}} (1 - 0,5\mu),$$

где  $D_{тр}$  – внешний диаметр трубы, м;  $p_{тр}$  – давление в трубе, МПа;  $s_{тр}$  – толщина стенки трубы, м<sup>2</sup>;  $E_{тр}$  – коэффициент растяжения стали, МПа;  $\mu$  – коэффициент Пуассона стали, м/м.

Пренебрегая утончением стенок, рассчитаем полезный объем трубы:

$$V_{тр} = \frac{\pi (d_{тр} + \Delta D)^2}{4} (l_{тр} + \Delta l) = \frac{\pi}{4} \left( d_{тр} + \frac{D_{тр}^2 p_{тр}}{E s_{тр}} (1 - 0,5\mu) \right)^2 \left( l_{тр} + \frac{d_{тр}^2 p_{тр}}{2 d_{в}^2 E_{в}} l_{в} \right). \quad (2)$$

В соответствии с формулами (1) и (2) получим гидравлическую емкость трубы:

$$C_{тр} = \frac{\pi \left( d_{тр} + \frac{D_{тр}^2 p_{тр}}{E s_{тр}} (1 - 0,5\mu) \right)^2 \left( l_{тр} + \frac{d_{тр}^2 p_{тр}}{2 d_{в}^2 E_{в}} l_{в} \right)}{4 E_{ж}} \times \frac{\frac{V_{ж}}{V_{г}} + E_{ж} \frac{p_{атм}}{p^2}}{\frac{V_{ж}}{V_{г}} + 1}. \quad (3)$$

Пропорциональный предохранительный клапан находится в напорной магистрали и характеризуется как изменяемая гидравлическая про-

димось, в которой  $T_{кл}$  – время перехода клапана из максимально открытого в закрытое состояние и обратно.

Рабочую жидкость считаем несжимаемой и плотность ее постоянна. Гидролинию описываем гидравлической индуктивностью, нагруженную множеством элементов сопротивления, и рассчитываем по формуле [2]

$$L_{гг} = \rho_{ж} \frac{l_{гг}}{s_{гг}}, \quad (4)$$

где  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $l_{гг}$  – длина гидролинии, м;  $s_{гг}$  – полезное сечение гидролинии, м<sup>2</sup>.

Потери давления по длине и на  $n$  поворотов гидролинии [3]:

$$\begin{aligned} P_{пот} &= \rho_{ж} g h_{пот} = \rho_{ж} g \left( \frac{1}{2g} \lambda_{т} \frac{l_{гг}}{d_{гг}} v^2 + n \frac{1}{2g} v^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} \rho_{ж} \left( \frac{Q_{гг}}{s_{гг}} \right)^2 \left( \lambda_{т} \frac{l_{гг}}{d_{гг}} + n \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\lambda_{т}$  – постоянная потока, зависящая от шероховатости трубы;  $d_{гг}$  – внутренний диаметр сечения, м;  $v$  – скорость движения жидкости, м/с;  $n$  – число поворотов;  $Q_{гг}$  – поток жидкости, протекающий через гидролинию, м<sup>3</sup>/с.

Используя метод аналогии, насосную установку опишем источником гидравлического потенциала. Насосы радиально поршневые и давление в каждом плунжере принимаем положительно синусоидальным. Давление в плунжерах

$$P_i(t) = A |\sin(\Omega t + \Delta\phi_i)|,$$

где  $\Omega$  – частота вращения приводного вала, 1/с,  $i$  – номер плунжера.

Управляющее устройство содержит датчик давления и управляющий элемент дискретного действия – контроллер. Аналого-цифровому и цифроаналоговому преобразователю соответствуют цифровые передаточные функции вида  $W(z) = 1/z$ . Контроллер обладает периодом дискретизации, поэтому в состав математической модели входит передаточная функция задержки цикла  $W_{прог}(z) = 1/z$ .

По уравнениям (3)–(5), уравнениям насосной установки, предохранительного клапана и управляющего устройства составлена нелинейная структурная схема процесса гидроиспытания, учитываю-

щая зависимость параметров элементов от координат состояния системы, и выполнено ее моделирование в среде Simulink пакета MATLAB [3].

В ходе моделирования выявлено неудовлетворительное качество управления: максимальная ошибка испытания  $\epsilon_{\max} = 5,625\%$ , статическая ошибка  $\epsilon_{ст} = 5,513\%$  при заданном требовании точности  $\epsilon_{зад} = 5\%$ , где  $\epsilon = (P_E - P_3)/P_3$ .

Методом последовательных приближений при моделировании системы с различными регуляторами получена дискретная передаточная функция регулятора

$$W_{рег}(z) = 47,857 \frac{z - 0,99}{z - 0,905}.$$

Введение регулятора способствовало повышению точности системы как в динамике, так и в статике. Максимальная ошибка испытания составила  $\epsilon_{\max} = 0,875\%$ .

### Заключение

Разработанная функционально-принципиальная схема системы автоматизированного гидротестирования позволила выделить критическую по требованиям точности и быстродействия часть системы и построить для неё блочно-функциональную схему.

Осуществлено последовательное математическое описание выделенных блоков. Проведенное моделирование позволило оценить точность испытательной системы и спроектировать необходимый программный регулятор.

### Литература

1. Гойдо, М.Е. Теория и проектирование гидроприводов: учебное пособие / М.Е. Гойдо. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 255 с.
2. Баишта, Т.М. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы / Т.М. Баишта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
3. Бодров, В.В. Стенд гидравлических испытаний труб / В.В. Бодров, А.А. Носенко, М.Н. Устюгов // Кибернетика и высокие технологии XXI века: тр. IX междунар. науч.-техн. конф. – Воронеж, 2008. – Т. 2. – С. 1105–1113.

Поступила в редакцию 28 декабря 2009 г.

## О ПРОБЛЕМЕ ПОТЕРИ ТОЧНОСТИ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ

*Н.Ю. Колесникова, Т.Н. Рудакова, А.В. Танана*

## THE PROBLEMS OF THE ACCURACY LOST DURING INFORMATION TRANSFER

*N.Y. Kolesnikova, T.N. Rudakova, A.V. Tanana*

Рассматривается метод М.М. Лаврентьева решения операторных уравнений в гильбертовых пространствах. Получены точные оценки погрешности, доказывающие его оптимальность. Этот метод применён к решению обратной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Показано, что при преобразовании информации этим методом происходит минимальная потеря точности.

*Ключевые слова:* операторные уравнения, регуляризация, оптимальный метод, оценка погрешности, некорректная задача.

In this paper, we proved the optimality of M.M. Lavrentiev method for solving of the ill-posed problems. The precise estimations of the accuracy of this method were obtain. This method has been applied to the inverse problem of Cauchy for heat transfer equation. When we used this method the transfer information will be with minimum loss of accuracy.

*Keywords:* operator equations, regularization, the optimal method, error estimate, ill-posed problem.

Пусть  $F$  и  $U$  – некоторые гильбертовы пространства, а  $T$  – неограниченный оператор, действующий из  $F$  в  $U$ . Предположим, что нам требуется определить значение  $u_0 = Tf_0$ , но вместо  $f_0$  в качестве исходной информации нам известна пара  $(f_\delta, \delta)$ , в которой  $f_\delta \in F$ , а  $\|f_\delta - f_0\| \leq \delta$ . Требуется эту информацию преобразовать в пару  $(u_\epsilon, \epsilon)$ , в которой  $u_\epsilon \in U$ , а  $\|u_\epsilon - u_0\| \leq \epsilon$ .

Так как оператор  $T$  неограничен, то без дополнительной информации о значении  $u_0$   $\epsilon = \infty$ , что совершенно неудовлетворительно. Поэтому в качестве дополнительной информации можем использовать задание класса корректности  $M \subset U$ , которому должно принадлежать точное значение  $u_0$ . Примером такого класса корректности может служить множество  $M$  из  $U$ , удовлетворяющее условию

$$T \in C[T^{-1}(M)]$$

**Колесникова Наталья Юрьевна** – старший преподаватель кафедры вычислительной математики ЮУрГУ; [Natasha720221@mail.ru](mailto:Natasha720221@mail.ru)

**Рудакова Татьяна Николаевна** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры вычислительной математики ЮУрГУ, [rtn@susu.ac.ru](mailto:rtn@susu.ac.ru)

**Танана Алексей Витальевич** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики Уральского горного университета, г Екатеринбург; [tvpa@susu.ac.ru](mailto:tvpa@susu.ac.ru)

Одна из основных проблем математической информатики заключается в разработке методов преобразования информации  $(f_\delta, \delta)$  в  $(u_\epsilon, \epsilon)$  и определении нижней грани  $\epsilon$  среди всех возможных.

В настоящей работе методом М.М. Лаврентьева [1] решено операторное уравнение первого рода

$$Au = f_\delta; u \in U, f_\delta \in F,$$

в предположении, что  $\|A^{-1}\| = \infty$ , а  $\|f_\delta - f_0\| \leq \delta$ .

Доказана оптимальность этого метода и найдена нижняя грань  $\epsilon$  среди всех возможных. Результаты работы проиллюстрированы на обратной задаче Коши для уравнения теплопроводности.

### 1. Понятие метода преобразования информации

Пусть  $U$ ,  $F$  и  $V$  – гильбертовы пространства,  $A$  – инъективный линейный ограниченный оператор, отображающий  $U$  в  $F$  и имеющий неограниченный обратный,  $B$  – линейный ограни-

**Kolesnikova Natalia Yurievna** – senior lecturer of Computational mathematics department of SUSU; [Natasha720221@mail.ru](mailto:Natasha720221@mail.ru)

**Rudakova Tatiana Nikolaevna** – PhD, associate professor of Computational mathematics department of SUSU; [rtn@susu.ac.ru](mailto:rtn@susu.ac.ru)

**Tanana Aleksei Vitalievich** – PhD, associate professor of Mathematics department of Ural Mountain University, Yekaterinburg; [tvpa@susu.ac.ru](mailto:tvpa@susu.ac.ru)

ченный оператор, отображающий  $V$  в  $U$ , а  $M_r = B\bar{S}_r$ , где  $\bar{S}_r = \{v \in V, \|v\| \leq r\}$ .

Предположим, что

$$A^{-1} \in C[A(M_r)]. \quad (1)$$

Рассмотрим операторное уравнение первого рода

$$Au = f \quad (2)$$

и предположим, что при  $f = f_0$  существует точное решение  $u_0$  уравнения (2), которое принадлежит множеству  $M_r$ , но вместо  $f_0$  нам известны  $f_\delta \in F$  и  $\delta > 0$  такие, что

$$\|f_\delta - f_0\| \leq \delta$$

Требуется, используя априорную информацию  $M_r$ ,  $f_\delta$  и  $\delta$ , определить приближенное решение  $u_\delta$  уравнения (2) наименее уклоняющееся от точного решения  $u_0$  и оценить уклонение  $\|u_\delta - u_0\|$  на классе  $M_r$ .

*Определение 1* Оператор  $P$  непрерывно отображающий пространство  $F$  в  $U$  будем называть методом приближенного решения уравнения (2) на множестве  $M_r$ .

Введем количественную характеристику точности метода  $P$  на множестве  $M_r$

$$\Delta_\delta(P) = \sup_{u, f_\delta} \{ \|u - Pf_\delta\| : u \in M_r, \|Au - f_\delta\| \leq \delta \}. \quad (3)$$

Таким образом, метод  $P$  преобразует исходную информацию  $(M_r, f_\delta, \delta)$  в информацию  $(Pf_\delta, \Delta_\delta(P))$

Мы заинтересованы в том, чтобы величина  $\Delta_\delta(P)$  была минимальна. Для этого через  $C[F, U]$  обозначим множество операторов непрерывно отображающих пространство  $F$  в  $U$  и определим число  $\Delta_\delta^{opt}$  формулой

$$\Delta_\delta^{opt} = \inf \{ \Delta_\delta(P) : P \in C[F, U] \}, \quad (4)$$

где  $\Delta_\delta(P)$  – определена формулой (3).

*Определение 2.* Метод  $P^{opt}$  будем называть оптимальным на классе  $M_r$ , если

$$\Delta_\delta(P^{opt}) = \Delta_\delta^{opt}$$

Теперь следуя [2], определим функции  $\omega_1(\tau, r)$  и  $\omega(\tau, r)$  формулами:

$$\begin{aligned} \omega_1(\tau, r) &= \\ &= \sup \{ \|u_1 - u_2\| : u_1, u_2 \in M_r, \|Au_1 - Au_2\| \leq \tau \} \end{aligned} \quad (5)$$

и

$$\omega(\tau, r) = \sup \{ \|u\| : u \in M_r, \|Au\| \leq \tau \}, \quad (6)$$

где  $\tau \geq 0$

Из леммы доказанной в [3, с. 17] следует, что

$$\omega_1(\tau, r) = \omega(\tau, 2r) \quad (7)$$

*Лемма 1.* Пусть  $k \geq 0$ . Тогда справедливо равенство  $\omega(k\tau, kr) = k\omega(\tau, r)$

*Доказательство.* При  $k = 0$  лемма очевидна. Пусть  $k > 0$  и  $\tau \geq r\|AB\|$ . Тогда  $k\tau \geq kr\|AB\|$ , а из (6) следует, что

$$\omega(\tau, r) = r\|AB\| \quad (8)$$

и

$$\omega(k\tau, kr) = kr\|AB\|. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что  $\omega(k\tau, kr) = k\omega(\tau, r)$

Пусть  $k > 0$  и  $\tau < r\|AB\|$ . Тогда из того, что  $u \in M_r$  и  $\|Au\| \leq \tau$  следует, что  $ku \in M_{kr}$  и  $\|A(ku)\| \leq k\tau$

Таким образом

$$k\omega(\tau, r) \leq \omega(k\tau, kr). \quad (10)$$

В другую сторону. Пусть  $u \in M_{kr}$  и  $\|Au\| \leq k\tau$ .

Тогда  $\frac{u}{k} \in M_r$  и  $\|A\left(\frac{u}{k}\right)\| \leq \tau$ , т.е.

$$\frac{1}{k} \omega(k\tau, kr) \leq \omega(\tau, r),$$

или

$$\omega(k\tau, kr) \leq k\omega(\tau, r). \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует утверждение леммы.

*Лемма 2.* Пусть  $P \in C[F, U]$ , а  $\omega_1(\tau, r)$  определена формулой (7). Тогда справедлива оценка

$$\Delta_\delta(P) \geq \frac{1}{2} \omega_1(2\delta, r).$$

*Доказательство.* Пусть  $\varepsilon$  – достаточно малое положительное число. Тогда, на основании (7) существуют элементы  $u_1, u_2 \in M_r$  такие, что

$$\|u_1 - u_2\| \geq \omega_1(2\delta, r) - \varepsilon, \quad (12)$$

а

$$\|Au_1 - Au_2\| \leq 2\delta \quad (13)$$

Если положить  $\bar{f}_\delta = \frac{(Au_1 - Au_2)}{2}$ , то из (13)

будет следовать, что

$$\|Au_1 - \bar{f}_\delta\| \leq \delta \text{ и } \|Au_2 - \bar{f}_\delta\| \leq \delta. \quad (14)$$

Так как

$$\max \{ \|u_1 - P\bar{f}_\delta\|, \|u_2 - P\bar{f}_\delta\| \} \geq \frac{1}{2} \|u_1 - u_2\|, \quad (15)$$

то из (12), (14) и (15) следует, что

$$\max \{ \|u_1 - P\bar{f}_\delta\|, \|u_2 - P\bar{f}_\delta\| \} \geq \frac{1}{2} \omega_1(2\delta, r) - \frac{\varepsilon}{2}, \quad (16)$$

а из (3), что

$$\Delta_\delta(P) \geq \max \{ \|u_1 - P\bar{f}_\delta\|, \|u_2 - P\bar{f}_\delta\| \}. \quad (17)$$

Таким образом, из (16) и (17) следует, что

$$\Delta_\delta(P) \geq \frac{1}{2} \omega_1(2\delta, r) - \frac{\varepsilon}{2}. \quad (18)$$



Ввиду произвольности  $\varepsilon$  из (18) следует утверждение леммы.

Из формул (4), (7) и лемм 1 и 2 следует, что

$$\Delta_{\delta}^{opt} \geq \omega(\delta, r). \quad (19)$$

**2. Исследование на оптимальность  
метода М.М. Лаврентьева**

Пусть  $U = F = V = H$ , а операторы  $A^*A$  и  $BB^*$  положительно определены. Тогда на основании леммы, доказанной в [4], для операторов  $A$  и  $B$  имеют место полярные разложения  $A = QA$  и  $B = \bar{B}P$ , где  $Q$  и  $P$  – унитарные операторы,  $\bar{A} = \sqrt{A^*A}$ , а  $\bar{B} = \sqrt{BB^*}$ . Кроме того, предположим, что спектр  $Sp(\bar{A})$  оператора  $\bar{A}$  совпадает с отрезком  $[0, \|A\|]$ , а

$$\bar{B} = G(\bar{A}), \quad (20)$$

где  $G(\sigma)$  – строго возрастающая, непрерывная на отрезке  $[0, \|A\|]$  и дифференцируемая на интервале  $(0, \|A\|)$  функция, такая, что  $G(0) = 0$ .

Рассмотрим уравнение

$$rG(\sigma)\sigma = \tau; \sigma \in [0, \|A\|] \quad (21)$$

Из (21) следует, что если  $\tau < 0$  и  $\tau < rG(\|A\|)\|A\|$ , то это уравнение имеет единственное решение  $\bar{\sigma}(\tau) = \psi\left(\frac{\tau}{r}\right)$ , где  $\psi(x)$  – функция обратная  $G(\sigma)\sigma$ . Из известной теоремы об обратной функции следует, что  $\psi \in C[0, G(\|A\|)\|A\|]$  и  $\psi(0) = 0$

Таким образом

$$\bar{\sigma}(\tau) \rightarrow 0 \text{ при } \tau \rightarrow 0. \quad (22)$$

*Лемма 3.* Если выполнены все условия на операторы  $A$  и  $B$ , сформулированные выше, а  $\tau < r\|AB\|$ , то справедлива формула

$$\omega(\tau, r) = rG[\bar{\sigma}(\tau)],$$

где  $\bar{\sigma}(\tau)$  решение уравнения (21).

*Доказательство.* Пусть  $\varepsilon$  – достаточно малое, положительное число. Тогда, выбрав натуральное число  $n_0$  таким, что

$$rG[\bar{\sigma}(\tau)] - rG\left[\frac{n_0 - 1}{n_0}\bar{\sigma}(\tau)\right] < \varepsilon, \quad (23)$$

рассмотрим подпространство  $H_0$ , определяемое формулой

$$H_0 = E_{\bar{\sigma}(\tau)}H - E_{\frac{n_0 - 1}{n_0}\bar{\sigma}(\tau)}H, \quad (24)$$

где  $\{E_{\sigma} : 0 \leq \sigma \leq \|A\|\}$  – разложение единицы, порожденное оператором  $\bar{A}$  [5, с. 336]. Легко проверить, что

$$M_r = \bar{B}\bar{S}_r \quad (25)$$

Пусть  $v_0 \in H_0$  и

$$\|v_0\| = r. \quad (26)$$

Тогда из (25) и (26) следует, что

$$u_0 = \bar{B}v_0 \in M_r \quad (27)$$

Так как  $u_0 \in H_0$ , то на основании (23)–(26)

$$\|u_0\| \geq rG[\bar{\sigma}(\tau)] - \varepsilon. \quad (28)$$

Ввиду того, что  $u_0, \bar{A}u_0 \in H_0$ , а функция  $G(\sigma)$  строго возрастает, из (24) следует, что

$$\|\bar{A}u_0\| \leq rG[\bar{\sigma}(\tau)]\bar{\sigma}(\tau) = \tau. \quad (29)$$

Из (27) и (29) следует, что

$$\|u_0\| \leq \omega(\tau, r), \quad (30)$$

а из (28) и (30), что

$$\omega(\tau, r) \geq rG[\bar{\sigma}(\tau)] - \varepsilon.$$

Ввиду произвольности  $\varepsilon$  будем иметь

$$\omega(\tau, r) \geq rG[\bar{\sigma}(\tau)]. \quad (31)$$

Теперь докажем неравенство в другую сторону. Для этого представим пространство  $H$  в виде ортогональной суммы

$$H = H_1 + H_2, \quad (32)$$

подпространство  $H_1 = E_{\bar{\sigma}(\tau)}H$ , а  $H_2 = (E - E_{\bar{\sigma}(\tau)})H$ .

Из теоремы [5, с. 336] следует, что подпространства  $H_1$  и  $H_2$  инвариантны для операторов  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$ .

Из того, что  $u_0 \in M_r$ , а

$$\|\bar{A}u_0\| \leq \tau, \quad (33)$$

следует существование элемента  $v_0 \in H$  такого, что

$$\|v_0\| \leq r \quad (34)$$

и

$$u_0 = \bar{B}v_0 \quad (35)$$

Используя (32), представим элемент  $v_0$  в виде ортогональной суммы

$$v_0 = v_1 + v_2, \quad (36)$$

где  $v_i = pr(v_0, H_i)$ ,  $i = 1, 2$ .

Пусть  $r_1 = \|v_1\|$ , а  $r_2 = \|v_2\|$ . Тогда из (34) и (36) следует, что

$$r_1^2 + r_2^2 \leq r^2 \quad (37)$$

Из инвариантности подпространств  $H_1$  и  $H_2$  для оператора  $\bar{B}$  и формулы (35) следует, что  $u_0 = u_1 + u_2$  и

$$u_i = \bar{B}v_i \in H_i; i = 1, 2. \quad (38)$$

Из инвариантности подпространств  $H_1$  и  $H_2$  для оператора  $\bar{A}$  будем иметь

$$\bar{A}u_i \in H_i, i = 1, 2. \quad (39)$$

Из (33), (38) и (39) следует, что

$$\|\bar{A}u_i\| \leq \frac{r_i}{r}\tau; i = 1, 2. \quad (40)$$

Так как  $G(\sigma)$  строго возрастает, то из (38) следует, что

$$\|u_1\| \leq r_1 G[\bar{\sigma}(\tau)], \quad (41)$$

а из (40), что

$$\|u_2\| \leq \frac{r_2}{r} \frac{\tau}{\bar{\sigma}(\tau)}. \quad (42)$$

Ввиду того, что

$$r_2 G[\bar{\sigma}(\tau)] \bar{\sigma}(\tau) = \frac{r_2}{r} \tau, \quad (43)$$

из (42) и (43) следует, что

$$\|u_2\| \leq r_2 G[\bar{\sigma}(\tau)]. \quad (44)$$

Из (37) и (38), (41) и (44) следует, что

$$\|u_0\| \leq r G[\bar{\sigma}(\tau)]. \quad (45)$$

Ввиду произвольности  $u_0$  из (33) – (35) и (45) следует, что

$$\omega(\tau, r) \leq r G[\bar{\sigma}(\tau)], \quad (46)$$

а из (31) и (46), что

$$\omega(\tau, r) = r G[\bar{\sigma}(\tau)].$$

Из формулы (46) следует утверждение леммы.

Из леммы 3 и формулы (22) следует, что множество  $M_r$  является классом корректности для уравнения (2), а из формулы (19) и леммы 3 следует, что

$$\Delta_\delta^{opt} \geq r G[\bar{\sigma}(\tau)]. \quad (47)$$

Так как, используя лемму работы [4], уравнение (2) можно заменить эквивалентным

$$\bar{A}u = g, \quad (48)$$

где  $\bar{A} = \sqrt{A^* A}$ ,  $g = Q^* f$ , а множество  $M_r$ , с учетом формулы (25) совпадает с множеством  $\bar{B}\bar{S}_r$ ,

где  $\bar{B} = \sqrt{B B^*}$ , то задачу приближенного решения уравнения (48) поставим следующим образом.

Предположим, что при  $g = g_0 \in H$  существует точное решение  $u_0$  уравнения (48), которое принадлежит множеству  $M_r$ , но точное значение правой части  $g_0$  нам не известно, а вместо него даны некоторое приближение  $g_\delta \in H$  и уровень погрешности  $\delta > 0$  такие, что  $\|g_\delta - g_0\| \leq \delta$ .

Требуется по исходным данным  $M_r$ ,  $g_\delta$  и  $\delta$  определить приближенное решение  $u_\delta$  уравнения (48), минимально уклоняющееся от  $u_0$  на классе  $M_r$  и оценить это уклонение.

Будем решать эту задачу методом М.М. Лаврентьева [1], в котором используется регуляризующее семейство операторов  $\{R_\alpha, 0 < \alpha \leq \alpha_0\}$ , действующих из  $H$  в  $H$  и определяемых формулой

$$R_\alpha = \bar{B}[\bar{C} + \alpha E]^{-1}, \alpha \in (0, \alpha_0], \quad (49)$$

а  $\bar{C} = \bar{A}\bar{B}$ .

*Лемма 4.* Для любого  $\alpha > 0$  оператор  $R_\alpha$ , определяемый формулой (11) ограничен и

$$\|R_\alpha\| \leq \max_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G(\sigma)}{G(\sigma)\sigma + \alpha}.$$

*Доказательство.* Так как

$$\|R_\alpha\|^2 = \sup_{\|g\| \leq 1} \|R_\alpha g\|^2, \quad (50)$$

а

$$\|R_\alpha g\|^2 = (R_\alpha g, R_\alpha g), \quad (51)$$

то ввиду самосопряженности оператора  $R_\alpha$  из (50) и (51) следует, что

$$\|R_\alpha\|^2 = \sup_{\|g\| \leq 1} (R_\alpha g, g). \quad (52)$$

Из (49) и (52) следует, что

$$\|R_\alpha\|^2 = \sup_{\|g\| \leq 1} \left( \bar{B}^2 [\bar{C} + \alpha E]^{-2} g, g \right). \quad (53)$$

Пусть  $\{E_\sigma, 0 \leq \sigma \leq \|A\|\}$  – спектральное разложение единицы, порожденное оператором  $\bar{A}$ . Тогда из (49) следует, что

$$R_\alpha^2 g = \int_0^{\|A\|} \frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2} dE_\sigma g, \quad (54)$$

а из (53) и (54), что

$$\|R_\alpha\|^2 = \sup_{\|g\| \leq 1} \int_0^{\|A\|} \frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2} d(E_\sigma g, g) \quad (55)$$

Учитывая (17), получим, что

$$\|R_\alpha\|^2 \leq \sup_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2} \sup_{\|g\| \leq 1} \int_0^{\infty} d(E_\sigma g, g), \quad (56)$$

а из (56), что

$$\|R_\alpha\|^2 \leq \sup_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2}. \quad (57)$$

Так как функция  $\frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2}$  непрерывна на

отрезке  $[0, \|A\|]$ , то существует значение  $\sigma \in [0, \|A\|]$  такое, что

$$\frac{G^2(\bar{\sigma})}{[\bar{\sigma} G(\bar{\sigma}) + \alpha]^2} = \sup_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \alpha]^2}. \quad (58)$$

Из соотношений (57) и (58) следует утверждение леммы.

*Лемма 5.* Для любых  $\alpha$  и  $r > 0$  справедливо соотношение

$$\sup_{\|v\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| \leq r\alpha \max_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \alpha}.$$

*Доказательство.* Так как

$$\bar{B}[\bar{C} + \alpha E]^{-1} \bar{C}v - \bar{B}v = -\alpha \bar{B}[\bar{C} + \alpha E]^{-1} v, \quad (59)$$

то из (49) и (59) следует, что

$$\|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| = \alpha \left\| \bar{B} [\bar{C} + \alpha E]^{-1} v \right\| \quad (60)$$

Если  $v \neq 0$ , то из (60) следует, что

$$\|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| = \alpha \|v\| \left\| \bar{B} [\bar{C} + \alpha E]^{-1} \frac{v}{\|v\|} \right\|. \quad (61)$$

Так как

$$\sup_{\|v\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| = \sup_{0 < \|v\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\|,$$

то из (61) следует, что

$$\sup_{\|v\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| = r\alpha \sup_{\|w\| \leq 1} \left\| \bar{B} [\bar{C} + \alpha E]^{-1} w \right\|. \quad (62)$$

Из (49) и (62) следует, что

$$\sup_{\|v\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v - \bar{B}v\| \leq r\alpha \|R_\alpha\|. \quad (63)$$

Из (63) и леммы 4 следует утверждение леммы.

Пусть  $u_0 \in M_r$ , а  $\|g_\delta - \bar{A}u_0\| \leq \delta$ . Тогда

$$\|u_0 - R_\alpha g_\delta\| \leq \|u_0 - R_\alpha \bar{A}u_0\| + \delta \|R_\alpha\|. \quad (64)$$

Так как

$$\|u_0 - R_\alpha \bar{A}u_0\| \leq \sup_{\|v_0\| \leq r} \|R_\alpha \bar{C}v_0 - \bar{B}v_0\|, \quad (65)$$

то из лемм 3, 4 и соотношений (64), (65) следует, что

$$\|u_0 - R_\alpha g_\delta\| \leq (r\alpha + \delta) \max_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \alpha}. \quad (66)$$

Обозначим через  $G'(\sigma)$  производную от функции  $G(\sigma)$ , а через  $\bar{\sigma}(\delta)$  решение уравнения (21) при  $r = \delta$ .

Теорема 1. Пусть для любого  $\sigma \in (0, \|A\|)$

$G'(\sigma) > 0$ ,  $\frac{G^2(\sigma)}{G'(\sigma)}$  возрастает,  $\delta < rG(\|A\|)\|A\|$ , а

$$\bar{\alpha}(\delta) = \frac{G^2(\bar{\sigma}(\delta))}{G'(\bar{\sigma}(\delta))} \quad (67)$$

Тогда

$$\Delta_\delta \left( R_{\bar{\alpha}(\delta)} \right) \leq rG[\bar{\sigma}(\delta)].$$

Доказательство. Пусть  $u_0$  произвольный элемент из множества  $M_r$ , а  $\|g_\delta - \bar{A}u_0\| \leq \delta$ . Тогда из формулы (66) следует, что

$$\|u_0 - R_{\bar{\alpha}(\delta)} g_\delta\| \leq (r\bar{\alpha}(\delta) + \delta) \max_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)}. \quad (68)$$

Теперь вычислим  $\max \left\{ \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)} \cdot 0 \leq \sigma \leq \|A\| \right\}$ .

Для этого продифференцируем функцию  $\frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)}$

$$\left[ \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)} \right]' = \frac{\bar{\alpha}(\delta) G'(\sigma) - G^2(\sigma)}{[\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)]^2}, \quad (69)$$

и исследуем поведение числителя в правой части равенства (69). Получаем, что при  $\sigma < \bar{\sigma}(\delta)$

$$\frac{G^2(\bar{\sigma}(\delta))}{G'(\bar{\sigma}(\delta))} G'(\sigma) - G^2(\sigma) > 0. \quad (70)$$

При  $\sigma = \bar{\sigma}(\delta)$

$$\frac{G^2(\bar{\sigma}(\delta))}{G'(\bar{\sigma}(\delta))} G'(\sigma) - G^2(\sigma) = 0, \quad (71)$$

и при  $\sigma > \bar{\sigma}(\delta)$

$$\frac{G^2(\bar{\sigma}(\delta))}{G'(\bar{\sigma}(\delta))} G'(\sigma) - G^2(\sigma) < 0 \quad (72)$$

Из соотношений (70)–(72) следует, что

$$\max_{0 \leq \sigma \leq \|A\|} \frac{G(\sigma)}{\sigma G(\sigma) + \bar{\alpha}(\delta)} = G(\bar{\sigma}(\delta)),$$

а из (21), (67) и (68), что

$$\|u_0 - R_{\bar{\alpha}(\delta)} g_\delta\| \leq rG(\bar{\sigma}(\delta)). \quad (73)$$

Ввиду произвольности элементов  $u_0, g_\delta$  из соотношения (73) следует утверждение теоремы.

Из теоремы 1 и формулы (47) следует:

Теорема 2. Пусть для любого  $\sigma \in (0, \|A\|)$

$G'(\sigma) > 0$ , функция  $\frac{G^2(\sigma)}{G'(\sigma)}$  возрастает,  $\delta < rG(\|A\|)\|A\|$ ,

а  $\bar{\alpha}(\delta) = \frac{G^2[\bar{\sigma}(\delta)]}{G'[\bar{\sigma}(\delta)]}$ . Тогда метод М.М. Лаврентьева  $R_{\bar{\alpha}(\delta)}$ , определяемый (49), оптимален.

### 3. Обратная задача Коши для уравнения теплопроводности

Рассмотрим уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial u(\bar{x}, t)}{\partial t} = \Delta u(\bar{x}, t), \quad (74)$$

где  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_n$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $T > 0$  и

$$\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$$

Предположим, что температурное поле  $u(\bar{x}, T)$  в момент времени  $T$  нам известно приближенно, а распределение температуры  $u_0(\bar{x}) = u(\bar{x}, t_0)$  в момент времени  $t_0 < T$  требуется определить.

Далее обозначим  $u(\bar{x}, T)$  через  $f(\bar{x})$  и предположим, что  $u_0$  и  $f \in L_2(R_n)$

Поставленную таким образом задачу называют обратной задачей Коши для уравнения теплопроводности. Так как эта задача [6] является примером некорректно поставленной задачи, то мы предположим, что при точном значении  $f_0(\bar{x})$  существует начальное распределение температуры

$v_0(\bar{x}) = u(\bar{x}, 0)$ , которое принадлежит пространству  $L_2(\mathbb{R}_n)$  и

$$\|v_0\|_{L_2} \leq r. \quad (75)$$

Пусть точное значение  $f_0(\bar{x})$  нам не известно, а вместо него дано некоторое  $\delta$  – приближение  $f_\delta(\bar{x}) \in L_2(\mathbb{R}_n)$  и уровень погрешности  $\delta > 0$  такой, что

$$\|f_\delta - f_0\|_{L_2} \leq \delta. \quad (76)$$

Требуется, используя исходные данные  $(f_\delta, \delta, r)$  задачи, построить приближенное решение  $u_\delta(\bar{x}) \in L_2(\mathbb{R}_n)$ , наиболее близкое к точному решению  $u_0(\bar{x})$ , и оценить уклонение  $\|u_\delta - u_0\|_{L_2}$ .

Для решения поставленной задачи воспользуемся преобразованием Фурье (стр. 412 [7]), которое определяется следующим образом

$$\hat{u}(\bar{\lambda}) = \Phi[u(\bar{x})] = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}_n} u(\bar{x}) e^{-i(\bar{x}, \bar{\lambda})} d\bar{x}, \quad (77)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}_n$ , а  $(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \sum_{i=1}^n x_i \lambda_i$ .

Обратное преобразование Фурье  $\Phi^{-1}$  будет иметь вид

$$u(\bar{x}) = \Phi^{-1}[\hat{u}(\bar{\lambda})] = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}_n} \hat{u}(\bar{\lambda}) e^{i(\bar{\lambda}, \bar{x})} d\bar{\lambda}. \quad (78)$$

Хорошо известно, что преобразование Фурье  $\Phi$  отображает пространство  $L_2(\mathbb{R}_n)$  на себя и при этом имеет место теорема Планшереля [7, с. 412], которая утверждает изометричность этого преобразования, т.е. для любого  $u \in L_2(\mathbb{R}_n)$

$$\|\Phi u\|_{L_2} = \|u\|_{L_2}. \quad (79)$$

Теперь используем преобразование Фурье  $\Phi$  для решения уравнения (74). Для этого дополнительно предположим, что для любого  $t$  функции  $u(\bar{x}, t)$ ,  $u'_{x_i}(\bar{x}, t)$  и  $u''_{x_i^2}(\bar{x}, t)$  абсолютно интегрируемы по всему пространству  $\mathbb{R}_n$ , функция  $u'_i(\bar{x}, t)$  имеет интегрируемую мажоранту  $\psi(\bar{x})$ ,

$$\sup_{t \in [0, T]} |u'_i(\bar{x}, t)| \leq \psi(\bar{x}) \quad (80)$$

и

$$\sup_{t \in [0, T]} \left| \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathbb{R}_n} u(\bar{x}, t) e^{-i(\bar{\lambda}, \bar{x})} d\bar{x} \right| \leq \int_{\mathbb{R}_n} \psi(\bar{x}) d\bar{x}. \quad (81)$$

Таким образом, преобразование Фурье  $\Phi$  переводит уравнение (74) в обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\hat{u}'_i(\bar{\lambda}, t) = -\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \hat{u}(\bar{\lambda}, t). \quad (82)$$

Решая уравнение (82), получим

$$\hat{u}(\bar{\lambda}, t) = \hat{v}_0(\bar{\lambda}) e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 t}, \quad (83)$$

где  $\hat{v}_0(\bar{\lambda}) = \Phi[v_0(\bar{x})]$ , а  $v_0(\bar{x}) = u(\bar{x}, 0)$ .

Из (83) следует, что

$$\hat{u}_0(\lambda) = \hat{v}_0(\bar{\lambda}) e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 t}, \quad (84)$$

а

$$\hat{f}_0(\bar{\lambda}) = \hat{v}_0(\bar{\lambda}) e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 T}. \quad (85)$$

Таким образом, из (84) и (85) следует, что операторы  $B$  и  $C = AB$  могут быть представлены формулами

$$B\hat{v}(\bar{\lambda}) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 t_0} \hat{v}(\bar{\lambda}), \quad (86)$$

а

$$C\hat{v}(\bar{\lambda}) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 T} \hat{v}(\bar{\lambda}), \quad (87)$$

где  $\hat{v}(\bar{\lambda})$ ,  $B\hat{v}(\bar{\lambda})$  и  $C\hat{v}(\bar{\lambda}) \in L_2(\mathbb{R}_n)$ , а операторное уравнение, которое нам предстоит решать, будет иметь вид

$$A\hat{u}(\bar{\lambda}) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 (T-t_0)} \hat{u}(\bar{\lambda}) = \hat{f}(\bar{\lambda}). \quad (88)$$

Из (86) и (88) следует, что

$$B = G(A), \quad (89)$$

а из (86), (88) и (89) следует, что

$$G(\sigma) = \sigma^{\frac{t_0}{T-t_0}}. \quad (90)$$

Используя метод М.М. Лаврентьева для решения уравнения (88), получим, что

$$\hat{u}_\delta^\alpha(\bar{\lambda}) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 t_0} \left[ e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 T} + \alpha \right]^{-1} \hat{f}_\delta(\bar{\lambda}), \quad (91)$$

где  $\hat{f}_\delta(\bar{\lambda}) = \Phi[f_\delta(\bar{x})]$

Следуя (21), рассмотрим уравнение

$$G(\sigma)\sigma = \frac{\delta}{r}. \quad (92)$$

Из (90) следует, что решение  $\bar{\sigma}(\delta)$  уравнения (92) имеет вид

$$\bar{\sigma}(\delta) = \left( \frac{\delta}{r} \right)^{\frac{T-t_0}{T}}. \quad (93)$$

Из (67), (90) и (93) следует, что

$$\bar{\alpha}(\delta) = \frac{T-t_0}{t_0} \left( \frac{\delta}{r} \right) \quad (94)$$

Из (91) и (94) следует, что приближенное решение  $\hat{u}_\delta^{\bar{\alpha}(\delta)}(\bar{\lambda})$  уравнения (88) будет иметь вид

$$\hat{u}_{\delta}^{\bar{\alpha}(\delta)}(\bar{\lambda}) = \frac{e^{T \sum_{i=1}^n \lambda_i^2}}{e^{t_0 \sum_{i=1}^n \lambda_i^2} + \bar{\alpha}(\delta) e^{(t_0+T) \sum_{i=1}^n \lambda_i^2}} \hat{f}_{\delta}(\bar{\lambda}) \quad (95)$$

Из (73), (90) и (93) следует, что для приближенного решения  $\hat{u}_{\delta}^{\bar{\alpha}(\delta)}(\bar{\lambda})$ , определяемого формулами (94) и (95), справедлива оценка

$$\left\| \hat{u}_{\delta}^{\bar{\alpha}(\delta)} - u_0 \right\| \leq r \frac{t_0}{T} \frac{T-t_0}{\delta} \quad (96)$$

Применяя к  $\hat{u}_{\delta}^{\bar{\alpha}(\delta)}(\bar{\lambda})$  обратное преобразование Фурье  $\Phi^{-1}$ , получим приближенное решение  $u_{\delta}(\bar{x})$  задачи (74)–(76) для которого будет выполняться оценка (96).

#### **Заключение**

В работе доказана оптимальность метода М.М. Лаврентьева при решении обратных задач. Получены точные оценки погрешности и показано, что при преобразовании информации этим методом происходит минимальная потеря точности.

#### **Литература**

- 1 Лаврентьев, М.М. Об интегральных уравнениях первого рода / М.М. Лаврентьев // ДАН СССР – 1959. – Т. 127, № 1. – С. 31–33.
- 2 Иванов, В.К. Об оценке погрешности при решении линейных некорректно поставленных задач / В.К. Иванов, Т.И. Королюк // ЖВМ и МФ – 1969 – Т. 9, № 1. – С. 30–41
- 3 Танана, В.П. Методы решения операторных уравнений / В.П. Танана. – М.: Наука, 1981. – 156 с.
- 4 Менихес, Л.Д. Конечномерная аппроксимация в методе М.М. Лаврентьева / Л.Д. Менихес, В.П. Танана // Сибирский журнал вычислительной математики. – 1988, – Т 1, № 1 – С. 59–66.
- 5 Люстерник, Л.А. Элементы функционального анализа / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965.
- 6 Иванов, В.К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М.: Наука, 1978.
- 7 Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 1 июня 2009 г.*

## ПРОБЛЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОГРАММНОГО КОДА

*С.В. Звездин*

## PROBLEMS OF MEASUREMENT OF CODE QUALITY

*S.V. Zvezdin*

Контроль качества кода – важная задача программной инженерии. Однако невозможно контролировать качество без числовых показателей. В этой статье предлагается математическая модель для определения показателей качества программного кода.

*Ключевые слова: метрики, качество кода, измерение.*

Code quality assurance is important problem of software engineering. However, it is impossible to control quality without numerical indicators. In this article the mathematical model for calculation of indicators of quality of a program code is offered.

*Keywords: metrics, code quality, measurement.*

### Введение

Отрасль информационных технологий является одной из наиболее интенсивно развивающихся областей в современной жизни. Быт людей в настоящее время устроен таким образом, что даже далекий от информационных технологий человек ежедневно использует их для достижения целей. Более того, компьютерные программы на сегодняшний день используются даже в тех областях, где цена ошибки очень высока. Безусловно, использование автоматизированных систем является очень удобной заменой повторяющихся операций, выполняемых человеком. Это позволяет увеличить эффективность работы и избежать случайных ошибок в процессе работы. Однако, заменяя ручной труд человека программным кодом, появляется риск возникновения ошибки в программе. Дефекты в программном коде могут иметь разную природу и последствия. Одни ошибки возникают по причине низкого качества программного кода и могут доставить пользователю определенные неудобства, другие – иметь случайный характер. Однако иногда ценой ошибки может быть человеческая жизнь. Как правило, подобный род ошибок фиксируется на этапе разработки и эксплуатации и зачастую постепенно исключается из рабочего кода. Тем не менее, существуют такие дефекты системы, которые проявляются не сразу, а в процессе поддержки и развития программной системы. Постепенно ошибки, которые казались незначительными, могут становиться серьезными дефектами, которые мешают дальнейшему развитию продукта. Обычно такие дефекты связаны с архитектурными изъянами и некорректным построением

программного кода. Ошибки подобного рода несут в себе серьезную проблему, которая проявляется только после длительного срока работы над программной системой. Из-за этой проблемы могут прекращаться работы над, казалось бы, успешными проектами. В лучшем случае программный продукт может быть разработан заново, без использования кода, содержащего подобного рода дефекты.

Мировое сообщество серьезно озабочено возможностью появления различного рода дефектов в программном коде. Подтверждением тому может быть факт создания международных стандартов на разработку программных систем (ISO/IEC, CMM/CMMI, др.). Более того, за последние несколько десятилетий было создано большое количество различных методологий и подходов к разработке различных типов программных систем. Каждая такая методология стремится к получению работоспособного продукта после завершения его разработки. Некоторые из методологий делают акцент на последовательность процессов разработки, некоторые – делают процесс максимально простым и гибким. Тем не менее, каждая из таких методологий стремится к созданию качественного продукта.

Однако как известно, мы не можем контролировать то, что не можем измерить. Это же утверждение можно отнести и к качеству кода. Трудно принимать какие-либо проектные решения при отсутствии количественных измерений характеристик. Поэтому проблема измерения качества кода на сегодняшний день является актуальной.

---

Звездин Сергей Владимирович – ассистент кафедры Информатики факультета экономики и управления ЮУрГУ; sergey@zvezdin.com

---

Zvezdin Sergey Vladimirovich – assistant of Informatics department of Economics and management faculty of SUSU; sergey@zvezdin.com

### **1. Качество программного обеспечения и качество кода**

Понятие «качество» является сложным и многогранным. Обычно под качеством понимается соответствие объекта каким-то предъявляемым требованиям [1]. В программной инженерии этот термин можно трактовать по-разному. Можно трактовать качество программного продукта как соответствие его характеристикам, определенных в требованиях к продукту. Это означает, что конечный продукт решает поставленные перед ним задачи. Другая интерпретация может состоять в том, что качество продукта – это отсутствие дефектов и ошибок, связанных с аварийной работой продукта. Также можно трактовать понятие качества как способность к легкому изменению программного кода и возможность легкого добавления дополнительных функциональных возможностей к продукту. Как видно термин «качество» может использоваться на различных уровнях и использоваться в разных контекстах. Поэтому необходимо различать два главных понятия – «качество программного продукта» и «качество программного кода».

Качество программного продукта определяется тем, насколько он решает задачи конечных пользователей. Серьезное влияние на качество продукта оказывает корректность поставленных требований к продукту на этапе анализа. Если аналитики перед началом работ не смогли корректно определить задачи и проблемы пользователей, то такой программный продукт вряд ли сможет помочь пользователям.

Качество программного кода подразумевает грамотно выдержанный архитектурный стиль программного кода, четкое разделение кода на функциональные блоки и строгая структуризация и т. д. Таким образом, качественный программный код – это код, который легко поддерживать, вносить в него дополнительную функциональность, изменять существующие алгоритмы и т. д. Для получения качественного программного кода на сегодняшний день разработчики пользуются различными методологиями и практиками, применяют шаблоны проектирования, для типовых задач используют готовые библиотеки и алгоритмы.

Таким образом, видна существенная разница между понятиями «качество продукта» и «качество кода». Более того, продукт может иметь качественный код и при этом не решать проблем конечных пользователей. Такой программный продукт считается некачественным. И наоборот, качественный продукт, который успешно справляется с задачами пользователей, может состоять из некачественного кода. Естественно, цель каждой разрабатываемой программной системы – решить задачи пользователя. Зачем же тогда бороться за качество кода? Ответ простой – практически каждая программная система имеет тенденции к дальнейшему развитию и модификации. При этом

важными показателями являются количество дефектов в программе и стоимость модификации кода. Если при добавлении новой функциональности возникает неприемлемое число ошибок, то продукт уже не может удовлетворять потребности пользователя. Аналогично, если стоимость добавления новой функциональности в программный продукт слишком высока, то это также негативно сказывается на пользователе. Из этого следует вывод, что качество программного кода – это нефункциональный, но очень важный показатель, который впоследствии оказывает опосредованное влияние на качество конечного программного продукта.

Поскольку качество кода оказывает существенное влияние на качество самого программного продукта, то в данной работе будут рассматриваться проблемы анализа качества программного кода.

### **2. Метрики программного кода**

Исходя из приведенных ранее доводов, встает задача контроля качества программного кода и удержания его на необходимом уровне. Однако для того, чтобы контролировать качественные показатели, необходимо иметь численные характеристики этих показателей. Другими словами, для контроля качества программного кода необходимо уметь измерять это качество.

Для получения формальных оценок качества программного обеспечения существуют метрики программного кода. Суть этого механизма заключается в том, что на основе анализа исходного кода программной системы можно получить различные числовые характеристики. Обычно вычисление таких показателей строится на основе анализа графа программного потока или структуры программного кода [2]. На сегодняшний день существует большое количество метрик кода, анализирующих различные аспекты программного кода. К наиболее типичным метрикам можно отнести показатели количества строк кода в системе, сложности графа программы, глубины наследования классов и т. д. Преимущество метрик программного кода состоит в том, что в процессе их вычисления не участвует человеческий фактор, а все вычисления производит компьютер. Это гарантирует факт точности и повторяемости таких измерений для каждой из метрик. Более того, метрики можно вычислять автоматизированно и строить на их основе различные аналитические отчеты. Однако, на сегодняшний день метрики сильно дискредитировали себя в глазах большого количества разработчиков по всему миру. Это произошло из-за того, что каждый разработчик использует сильно ограниченный, не связанный набор метрик, и таким образом, получает однобокое представление о системе.

Для построения объективного представления о программном коде можно использовать связанный набор метрик, которые будут отражать цело-

стное представление о качестве программного кода. Как правило, качественный код представляется как программный код, не наделенный избыточной сложностью и связностью частей системы, хорошо структурированный и имеющий адекватные пропорции для объема (функциональные блоки не должны быть слишком большими или маленькими, что отражает качество декомпозиции в системе). Для того чтобы проанализировать качество программного кода в этой плоскости, предлагается использовать связанную систему метрик, характеризующую четыре этих аспекта качества программного кода. Таким образом, требуется измерить:

- сложность программного кода;
- связность программного кода;
- структурированность программного кода;
- объемные характеристики программного кода.

Для получения объективной информации в каждой группе необходимо использовать набор метрик. После вычисления каждой метрики в группе необходимо объединить эти показатели и получить единый результат для каждой группы. Для этого могут быть использованы различные математические методы и подходы. Одним из наиболее эффективных подходов является комплексная мера П. Кокола. Эта мера берет за основу одну метрику, а также учитывает другие метрики, которые должны оказывать влияние на конечный результат. Общий вид меры Кокола представлен формулой (1).

Мера Кокола содержит базовую метрику  $M$  и другие важные метрики  $M_i$ . Значения  $R_i$  (корректирующие коэффициенты) и  $M(M_i)$  (корректирующие функции) рассчитываются методом рег-

рессивного анализа. Таким образом, мера Кокола позволяет получить единственное числовое значение для набора метрик с учетом взвешенных коэффициентов.

Первая группа измерений – это **сложность программного кода**. Эти измерения должны показать насколько сложным является измеряемый код. Поскольку при разработке программного кода программисты очень часто занимаются борьбой со сложностью, то эта группа будет одной из важнейших из представленных выше. Для измерения сложности обычно применяются метрики сложности Мак-Кейба и его модификации. Кроме того, для этого могут использоваться меры Холстеда, отражающие трудоемкость понимания программы и трудоемкость кодирования [3]. Таким образом, можно получить связанную систему метрик для вычисления сложности программного кода, которая представлена формулой (2).

В качестве базовой меры будет использоваться цикломатическое число Мак-Кейба. Таким образом, комплексная мера сложности программы высчитывается по формуле (3).

Следующая группа измерений – **связность программного кода**. Она отражает степень зависимости компонентов программного кода друг от друга [4]. Как известно, чем больше таких зависимостей, тем больше сложностей может появляться при модификации и развитии программной системы. Основными метриками в этой группе являются метрики внешних и внутренних зависимостей (efferent coupling и afferent coupling), глубина наследования и среднее число внутренних связей на тип (relational cohesion). Таким образом, данная группа измерений представляется системой (4).

$$H = \frac{M + R_1 \times M(M_1) + \dots + R_n \times M(M_n)}{1 + R_1 + \dots + R_n} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(G) = m - n + 2 \text{ (цикломатическое число Мак-Кейба),} \\ H = 0,5T + P + 2M + 3C \text{ (мера Чепена),} \\ S = \sum P_i C_i \text{ (мера Шнадевида),} \\ T = [v_1 \div v_2] \text{ (интервальная мера Майерса),} \\ E_c = \frac{V}{L^*} \text{ (мера Холстеда – трудоемкость понимания),} \\ D = \frac{1}{L^*} \text{ (мера Холстеда – трудоемкость кодирования).} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$H_{compl} = \frac{\lambda(G) + R_1 \times M(H) + R_2 \times M(S) + R_3 \times M(T) + R_4 \times M(E_c) + R_5 \times M(D)}{1 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_e = \sum C_m(C_{out}) \text{ (внешние зависимости),} \\ C_a = \sum C_{out}(C_m) \text{ (внутренние зависимости),} \\ H = \frac{R+1}{N} \text{ (среднее число внутренних связей),} \\ DIT = \sum base(C) \text{ (глубина наследования).} \end{array} \right. \quad (4)$$



В качестве базовой меры будет использоваться среднее число внутренних связей. В этом случае комплексная мера Кокола будет определяться по формуле

$$H_{coupl} = \frac{H + R_1 \times M(Ce) + R_2 \times M(Ca) + R_3 \times M(DIR)}{1 + R_1 + R_2 + R_3}. \quad (5)$$

Группа мер **структурированности программного кода** отражает степень разбиения программного кода на функциональные блоки и уровень инкапсуляции. Чем больше программа структурирована, тем лучше она поддается модификации, пониманию и отладке [5]. Кроме того, в хорошо структурированном программном коде повышается возможность повторного использования кода. В качестве основных мер для этой группы используются метрика Хансена и метрика Пивоварского. Обе эти меры являются модификацией меры Мак-Кейба и отражают структурированность программы. Таким образом, эту группу измерений можно представить системой

$$\begin{cases} S = \{m - n + 2\} \text{ (метрика Хансена),} \\ N(G) = n^*(G) + \sum P_i \text{ (метрика Пивоварского).} \end{cases} \quad (6)$$

Для вычисления комплексной меры структурированности кода в качестве базовой меры используется метрика Пивоварского. Тогда комплексная мера Кокола для этой группы может быть вычислена по формуле

$$H_{struct} = \frac{N(G) + R_1 \times M(S)}{1 + R_1}. \quad (7)$$

Наконец, последняя группа измерений – это **объемные характеристики кода**. Данная группа мер не является прямым показателем качества программного кода. Однако значения данных измерений может быть опосредованным индикатором структурированности и качества кода. Например, эта группа измерений способна информировать разработчиков о том, что какой-либо класс содержит слишком большое или слишком маленькое количество методов и необходимо пересмотреть данный участок кода. В качестве основы для измерения данных характеристик используется метод Холстеда и набор метрик, построенных на основе отношения размеров программных сущностей (8).

Базовой мерой в комплексной мере Кокола будет использоваться отношение количества классов к количеству методов. В этом случае значение комплексной меры будет вычисляться по формуле (9).

Таким образом, мы получили нормализованные характеристики по всем четырем группам характеристик, отражающих качество программного кода. Общий вид системы метрик для оценки качества вычисляется по формуле (10).

#### Заключение

На сегодняшний день проблема контроля и качества кода является актуальной для большого числа разработчиков. При решении этой задачи требуется наличие инструмента, который позволяет это качество оценить. Для этого требуется на-

$$\begin{cases} V = N \times \log_2 n \text{ (мера Холстеда – объем программы),} \\ R_{class} = \frac{\sum C}{\sum P} \text{ (отношение числа классов к числу пакетов),} \\ R_{method} = \frac{\sum M}{\sum C} \text{ (отношение числа методов к числу классов),} \\ R_{fields} = \frac{\sum F}{\sum C} \text{ (отношение числа полей к числу классов),} \\ N = n_1 \times \log_2 n_1 + n_2 \times \log_2 n_2 \text{ (мера Холстеда – длина программы).} \end{cases} \quad (8)$$

$$H_V = \frac{R_{method} + R_1 \times M(N) + R_2 \times M(V) + R_3 \times M(R_{class}) + R_4 \times M(R_{fields})}{1 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad (9)$$

$$\begin{cases} H_{compl} = \frac{\lambda(G) + R_1 \times M(H) + R_2 \times M(S) + R_3 \times M(T) + R_4 \times M(E_c) + R_5 \times M(D)}{1 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}, \\ H_{coupl} = \frac{H + R_1 \times M(Ce) + R_2 \times M(Ca) + R_3 \times M(DIR)}{1 + R_1 + R_2 + R_3}, \\ H_{struct} = \frac{N(G) + R_1 \times M(S)}{1 + R_1}, \\ H_V = \frac{R_{method} + R_1 \times M(N) + R_2 \times M(V) + R_3 \times M(R_{class}) + R_4 \times M(R_{fields})}{1 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \end{cases} \quad (10)$$

личие математической модели и соответствующих алгоритмов. При этом на сегодняшний день уже существует несколько сотен различных метрик кода, которые отражают те или иные аспекты программного кода. Однако использование необработанных значений этих метрик не всегда может быть эффективным. Поэтому требуется наличие системы метрик, которая объективно показывала различные свойства программного кода (в данном случае – качество).

В данной работе была сделана попытка построения математической модели, которая способна оценить качество кода по четырем критериям: сложность, связность, структурированность и объем. Для этих целей использовались уже существующие метрики кода, которые объединялись по анализируемой области в систему. Вычисление комплексной меры осуществляется на основе метрики П. Кокола.

#### *Литература*

1. Кайгородцев, Г.И. Введение в курс метрической теории и метрологии программ / Г.И. Кайгородцев. – Новосибирск: НГТУ, 2009 – 187 с.
2. Черноножкин, С.К. Меры сложности программ (Обзор) / С.К. Черноножкин // Системная информатика. Вып. 5: Архитектурные, формальные и программные модели. – Новосибирск: Наука, 1997. – С. 188–227
3. Холстед, М.Х. Начало науки о программах / М.Х. Холстед; пер. с англ. В.М. Юрфы. – М.: Финансы и статистика, 1981.
4. Липаев, В.В. Качество программного обеспечения / В.В. Липаев. – М.: Финансы и статистика, 1983.
5. Шелехов, В.И. Структура программы в языково-ориентированном потоковом анализе / В.И. Шелехов // Программирование. – Новосибирск: Наука, 1998. – № 6.

*Поступила в редакцию 22 октября 2009 г.*

## ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ, ЗАДАННЫХ СТРУКТУРНЫМИ СХЕМАМИ

*М.Н. Устюгов, Н.С. Малявкина, Н.В. Плотникова*

## THE SIMULATION SOFTWARE PACKAGE OF THE NONLINEAR NON-STATIONARY SYSTEMS GIVEN BY BLOCK DIAGRAMS

*M.N. Ustyugov, N.S. Malyavkina, N.V. Plotnikova*

Разработан программный комплекс МАС (Моделирование автоматических систем), позволяющий по структурным схемам систем, описываемых линейными нестационарными дифференциальными и нелинейными нестационарными алгебраическими уравнениями, осуществлять их автоматизированное исследование.

*Ключевые слова: программный комплекс, структурная схема, автоматизированное исследование, моделирование.*

The software package MAS (Modeling of Automatic Systems) is developed. This package allow to carry out automated research of systems, described by the linear non-stationary differential and nonlinear non-stationary algebraic equations, under their block diagrams.

*Keywords: software package, block diagram, automated research, simulation.*

### Введение

Применение вычислительной техники к изучению систем различного назначения позволяет систематизировать, обобщать и закономерно формализовать подход к их исследованию. Выявляя общее, можно найти пути формализованного изучения явлений с использованием средств вычислительной техники, при этом существенную роль играет эксперимент, как интерпретация полученных результатов.

В связи с достаточно острой проблемой последних лет, связанной с использованием лицензионного программного обеспечения в учебных заведениях, разработан программный пакет, по удобству и функциональности, сравнимый, а в ряде случаев и превосходящий, существующие платные программные продукты в области моделирования систем управления.

### 1. Общие сведения о программном комплексе МАС

Программное обеспечение МАС (Моделирование автоматических систем) предназначено для моделирования систем, описываемых линейными

стационарными и нестационарными дифференциальными и нелинейными нестационарными алгебраическими уравнениями, по которым составляются структурные схемы. Возможно непосредственное описание систем, соответствующими структурными схемами.

Построение структурных схем систем в МАС осуществляется с помощью встроенного графического редактора, позволяющего располагать и связывать на схеме необходимые звенья системы. Программное обеспечение достаточно просто в использовании и требует только знания предметной области и базовых навыков работы с Windows приложениями.

Разработанное программное обеспечение предназначено для автоматизированного моделирования систем на основе метода решения связанных систем дифференциальных и алгебраических (линейных и нелинейных) уравнений.

### 2. Автоматизированное исследование нелинейной нестационарной системы

Рассмотрим пример моделирования нелинейной нестационарной системы, структурная схема которой представлена на рис. 1.

---

Устюгов Михаил Николаевич – д-р техн. наук, профессор кафедры систем управления ЮУрГУ; umn@susu.ac.ru

Малявкина Наталья Сергеевна – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ; www\_natali@list.ru

Плотникова Наталья Валерьевна – канд. техн. наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ; pnv@susu.ac.ru

---

Ustyugov Mikhail Nikolaevich – PhD, professor of Control systems department of SUSU; umn@susu.ac.ru

Malyavkina Natalia Sergeevna – postgraduate student of Control systems department of SUSU; www\_natali@list.ru

Plotnikova Natalia Valerievna – PhD, associate professor of Control systems department of SUSU; pnv@susu.ac.ru

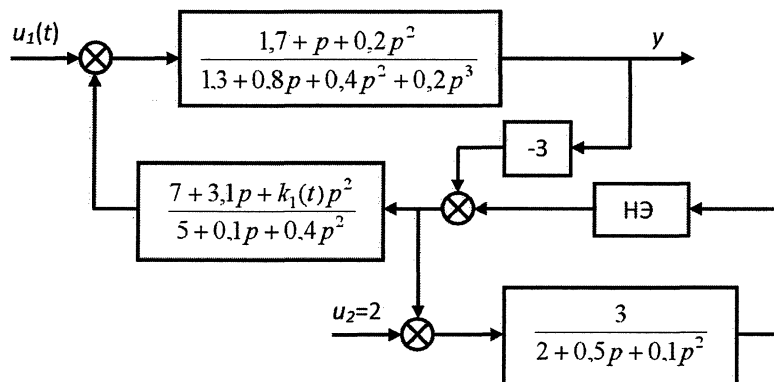


Рис. 1. Структурная схема нелинейной нестационарной системы

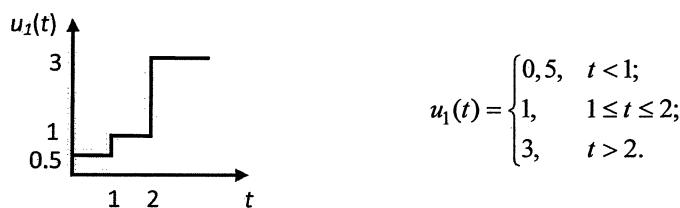


Рис. 2. Входное воздействие

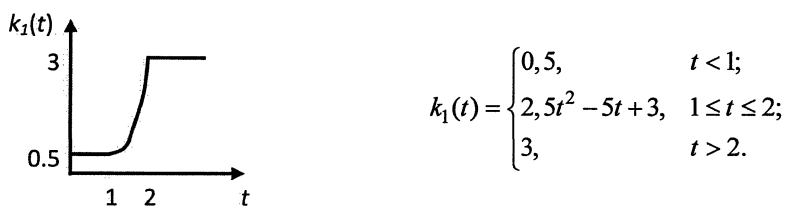


Рис. 3. Коэффициент, зависящий от времени

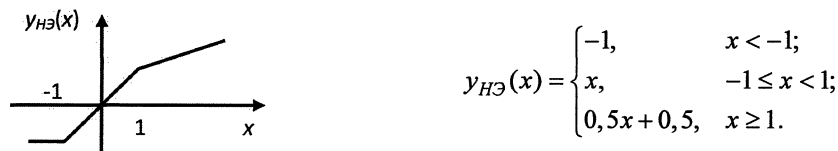


Рис. 4. Нелинейный элемент

Опишем представленные на схеме временные зависимости.

Входное воздействие (задается графически и описывается аналитически) (рис. 2).

Коэффициент, зависящий от времени, при старшей степени в числителе передаточной функции звена порядка 2/2 (рис. 3).

Нелинейный элемент (ограничение) (рис. 4).

Осуществим моделирование рассмотренной системы в пакетах VisSim, Simulink MatLab и МАС. Визуально выходной сигнал системы, при моделировании в рассматриваемых пакетах, совпадает и представлен на рис. 5.

Схема моделирования системы в пакете VisSim представлена на рис. 6.

Из схемы моделирования видно, что при задании нестандартных временных зависимостей (особенно, определенных на нескольких интервалах), а также нелинейностей в пакете VisSim их

необходимо записывать в виде комбинаций блоков. Это позволяет задать практически любую математическую зависимость, но, во-первых, требует знания булевой алгебры, во-вторых, на схеме такие зависимости выглядят не очевидно, особенно, если выражение достаточно сложное. Кроме того, для внедрения в передаточную функцию коэффициента, зависящего от времени, пришлось прибегнуть к разложению звена, что усложнило задачу моделирования и еще больше загрузило схему.

Осуществим моделирование системы в пакете Simulink среды MatLab. Схема моделирования представлена на рис. 7.

Задание нестандартных функций в MatLab (определенных на нескольких интервалах) сводится к программированию на языке М, что также связано с использованием дополнительных навыков (программирования и знания основ языка М).

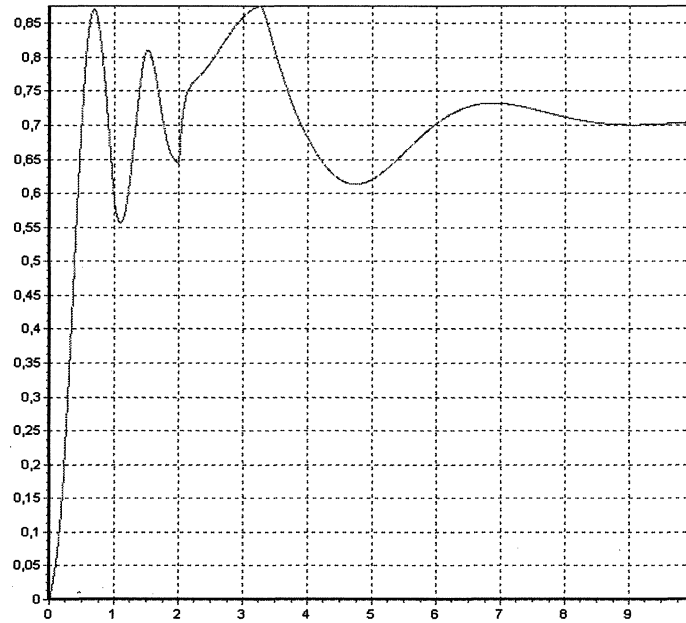


Рис. 5. Результаты моделирования нелинейной нестационарной системы

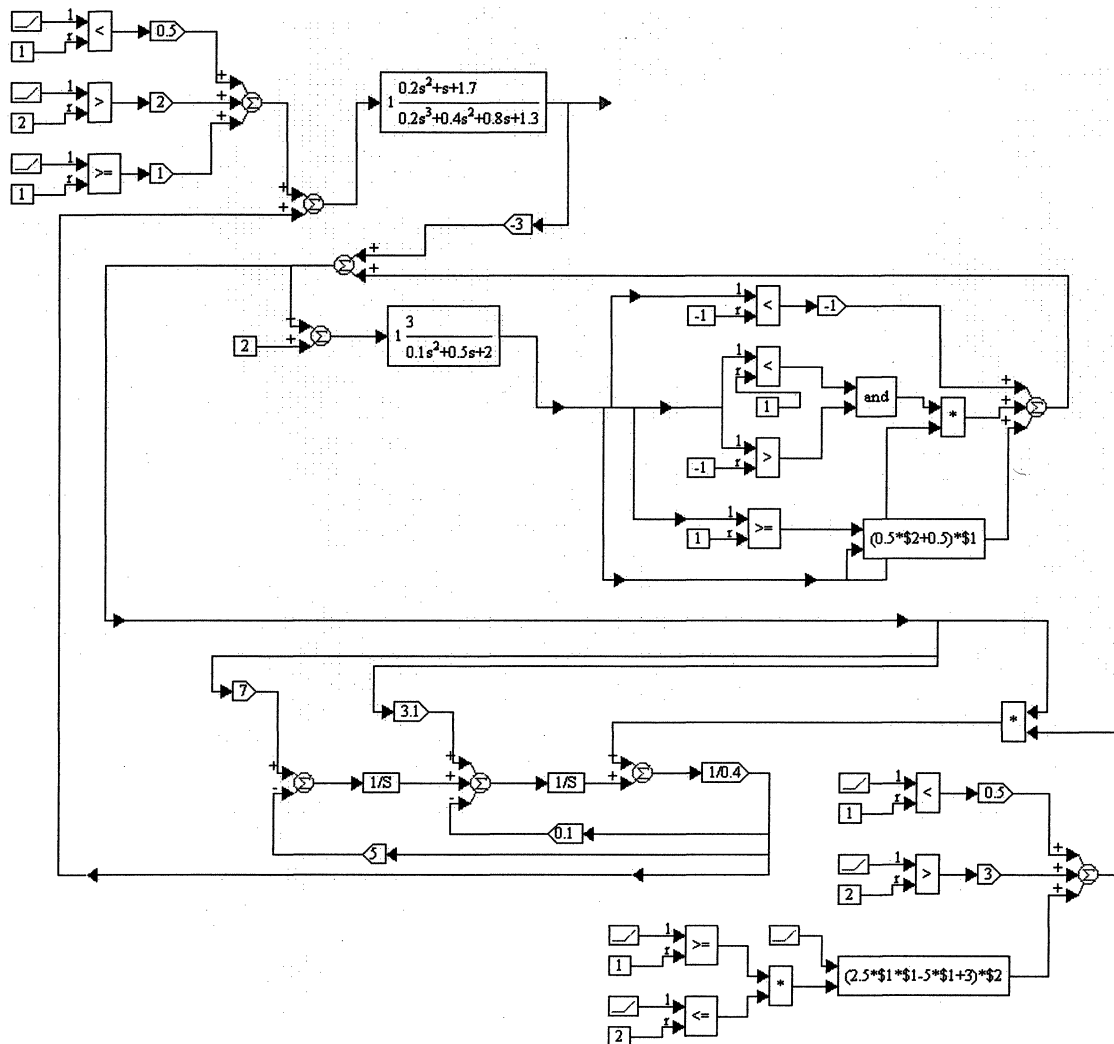


Рис. 6. Схема моделирования нелинейной нестационарной системы в VisSim

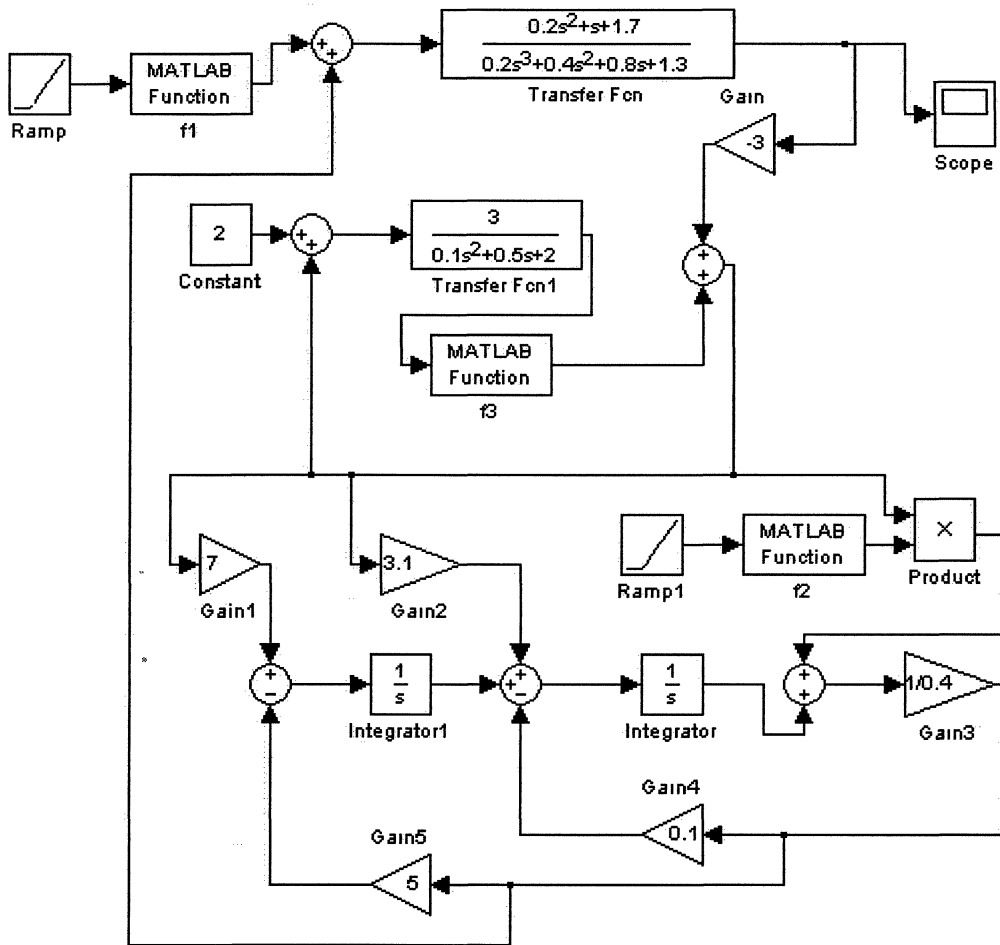


Рис. 7. Схема моделирования нелинейной нестационарной системы в Simulink

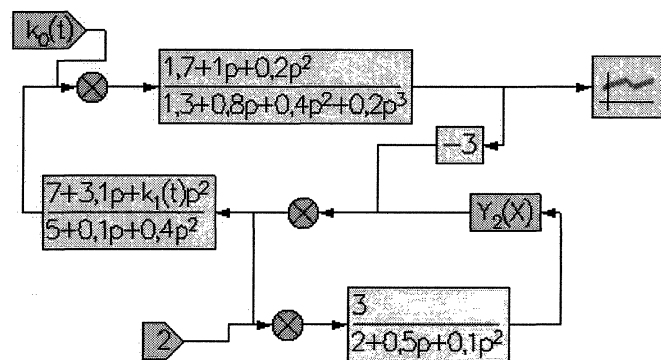


Рис. 8. Схема моделирования нелинейной нестационарной системы в MAC

Для введения в передаточную функцию коэффициента, зависящего от времени, пришлось разложить звено передаточной функции, аналогично пакету VisSim.

Осуществим моделирование системы в программе MAC. Схема моделирования представлена на рис. 8. При использовании MAC для моделирования системы временные и нелинейные зависимости задаются обыкновенными математическими

выражениями, что не требует от пользователя применения дополнительных знаний, также не требуется разложения передаточной функции, так как предусмотрен ввод временной зависимости вместо числового коэффициента. Введенные нелинейные и нестационарные зависимости и блок вывода графической информации наглядно отображены в соответствующих местах структурной схемы.

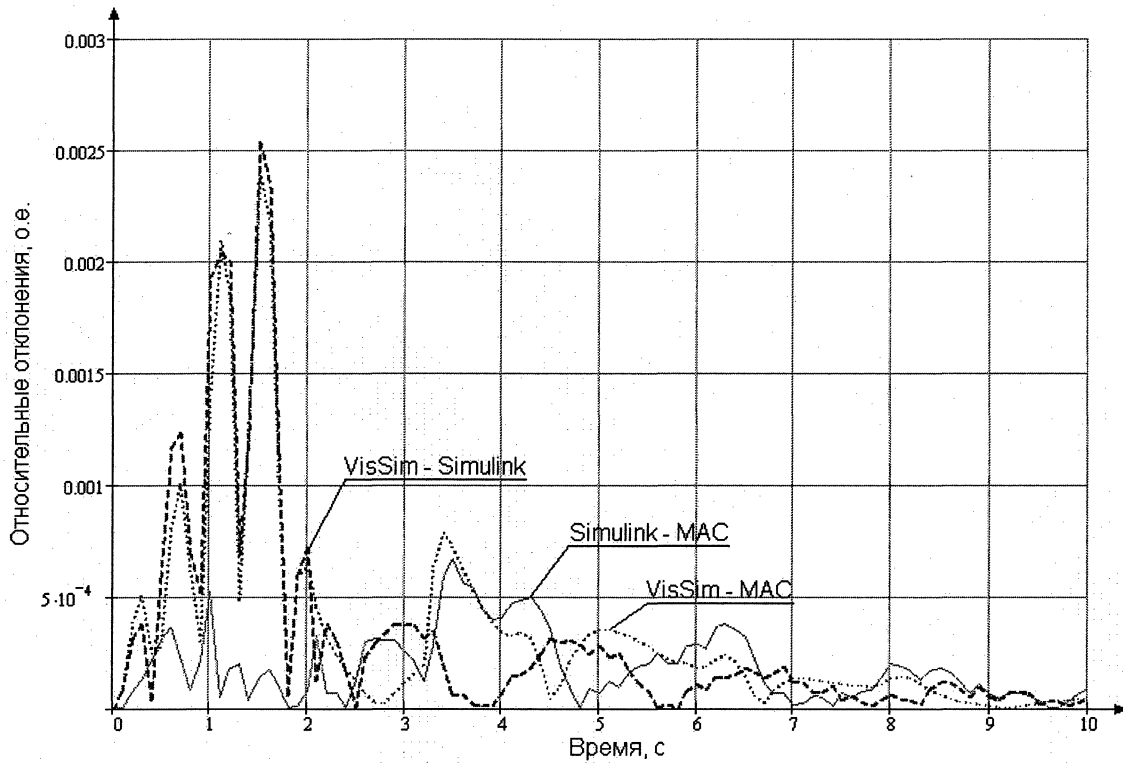
**3. Сравнение программных продуктов**

Определим модуль относительной разницы между узловыми точками рассчитанных выходов соответствующих пар программ: VisSim – MAC; Simulink – MAC, VisSim – Simulink, результаты сравнения представлены на рис. 9.

По графику относительных отклонений (см. рис. 9) видно, что результаты моделирования в разных программах отличаются незначительно: максимальное расхождение порядка 0,0025. Различия имеются между всеми парами программ.

Проведем сравнение программных продуктов при моделировании нелинейной нестационарной системы. Сравнение выполнено по нескольким критериям и представлено в таблице.

Из таблицы видно, что как в VisSim, так и в Simulink необходимо владеть дополнительными знаниями для задания функций, а также раскладывать блок передаточной функции для введения коэффициента, зависящего от времени, в MAC этого не требуется. Визуально схема в VisSim очень загружена и неудобна для восприятия (если



**Рис. 9. Относительные отклонения результатов моделирования нелинейной нестационарной системы**

**Критерии и результаты оценки**

Критерий	Результат		
	VisSim	Simulink	MAC
Сложность построения структурной схемы	Сложности задания произвольных многоинтервальных функций, разложение передаточной функции при введении коэффициента, зависящего от времени		Отсутствует
Наличие у пользователя дополнительных навыков (помимо знания ТАУ и основ работы с приложениями Windows)	Знание основ булевой алгебры	Знание основ программирования на языке М	Не требуется
Удобство работы	Удобно	Удобно, но требуется время на поиск необходимого звена	Удобно
Визуальное представление схемы	Не наглядно, если не сворачивать определения функций в отдельные блоки	Не наглядно после разложения передаточной функции	Наглядно, но сигналы на сумматоре приходят в одну точку

не сворачивать содержимое блоков), в Simulink схема стала также более загруженной за счет разложения передаточной функции.

Также следует отметить, что с моделированием алгебраических контуров системы справились только Simulink и MAC, а пакет VisSim не в состоянии решить данную задачу

#### **Заключение**

Разработанный программный продукт не может конкурировать со всеми возможностями, предоставляемыми пакетами MatLab и VisSim, однако, имеет ряд преимуществ, обусловленных удобством интерфейса и отсутствием необходимости использовать дополнительные знания в области математики и программирования.

Программа позволяет быстро составить достаточно сложную структурную схему из рассматриваемой области моделирования и задать временные и нелинейные воздействия.

#### **Литература**

1. Дьяконов, В.П. *VisSim+Mathcad+MATHLAB. Визуальное математическое моделирование* / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 384 с.
2. Самарский, А.А. *Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.* / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
3. Hunt, Brian R. *Mathlab: официальный учеб. курс Кембриджского университета: [пер. с англ.]* / Brian R. Hunt. – М.: Изд-во ТРИУМФ, 2008. – 352 с.

*Поступила в редакцию 19 декабря 2009 г.*



# АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ВЕЛЬЦ-ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ

*Л.С. Казаринов, А.Р. Вернергольд, О.В. Колесникова*

## AUTOMATIC EFFICIENCY MANAGEMENT OF ROTARY PROCESSES BASED ON OPTIMAL CORRECTION OF PARAMETERS OF TECHNOLOGICAL REGIMES

*L.S. Kazarinov, A.R. Vernergold, O.V. Kolesnikova*

В статье рассматривается автоматизированное управление эффективностью вельц-процессов, типовые схемы работы оператора вельц-печи с использованием предложенной схемы управления. Проводится анализ влияния отклонений параметров технологических режимов на эффективность вельц-процессов и дается алгоритм их оптимизации.

*Ключевые слова: вельц-процесс, вельц-печь, управление.*

This article describes an automated performance management of rotary processes, templates of rotary kiln operator manipulations using the proposed control scheme. The analysis of influence of deviations of parameters of technological regimes on the efficiency of rotary processes are performed. Algorithm of its optimization is given.

*Keywords: rotary process, rotary kiln, control.*

### Введение

Типовой подход к управлению эффективностью вельц-процессов ставит перед собой задачу удержания рассматриваемого процесса в рамках технологического регламента, определяемого допусками на режимные параметры. Применение средств автоматизации позволяет здесь поставить задачу не только удержания процесса в рамках технологических допусков, но и поставить задачу оптимизации технологических параметров в рамках указанных допусков. В данной работе приводится алгоритм решения указанной задачи.

### 1. Формализованное описание отклонений

Из всех возможных отклонений, которые возникают при ведении вельц-процесса, выделим группу отклонений, которые непосредственно влияют на эффективность вельц-процесса. К таким отклонениям относят следующие:

– материал в печи сухой, сильно пылит при

сходе с разгрузочного конца печи, причем температура материала и в верхней головке печи нормальная;

– материал в печи не перекачивается, а «плывет», не сходит с разгрузочного конца печи, причем температура в верхней головке печи нормальная;

– повышенная / пониженная температура в верхней головке печи (более 800–850 °С / менее 600 °С);

– повышенная / пониженная температура сходящего из печи материала (более 1200–1230 °С / менее 1000 °С);

– образование железистых криц (шаров) в печи;

– образование металлизированной настывли около разгрузочного конуса печи.

Для формализованного описания отклонений вводятся переменные в относительных величинах. Введение относительных величин обеспечивает переносимость модельных соотношений относительно номинальных режимов.

---

**Казаринов Лев Сергеевич** – д-р техн. наук, профессор, декан приборостроительного факультета ЮУрГУ, kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Вернергольд Александр Рудольфович** – начальник цеха КИП, главный метролог ОАО «Челябинский цинковый завод»; arv@zinc.ru

**Колесникова Ольга Валерьевна** – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ, popova\_ov@ait.susu.ac.ru

---

**Kazarinov Lev Sergeevich** – PhD, professor, dean of Electronics faculty of SUSU; kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Vernergold Alexander Rudolfovich** – control and measuring apparatus superintendent, chief metrologist of «Chelyabinsk zinc plant» (open joint stock company); arv@zinc.ru

**Kolesnikova Olga Valerievna** – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; popova\_ov@ait.susu.ac.ru

Кроме того, для описания возможных отклонений вводятся такие важные характеристики эффективного ведения вельц-процесса, как степень «пыления», степень «залегания», степень образования железистых криц и степень образования настывлей. В свою очередь, для описания указанных степеней используются порядковые шкалы для того, чтобы оценить запасы по параметрам режима вельц-печи, необходимым для оптимизации вельц-процесса.

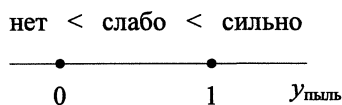
Далее рассмотрим модельные соотношения для отклонений, непосредственно влияющих на эффективность вельц-процесса, приведенных выше.

1. Устранение «пыления» материала при сходе (температура материала и в верхней головке вельц-печи нормальная):

$$y_{\text{пыль}} = a_0 + a_1 \delta x_k + a_2 \delta T_{\text{верх}} + a_3 \delta T_{\text{м}}^{\text{вых}},$$

где  $y_{\text{пыль}}$  – степень «пыления» материала при сходе;  $a_i$  – коэффициенты влияния;  $\delta x_k$  – относительная величина расхода коксовой мелочи в шихту;  $\delta T_{\text{верх}}$  – относительная величина температуры в верхней головке вельц-печи;  $\delta T_{\text{м}}^{\text{вых}}$  – относительная величина температуры сходящего из вельц-печи материала.

Количественное значение степени «пыления» материала при сходе определяется с использованием следующей порядковой шкалы:



Недостаток коксовой мелочи в шихте  $\delta x_k$  определяется в результате устранения рассматриваемого отклонения – пыления материала при сходе.

2. Устранение «залегания» материала в вельц-печи при нормальной температуре в верхней головке печи:

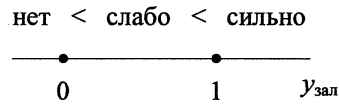
$$y_{\text{зал}} = \begin{cases} a_0 + a_1 \delta x_k + a_2 \delta V_{\text{в}}^{\text{р}} + a_3 \delta V_{\text{в}}^{\text{м}} + \\ + a_4 \delta x_k^{\alpha} (\delta V_{\text{в}}^{\text{р}} + \delta V_{\text{в}}^{\text{м}}) + a_5 \delta T_{\text{верх}}; \\ b_0 + b_1 \delta x_{\text{изв}} + b_2 \delta x_{\text{пес}} + b_3 \delta T_{\text{верх}}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $y_{\text{зал}}$  – степень «залегания» материала в вельц-печи;  $a_i, b_j$  – коэффициенты влияния;  $\delta V_{\text{в}}^{\text{р}}$  – относительная величина расхода воздуха в реакционную зону вельц-печи;  $\delta V_{\text{в}}^{\text{м}}$  – относительная величина расхода воздуха на материал;  $\delta x_{\text{изв}}$  – относительная величина флюсовой добавки известняка;  $\delta x_{\text{пес}}$  – относительная величина добавки формовочного песка.

Как видно из (1), «залегание» материала в вельц-печи описывается двумя соотношениями. Выбор того или иного соотношения осуществляется исходя из причины отклонения. Первое используется, если материал «плышет» по причине недостатка коксовой мелочи в шихте. Второе – из-за недостатка флюсового известняка в шихте при

повышенном содержании кремнезема или избытка песка в шихте (при его использовании).

Количественное значение степени «залегания» материала в вельц-печи определяется с использованием следующей порядковой шкалы:



Относительная величина недостатка коксовой мелочи в шихте  $\delta x_k$ , известняка  $\delta x_{\text{изв}}$  и песка  $\delta x_{\text{пес}}$  определяется в результате устранения «залегания» материала в вельц-печи.

3. Устранение повышенной / пониженной температуры в верхней головке вельц-печи (соответственно более 800–850 °С / менее 600 °С):

$$\delta T_{\text{верх}} = \begin{cases} a_0 + a_1 \delta x_{\text{раз}} + a_2 \delta V_{\text{в}}^{\text{р}} + a_3 \delta V_{\text{в}}^{\text{м}}; \\ b_0 + b_1 \delta x_{\text{ш}} + b_2 \delta x_k + b_3 \delta x_{\text{ш}} \delta x_k^{\beta}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\delta x_{\text{раз}}$  – относительная величина разряжения в верхней головке печи;  $\delta x_{\text{ш}}$  – относительная величина расхода шихты в вельц-печь.

В формуле (2) первое соотношение используется в расчете в случае увеличенной / недостаточной тяги печи, второе – при недостаточной / избыточной загрузке шихты в печь.

4. Устранение повышенной / пониженной температуры материала при сходе (соответственно более 1200–1230 °С / менее 1000 °С):

$$\delta T_{\text{вых}}^{\text{м}} = \begin{cases} a_0 + a_1 \delta x_{\text{раз}} + a_2 \delta V_{\text{в}}^{\text{р}} + a_3 \delta V_{\text{в}}^{\text{м}}; \\ b_0 + b_1 \delta x_{\text{ш}} + b_2 \delta x_k + b_3 \delta x_{\text{ш}} \delta x_k^{\beta}, \end{cases} \quad (3)$$

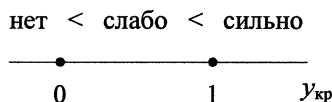
В формуле (3) первое соотношение используется в расчете, если причиной отклонения по температуре материала при сходе является увеличенная / недостаточная тяга печи; второе соотношение – при недостаточной / избыточной загрузке шихты в печь.

5. Устранение образования железистых криц (шаров) в вельц-печи:

$$y_{\text{кр}} = a_0 + a_1 \delta x_k + a_2 \delta T_{\text{м}}^{\text{вых}} + a_3 \delta x_{\text{Fe}} + a_4 \delta x_{\text{пес}},$$

где  $y_{\text{кр}}$  – степень образования железистых криц в вельц-печи;  $\delta x_{\text{Fe}}$  – относительная величина содержания железа в шихте.

Количественное значение степени образования железистых криц в вельц-печи определяется с использованием следующей порядковой шкалы:



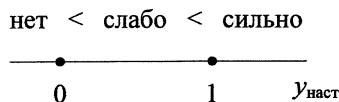
Относительные величины недостатка коксовой мелочи в шихте  $\delta x_k$  и песка  $\delta x_{\text{пес}}$  определяются в результате устранения образования настывлей.

6. Устранение образования металлургической настывли около разгрузочного конуса печи:

$$y_{\text{наст}} = a_0 + a_1 \delta x_k + a_2 \delta T_{\text{м}}^{\text{вых}} + a_3 \delta x_{\text{Fe}} + a_4 \delta x_{\text{пес}},$$

где  $u_{наст}$  – степень образования металлизированной настлы около разгрузочного конуса вельц-печи.

Количественное значение степени образования металлизированной настлы около разгрузочного конуса вельц-печи определяется с использованием следующей порядковой шкалы:



Относительные величины недостатка коксовой мелочи в шихте  $\delta x_k$  и песка  $\delta x_{пес}$  определяются в результате устранения образования настлы.

## 2. Общая схема управления эффективностью вельц-процессов

Общая схема автоматизированного управления эффективностью вельц-процессов представлена на рис. 1.

Здесь представлена мнемосхема вельц-процесса, на которой указаны основные измеряемые параметры процесса, используемые в АСУ ТП. Непосредственно для управления используются две экранные формы:

- наблюдаемого состояния вельц-процесса;
- корректирующих действий.

Развернутая экранная форма наблюдаемого состояния вельц-процесса приведена на рис. 2.

Представлены основные показатели, характеризующие вельц-процесс в установившемся режиме работы. Данные показатели характеризуют загрузку исходных материалов: шихты и коксовой мелочи, а также контроль состава шихты по добавке формовочного песка и флюсующей добавке известняка. Параметры загрузки исходных материалов, а также подачи воздуха в реакционную зону печи и на материал измеряются непрерывно. Что касается добавки формовочного песка и флюсовой добавки известняка, то их расход определяется один раз в сутки при формировании партии шихты.

Состояние вельц-процесса оценивается по температуре в верхней головке печи и температуре сходящего из печи материала, а также по выходу – вельц-окси. Все указанные параметры заносятся в форму в относительных и абсолютных шкалах, а также заносятся и хранятся в базе данных ведения вельц-процесса. Выход вельц-окси на шнеки является самым главным показателем вельц-процесса. Поэтому в АСУ ТП вельц-печи необходимо организовать непрерывное либо дискретное, но с минимальной дискретой времени, измерение и контроль данного показателя.

Что касается степеней «пыления», «скольжения», образования железистых криц и образования настлы, описываемых на основе порядковых шкал, то аппаратное измерение степеней невоз-

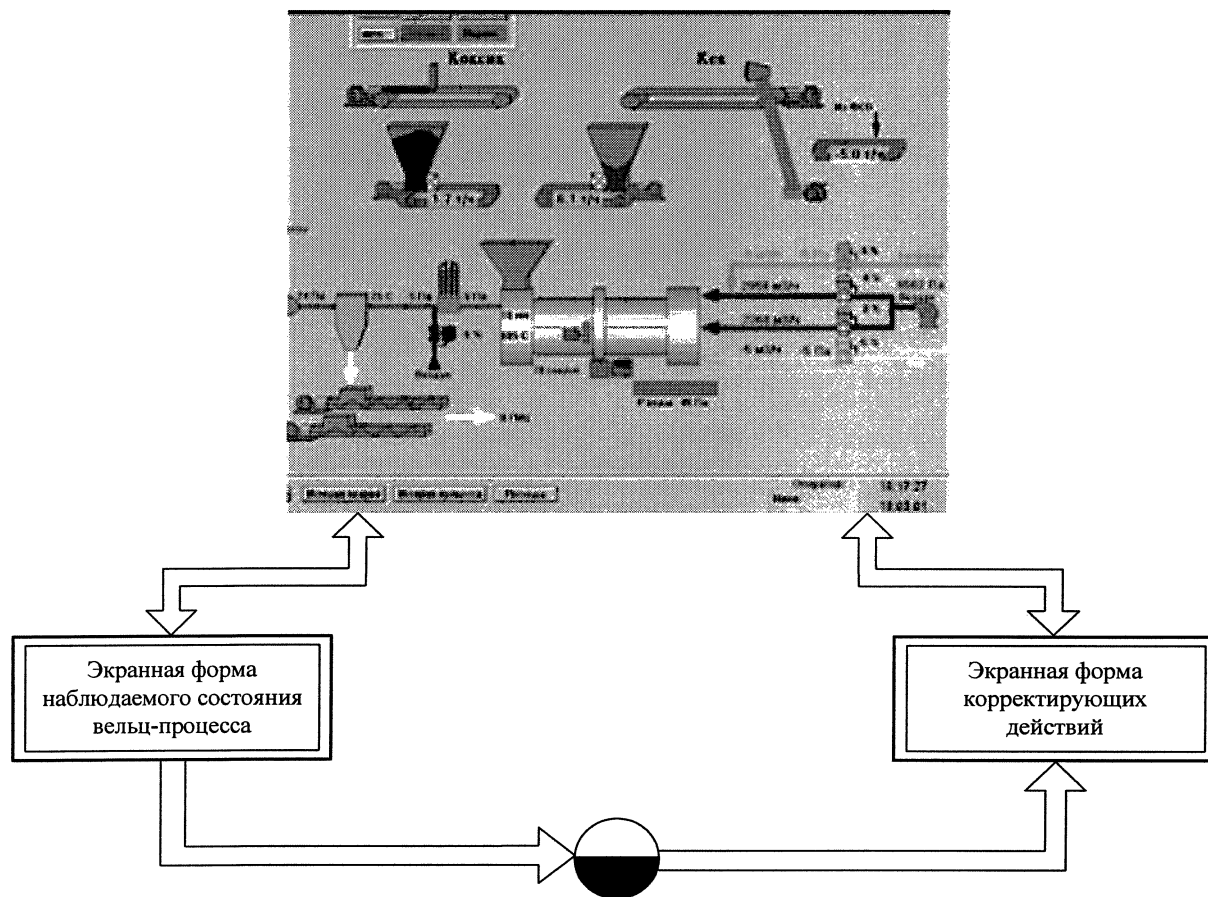


Рис. 1. Схема автоматизированного управления эффективностью вельц-процессов

	Текущее значение	Технологический допуск		
Загрузка шихты, т/ч	отн.	0,9	0	1,3
	абс.	18	0	26
Загрузка коксовой мелочи, т/ч	отн.	1,14	0	2,86
	абс.	4	0	10
Флюсующая добавка известняка, т/ч	отн.	1,07	0,17	1,67
	абс.	3,2	0,5	5
Добавка формовочного песка, т/ч	отн.	0	0	2
	абс.	0	0	10
Подача воздуха в реакционную зону, м <sup>3</sup> /ч	отн.	1,13	0	2,5
	абс.	2260	0	5000
Подача воздуха на материал, м <sup>3</sup> /ч	отн.	1,03	0	2,5
	абс.	2053	0	5000
Разряжение, мм вод. ст.	отн.	0,9	0,25	2
	абс.	-1,8	-0,5	-4
Температура в верхней головке печи, °С	отн.	1,01	0,86	1,07
	абс.	709	600	750
Температура материала при сходе, °С	отн.	1,03	0,75	1,13
	абс.	165	120	180
Выход вельц-оксида на шнеки, кг/сут	отн.			
	абс.			
Степень «пыления»		нет	слабо	сильно
Степень «залегания»		нет	слабо	сильно
Степень образования железистых криц		нет	слабо	сильно
Степень образования металлизированной настывли		нет	слабо	сильно

Рис. 2. Пример экранной формы наблюдаемого состояния вельц-процесса

можно, поэтому данное действие осуществляет оператор вельц-процесса визуально, а затем выставляет величины степеней на экранной форме, например, с использованием сенсорного экрана.

На все приведенные выше параметры (параметры загрузки, состояния вельц-печи) устанавливаются технологические допуски. Технологические допуски устанавливаются технологами вельц-процесса на каждую загрузку вельц-печи. Ведение вельц-процесса осуществляется строго в рамках технологических допусков, определяемых регламентом вельц-процесса. Оптимизация процесса осуществляется за счет приведения параметров режимов к оптимальным значениям, их стабилизации и удержания в рамках технологических допусков.

Развернутая экранная форма корректирующих воздействий представлена на рис. 3. На экранной форме корректирующих воздействий присутствуют текущие, рекомендуемые и принятые параметры. Рекомендуемые параметры формируются на основе расчетов, принятые представляют собой значения, принимаемые оператором вельц-печи для осуществления корректирующих действий. Все параметры здесь даются в относительных и абсолютных величинах. Кроме того, на экранной форме (см. рис. 3) имеются две кнопки, которые используются для того, чтобы запомнить исходное состояние до корректирующих действий, а также запомнить результат после коррекции. Запомненные значения пополняют базу данных ведения вельц-процесса.

		Текущее значение	Рекомендация	Принятое значение
Подача шихты	отн.	0,9	–	–
	абс.	18	–	–
Флюсующая добавка известняка	отн.	1,07	–	–
	абс.	3,2	–	–
Добавка песка	отн.	0	–	–
	абс.	0	–	–
Подача коксика	отн.	1,14	1,06	1,06
	абс.	4	3,7	3,7
Подача воздуха в верхнюю го-ловку печи	отн.	1,08	1,03	1,03
	абс.	4313	4100	4100
Подача воздуха на материал	отн.	1,03	–	–
	абс.	2053	–	–
Разряжение	отн.	0,9	–	–
	абс.	–1,8	–	–

Запомнить исходное состояние	Запомнить результат
------------------------------	---------------------

Рис. 3. Пример экранной формы корректирующих воздействий

Указанные экранные формы (см. рис. 2, 3) являются типовыми для ведения вельц-процесса в оптимальном режиме. В конкретных проектах АСУ ТП вельц-процесса число параметров и корректирующих действий может быть увеличено.

### 3. Типовые схемы работы оператора вельц-печи

Рассмотрим далее типовые схемы работы оператора вельц-печи с использованием введенных экранных форм.

#### Ситуация № 1

Оператор печи наблюдает состояние вельц-процесса. Все параметры вельц-процесса находятся в пределах технологических допусков, отклонений характеристик не наблюдается. В этом случае корректирующих действий не требуется. Но по алгоритму корректирующие действия могут быть рассчитаны. Расчет производится после нажатия кнопки «Расчет корректирующих действий». В этом случае заполняется колонка «Рекомендация». При расчетных модельных соотношениях вельц-печи, адекватно отражающих свойства, рекомендуемые границы корректирующих действий должны отклоняться в положительную и отрицательную сторону относительно нуля. Это говорит о том, что выбор нулевого решения (отсутствует корректирующее действие) является допустимым.

В начальный период работы системы, когда база данных ведения вельц-процесса не является

заполненной, могут быть случаи, когда составляющие модельные зависимости, характеризующие вельц-печь, могут быть не построены. В этом случае в колонке «Рекомендация» выводится сообщение «Нет данных».

#### Ситуация № 2

На экранной форме предлагается отклонение состояния, превышающее технологический допуск. В этом случае система рассчитывает рекомендуемые корректирующие действия на основе статистической информации из истории ведения вельц-процесса. Корректирующие действия определяются в виде допусков. Оператор печи имеет возможность выбрать внутри допуска значение. Он вносит выбранное значение в колонку «Принятое» и совершает соответствующее корректирующее действие. В результате корректирующих действий состояние вельц-процесса возвращается в рамки технологического регламента, определяемого технологические допуски.

#### Ситуация № 3

Если в результате выполнения корректирующего действия система не возвращается в прежнее состояние, это говорит о том, что система расчетных соотношений неадекватно отражает свойства вельц-печи. В этом случае полученный фактический результат заносится в базу данных и с помощью новых данных осуществляется перерасчет всех расчетных соотношений, чтобы система учла новые данные и произвела на их основе идентифи-

кацию вельц-процесса. После этого корректирующие действия пересчитываются и снова производится коррекция вельц-процесса. В случае если коррекция повторно не удастся, то решение задачи идентификации повторяется итерационно, до тех пор, пока рассчитанные данные и фактические данные характеристик вельц-процесса не будут противоречить друг другу.

#### Ситуация № 4

На основе рассматриваемой стратегии коррекции вельц-процесса можно решать задачи экспериментальной оптимизации вельц-процесса. Например, если ставится задача минимизировать потребление коксовой мелочи при ведении вельц-процесса, то после расчета рекомендаций по допустимым границам изменения подачи коксовой мелочи нужно выбрать минимально допустимое значение подачи и реализовать это как корректирующее действие. Если в результате данного действия вельц-процесс останется в рамках технологического допуска, то новое состояние процесса заносится в базу данных и решается задача идентификации вельц-процесса с новыми исходными данными. На основе адаптированной системы отношений производится расчет новых рекомендаций по корректирующим действиям, среди которых будут и рекомендации изменения подачи коксовой мелочи в рамках допуска. Снова выбираем минимально допустимое значение подачи коксовой мелочи и весь процесс итерационно повторяется. Последовательно процесс оптимизации повторяется до достижения нижней грани потре-

ния коксовой мелочи либо при выходе на границу технологического допуска.

#### Заключение

1. На всех этапах вельцевания цинковых кеков, как правило, присутствуют отклонения от оптимального ведения технологического процесса. Из всех возможных отклонений выделена группа отклонений, которые непосредственно влияют на эффективность вельц-процесса.

2. Приведено формализованное описание отклонений с использованием переменных в относительных величинах для обеспечения переносимости модельных соотношений относительно номинальных режимов, а также характеристик эффективного ведения вельц-процесса (степени «пыления», степени «залегания», степени образования железистых криц и степени образования настывлей) в порядковых шкалах для оценки запасов по параметрам режима вельц-печи, необходимым для оптимизации вельц-процесса.

3. Представлено описание общей схемы автоматизированного управления эффективностью вельц-процессов.

4. Рассмотрены типовые схемы работы оператора вельц-печи с использованием предложенной схемы автоматизированного управления эффективностью вельц-процессов.

#### Литература

1. Козлов, П.А. Вельц-процесс / П.А. Козлов. – М.: Издательский дом «Руда и металлы», 2002. – 176 с.

*Поступила в редакцию 23 декабря 2009 г.*

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПАРОВЫХ КОТЛОВ

*А.В. Кинаш*

## AUTOMATED MONITORING SYSTEM OF ENERGY EFFICIENCY INDICATORS FOR STEAM BOILERS

*A.V. Kinash*

В статье рассматривается автоматизированная система мониторинга показателей энергетической эффективности паровых котлов, построенная на современной элементной и программной базе.

*Ключевые слова:* паровой котел, система мониторинга показателей.

This article describes an automated system for the monitoring of indicators of energy efficiency of steam boilers, built on the cutting-edge components and software base.

*Keywords:* steam boiler, monitoring system.

В условиях экономического кризиса вопрос правильной оценки эффективности работы энергетического оборудования электростанций становится наиболее актуальным. Данный вопрос оценки охватывает широкий круг задач, но приоритетным является тот, который ведет к снижению себестоимости продукции энергетической отрасли.

На себестоимость производства продукции энергетической отрасли влияет множество факторов, таких как количество газа, потребляемое агрегатом; количество энергии, затраченное на собственные нужды; качество воды, подаваемой в котел; исправность оборудования и т. д. Все эти факторы требуют дополнительных капитальных вложений, а в некоторых случаях – даже полную замену оборудования. Для повышения времени безотказной работы энергетического оборудования необходимо производить мониторинг и анализ полученных данных по работе энергетических агрегатов, в частности котла. Установка обновленной приборной базы на котлоагрегатах ЦЭС позволила шагнуть вперед в данном направлении. Использование токовых выходов с оборудования КИП и контроллера МКТ-22 на котлоагрегатах ЦЭС позволило накапливать данные, требующие обработки и анализа. Анализ данных по работе котлоагрегатов показал, что имеется потенциал для снижения потребления природного газа, сжигаемого в топке барабанного котла при поддержании заданной тепловой нагрузки и характеристик

пара, а также есть возможность повысить межремонтный период за счет определения времени работы оборудования в аварийных режимах и снижения отказоустойчивости. Также было отмечено, что работа дутьевых машин с данной мощностью не целесообразна, так как для оптимального поддержания процесса горения достаточно 70 % загрузки двигателей вентиляторов при максимальной паровой нагрузке котла. А это влечет за собой немалые затраты на увеличение себестоимости, так как идет перерасход электроэнергии на собственные нужды. Гораздо сложнее выработать дополнительные энергоресурсы, чем просто меньше их потреблять. Путем постановки контроллера и вычислительной машины с программным обеспечением АСДУ ПолиТЭР оперативный персонал котельного участка ЦЭС получает мгновенные значения по режимам загрузки оборудования, тем самым своевременно производит отключение оборудования, в котором нет надобности в данный момент. Также в свою очередь происходит снижение нагрузки на агрегатах или перераспределение ее между другими на время выявления дефектов на начальной стадии, когда остановка оборудования не имеет смысла.

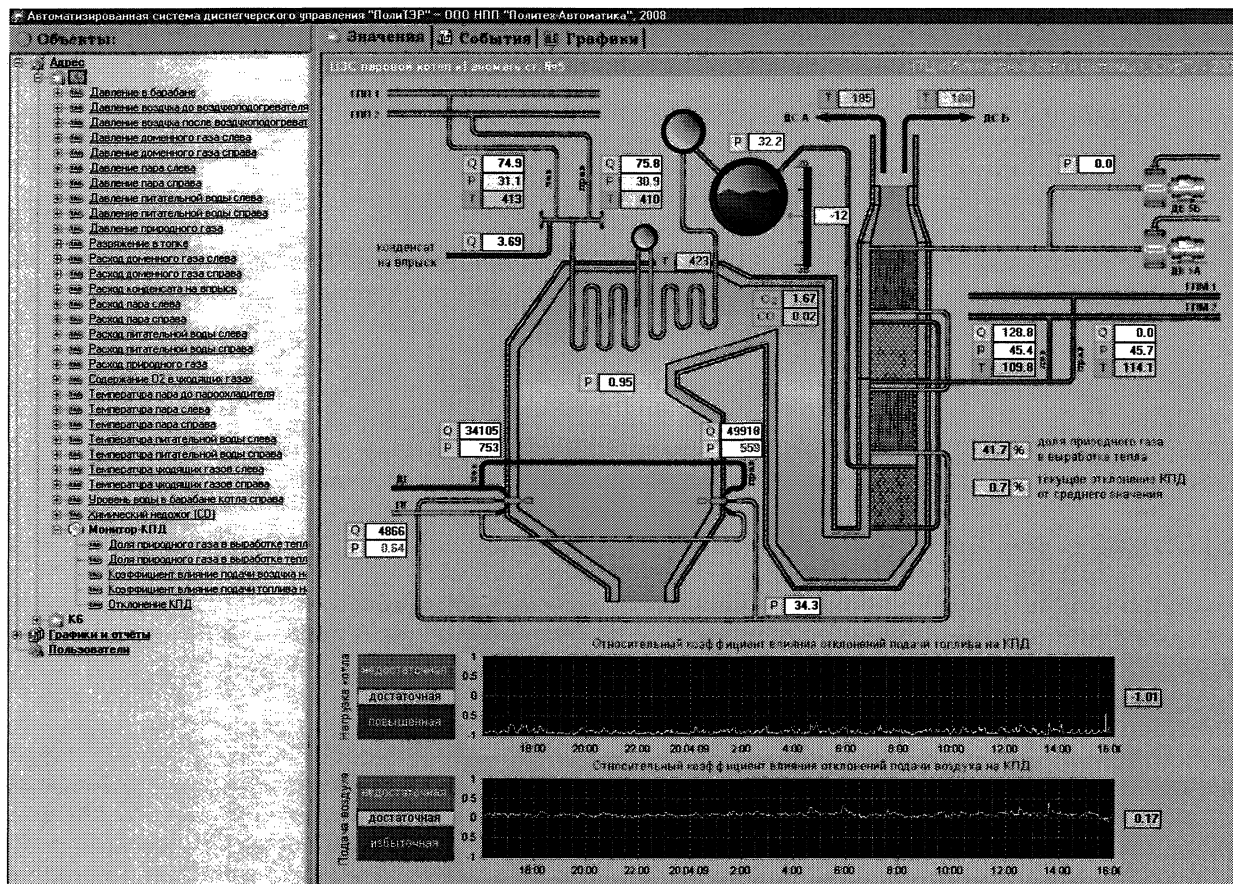
Установленная система мониторинга позволила также отслеживать топочные процессы, так как производительность котла и его безотказная работа напрямую зависит от топочных процессов. Так, если произвести перегрев труб пароперегре-

---

Кинаш Александр Викторович – аспирант кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ, ведущий специалист ЦЭС ОАО «ММК»; kinash@mmk.ru

---

Kinash Alexander Viktorovich – postgraduate student of Automation and control department of SUSU, leading expert on automation of Central power station of «Magnitogorsk metallurgical industrial complex» (open joint stock company); kinash@mmk.ru



Экранная форма системы мониторинга показателей энергетической эффективности паровых котлов

вателя, произойдет прогар, что приведет к остановке агрегата как минимум на 36 часов. Но этого можно избежать за счет перераспределения воздушно-газовой смеси в топке и преобразования ее в тепловую энергию в нужный момент. Если происходит перекос по температуре пара на выходе из котла с левой стороны, значит, на горелочные устройства, установленные справа, подается излишнее количество воздуха и топочные процессы смещаются. Данный перекос в топке устраняется снижением перепада давления в воздухоподогревателе справа или увеличением впрыска конденсата в левый коллектор, но все это зависит напрямую от человеческого фактора. Влияние данного фактора устраняется за счет использования автоматизированной системы, которая сама произведет данные действия, тем самым сэкономит природный газ, снизит выброс загрязняющих веществ и повысит межремонтный интервал пароперегревателя. Также при излишней подаче топлива в котел в определенном направлении происходит повышенная нагрузка на футеровку топки, что ведет к преждевременному износу оборудования и к необходимости ремонта. Система мониторинга позволяет оценить данный режим и привести его к нормальному

Остановимся подробнее на реализованной автоматизированной системе мониторинга показателей энергетической эффективности паровых котлов. Данная система производит анализ работы, дает необходимые корректирующие действия технологическому персоналу для повышения эффективности, но при этом потери на оборудовании остаются и сейчас. Следовательно, использование данной системы является не функциональной, так как не охватывает полный объем оборудования. При этом нельзя поставить диагноз, если не производилось обследование данного оборудования. Да и множество параметров на котлах просто не измеряются. Что делать в данной ситуации? Выход есть: необходимо создать такую модель энергетического котла, которая была бы наполнена данными, собранными за интервал работы агрегата, а также обладала бы всей информацией о ремонтах и обследованиях данного оборудования.

Подобная система мониторинга была реализована на паровом котле Центральной электростанции ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат». Экранная форма оператора приведена на рисунке.

Поступила в редакцию 23 декабря 2009 г.



## КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ПАРОВЫХ КОТЛОВ

*Л.С. Казаринов, Д.А. Шнайдер, А.В. Кинаш, О.В. Колесникова*

## CORRELATION-EXTREME CONTROL SYSTEM OF STEAM BOILER ENERGY EFFICIENCY

*L.S. Kazarinov, D.A. Shnaider, A.V. Kinash, O.V. Kolesnikova*

В статье рассматривается корреляционно-экстремальная система управления энергетической эффективностью паровых котлов, позволяющая обеспечивать максимальный КПД сгорания топлива в топке котла.

*Ключевые слова:* корреляционно-экстремальная система, управление энергетической эффективностью, паровой котел.

The paper considers the correlation-extreme control system of steam boilers energy efficiency, which allows to ensure maximum efficiency of fuel combustion in the boiler furnace.

*Keywords:* correlation-extreme system, energy efficiency management, steam boiler

### Введение

Рассмотрим задачу оптимизации режимов энергетических котельных установок, в которых утилизируются вторичные энергетические ресурсы (ВЭР) металлургического производства. В качестве ВЭР могут выступать доменный газ, коксовый газ и другие виды ресурсов.

### 1. Общая схема системы автоматического регулирования для блока энергетических котлов

Типовая схема системы автоматического регулирования для блока энергетических котлов представлена на рис. 1. Здесь  $p_m$  – давление пара в магистрали, к которой подключены потребители пара;  $p_{м0}$  – уставка давления пара в магистрали;  $\Delta p_m$  – сигнал рассогласования по давлению в магистрали;  $Q_{г0}'$  – задание нагрузки котла от главного регулятора;  $Q_{г}'$  – тепловыделение в топке;  $\Delta Q_{г}'$  – сигнал ошибки по нагрузке;  $B_{пр}$  – расход природного газа;  $B_{др}$  – расход доменного газа (ВЭР);  $Q_{в}$  –

расход воздуха;  $x_{пр}$  – управляющее воздействие по природному газу от регулятора природного газа;  $x_{в}$  – управляющее воздействие по воздуху;  $x_{тр}$  – управляющее воздействие от главного регулятора;  $d_i$  – доля нагрузки  $i$ -й котельной установки, задаваемая главным регулятором; I – контур регулирования давления по магистрали; II – контур регулирования по тепловой нагрузке отдельного котла; III – контур регулирования по воздуху; ЗРУ – задатчик ручного управления;  $W_{пр}(p)$  – передаточная функция регулирования подачи природного газа;  $f_{в}$  – функция задания воздуха;  $f_{к}$  – функция коррекции по содержанию кислорода;  $W_{рв}(p)$  – передаточная функция регулирования воздуха;  $W_{гп}(p)$  – передаточная функция главного регулятора;  $BQ$  – вычислитель сигнала  $Q_{г}'$ .

Для барабанных котлов вычисление сигнала  $Q_{г}'$  осуществляется в соответствие с формулой, известной из теории систем автоматического регулирования рассматриваемого класса [1]:

---

**Казаринов Лев Сергеевич** – д-р техн. наук, профессор, декан приборостроительного факультета ЮУрГУ, kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Шнайдер Дмитрий Александрович** – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, shnayder@ait.susu.ac.ru

**Кинаш Александр Викторович** – аспирант кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, ведущий специалист ЦЭС ОАО «ММК»; kinash@mmk.ru

**Колесникова Ольга Валерьевна** – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, popova\_ov@ait.susu.ac.ru

---

**Kazarinov Lev Sergeevich** – PhD, professor, dean of Electronics faculty of SUSU; kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Shnaider Dmitry Aleksandrovich** – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; shnayder@ait.susu.ac.ru

**Kinash Alexander Viktorovich** – postgraduate student of Automation and control department of SUSU, leading expert on automation of Central power station of «Magnitogorsk metallurgical industrial complex» (open joint stock company); kinash@mmk.ru

**Kolesnikova Olga Valerievna** – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; popova\_ov@ait.susu.ac.ru

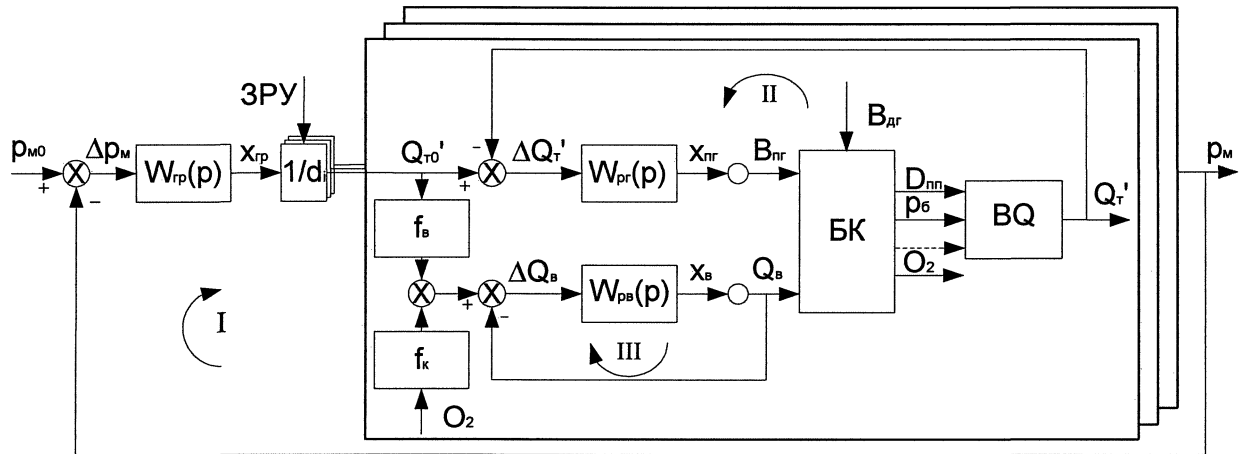


Рис. 1. Общая схема системы автоматического регулирования блоком котлов

$$Q_T' = \frac{1}{A_1} \frac{dp_б}{dt} + (D_б h'' - W_{п.в} h''_{в.э}) - A_2 (D_б - W_{п.в}). \quad (1)$$

Здесь  $p_б$ ,  $D_б$ ,  $h''$  – давление, расход и энтальпия пара барабана котла,  $W_{п.в}$  – расход питательной воды,  $h''_{в.э}$  – энтальпия воды экономайзера.

Непосредственно процессы регулирования осуществляет регулятор подачи природного газа с передаточной функцией  $W_{пр}$  и регулятор подачи воздуха  $W_{pv}$ ,  $Q_{т0}'$  – задание по теплоте. Задание по воздуху  $Q_{в0}$  определяется на основе задания по теплоте

$$Q_{в0} = f_b(Q_{т0}'), \quad (2)$$

где  $x_{пр}$ ,  $x_v$  – регулирующие воздействия на устройства подачи природного газа и воздуха соответственно (см. рис. 1).

Использование ВЭР в котельных установках позволяет значительно экономить расход природного газа, тем самым, обеспечивая высокую степень эффективности использования топлива. При этом желательно обеспечить минимум потребления природного газа. Это достигается путем построения оптимальной зависимости расхода воздуха от тепловыделения в топке котла (2).

На рис. 2а изображено семейство кривых  $\frac{\partial B_{пр}}{\partial Q_{т0}'}$  при различных значениях давления воз-

духа  $Q_{в1}$ , где  $\frac{\partial B_{пр}}{\partial Q_{т0}'}$  – прирост природного газа. Ес-

ли к этому семейству кривых провести нижнюю касательную, то можно получить точки оптимального потребления природного газа для данного значения задания воздуха  $f_b$  (рис. 2б). Таким образом, функция задания воздуха  $f_b$  определяется исходя из критерия минимума потребления природного газа.

Графики на рис. 2 получаются на основе теплотехнических испытаний котельной установки. Нижняя асимптота экспериментальных графиков определяет минимальную границу относительного прироста топлива. Режимы работы котельной установки, соответствующие минимальной границе относительного прироста топлива, характеризуются максимальным КПД процесса горения топлива.

В процессе работы котла характеристики ВЭР (расход, калорийность) могут изменяться в широких пределах, что вызывает нарушения условий оптимальности режимов. В этом случае целесообразно использовать адаптивную коррекцию параметров режимов котла.

Режимы горения в топках котлов характеризуются ярко выраженной экстремальной характеристикой как по подаче воздуха, так и по его на-

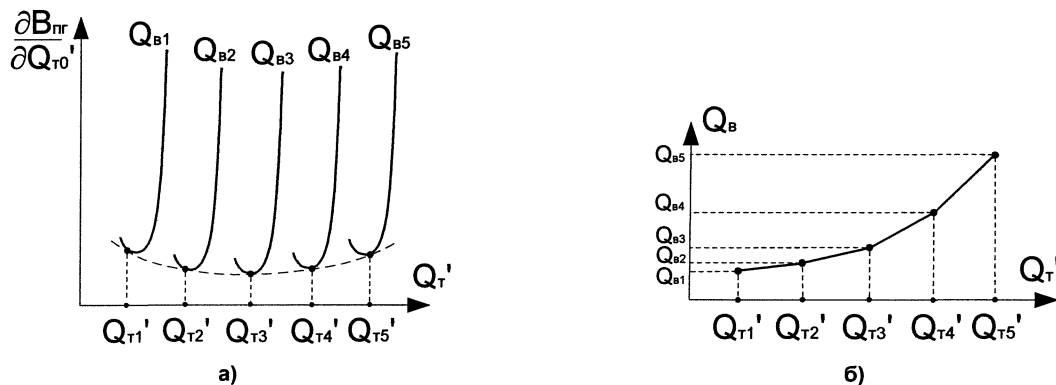


Рис. 2. Определение задания по воздуху

грузке. Примерный вид экстремальной характеристики по подаче воздуха приведен на рис. 3.

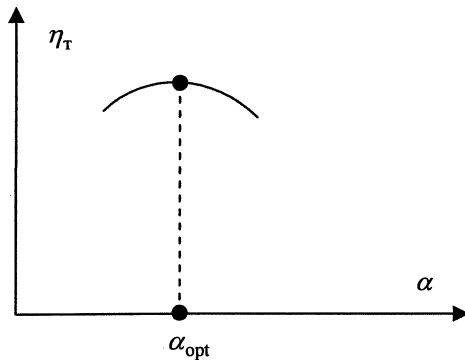


Рис. 3. Зависимость КПД котла от коэффициента избытка

Здесь КПД котла оценивается величиной

$$\eta_{\tau} = \frac{Q'_{\tau}}{Q_{\text{вх}}}, \quad (3)$$

где  $Q'_{\tau}$  – тепловыделение в топке,  $Q_{\text{вх}}$  – тепло, вносимое в топку с топливом.

Коэффициент избытка воздуха определяется соотношением

$$\alpha = \frac{Q_{\text{в}}}{Q_{\text{вн}}}, \quad (4)$$

где  $Q_{\text{в}}$  – подача воздуха в топку,  $Q_{\text{вн}}$  – минимальный расход воздуха, необходимый для полного сгорания топлива. Оптимальное значение коэффициента избытка воздуха  $\alpha$  обычно лежит в диапазоне 1,05–1,2.

## 2. Алгоритм адаптивного управления

Для адаптивного управления котлом необходимо производить оперативную оценку текущего значения КПД. В данном случае выражение (3) не является корректным, так как оно определено для средних величин. С этой целью рассмотрим текущие значения величин  $Q'_{\tau}$ ,  $Q_{\text{вх}}(t)$ :

$$Q_{\text{вх}}(t) = B_{\text{пр}}(t)Q_{\text{н}}^{\text{пр}}(t) + \sum_i B_i(t)Q'_i(t), \quad (5)$$

где  $B_{\text{пр}}(t)$ ,  $B_i(t)$  – текущие объемы расхода природного газа и вторичных энергетических ресурсов соответственно,  $Q_{\text{н}}^{\text{пр}}(t)$ ,  $Q'_i(t)$  – величины нижней удельной теплоты сгорания (калорийности) соответствующих видов топлива. При неизвестной текущей калорийности топлива в выражении (5) могут быть использованы средние величины.

Текущее значение КПД можно оценить на основе соотношения

$$\eta_{\tau}(t) = \frac{Q'_{\tau}(t)}{Q_{\text{вх}}(t-\tau)}, \quad (6)$$

где  $\tau(t)$  – запаздывание, определяемое на основе решения экстремальной задачи

$$\tau(t) = \arg \max_{\{\tau\}} \{M_t(\Delta Q_{\text{вх}}(t-\tau)\Delta Q'_{\tau}(t))\}. \quad (7)$$

Смысл экстремальной задачи (7) состоит в том, что на ее основе по параметру  $\tau$  в каждый момент времени  $t$  определяется максимум коэффициента корреляции  $K_{\tau}(t, \tau)$  между отклонениями  $\Delta Q_{\text{вх}}(t-\tau)$ ,  $\Delta Q'_{\tau}(t)$  от средних значений. Оператор  $M_t(\cdot)$  – оператор текущего усреднения, который в дискретном варианте имеет вид

$$x_{\text{cp}}(t_k) = M_t(x(t_k)) = \frac{N-1}{N}x_{\text{cp}}(t_{k-1}) + \frac{1}{N}x(t_k), \quad (8)$$

где  $N$  – число дискретных шагов усреднения.

Соответствующий коэффициент корреляции

$$K_{\tau}(t, \tau) = M_t(\Delta Q_{\text{вх}}(t-\tau)\Delta Q'_{\tau}(t)). \quad (9)$$

Зная текущее значение КПД (6), можно оценить степени влияния действующих режимных факторов (в данном случае нагрузки котла  $Q'_{\tau}$  и подачи воздуха  $\Delta Q_{\text{в}}$ ) на отклонения КПД ( $\Delta \eta_{\tau}$ ) от среднего значения. Для решения задач настройки системы регулирования при оценке текущего КПД будем использовать линеаризацию:

$$\eta_{\tau}(t) = \eta_{\tau, \text{cp}}(t) + \Delta \eta_{\tau}, \quad (10)$$

где среднее значение КПД определяется формулами:

$$\eta_{\tau, \text{cp}}(t) = \frac{Q'_{\tau, \text{cp}}(t)}{Q_{\text{вх}, \text{cp}}(t)}, \quad (11)$$

$$Q'_{\tau, \text{cp}}(t) = M_t\{Q'_{\tau}(t)\}, \quad (12)$$

$$Q_{\text{вх}, \text{cp}}(t) = M_t\{Q_{\text{вх}}(t)\}. \quad (13)$$

Влияние режимных факторов будем оценивать на основе соотношения

$$\Delta \eta_{\tau} = \frac{\partial \eta_{\tau}}{\partial Q_{\text{вх}}(t-\tau)} \Delta Q_{\text{вх}}(t-\tau) + \frac{\partial \eta_{\tau}}{\partial P_{\text{в}}(t-\tau)} \Delta P_{\text{в}}(t-\tau), \quad (14)$$

где  $\Delta Q_{\text{вх}}(t)$  – отклонение входного теплового потока от среднего значения;  $\Delta P_{\text{в}}(t)$  – отклонение давления воздуха от среднего значения.

Соотношение (14) можно записать в общем виде

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2, \quad (15)$$

где  $a_1$  – относительный коэффициент влияния отклонений подачи топлива на КПД

$$a_1 = \frac{\partial \eta_{\tau}}{\partial Q_{\text{вх}}(t-\tau)},$$

$a_2$  – относительный коэффициент влияния отклонений подачи воздуха на КПД

$$a_2 = \frac{\partial \eta_{\tau}}{\partial P_{\text{в}}(t-\tau)},$$

$x_1$ ,  $x_2$  – отклонения входных сигналов по теплу и давлению воздуха от средних значений

$$x_1 = \Delta Q_{\text{вх}}(t),$$

$$x_2 = \Delta P_{\text{в}}(t).$$

Определение коэффициентов влияния в соответствии с соотношением (15) находится методом наименьших квадратов на основе решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} c_{11}a_1 + c_{12}a_2 &= d_1 \\ c_{21}a_1 + c_{22}a_2 &= d_2 \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

где  $c_{11} = M\{x_1^2\}$ ;  $c_{12} = c_{21} = M\{x_1x_2\}$ ;  $c_{22} = M\{x_2^2\} + \lambda$ ;  
 $d_1 = M\{yx_1\}$ ;  $d_2 = M\{yx_2\}$ ,  $\lambda$  – параметр регуляризации.

На основе полученного решения определяют нормированные коэффициенты влияния, которые служат индикаторами оптимальности процесса горения в топке котла:

– нормированный коэффициент влияния отклонения подачи топлива на КПД котла

$$R_T = a_1 \frac{\sigma_{\Delta Q_{вх}}}{\sigma_{\Delta \eta_T}}, \quad (17)$$

– нормированный коэффициент влияния отклонения подачи воздуха на КПД котла

$$R_B = a_2 \frac{\sigma_{\Delta P_B}}{\sigma_{\Delta \eta_T}}, \quad (18)$$

где  $\sigma_{\Delta Q_{вх}}$ ,  $\sigma_{\Delta P_B}$ ,  $\sigma_{\Delta \eta_T}$  – средние квадратические отклонения, определяемые по соотношениям

$$\sigma_{\Delta Q_{вх}} = \sqrt{M_t\{\Delta^2 Q_{вх}\}}, \quad \sigma_{\Delta P_B} = \sqrt{M_t\{\Delta^2 P_B\}},$$

$$\sigma_{\Delta \eta_T} = \sqrt{M_t\{\Delta^2 \eta_T\}}.$$

Коэффициенты, рассчитанные по формулам (17), (18), определяют наличие связи между изменением входного параметра (отклонения от среднего значения входного теплового потока котла, вносимого топливными газами, или давления воздуха) и изменением выходного параметра (отклонения КПД от среднего значения). Нормированные коэффициенты влияния могут принимать значения:

- положительные – что свидетельствует о наличии прямой связи между изменением входного параметра и изменением выходного параметра, т.е. изменение входного параметра (например, входного теплового потока) в сторону увеличения приводит к увеличению выходного параметра (КПД котла);

- отрицательные – в наличии обратная связь



Рис. 4

между изменением входного параметра и изменением выходного параметра, т.е. изменение входного параметра (например, входного теплового потока) в сторону увеличения приводит к уменьшению выходного параметра (КПД котла).

Градация по величине от «-1» до «1» показывает, насколько сильной является связь между изменением входного параметра и изменением выходного параметра. Так, если коэффициент равен «0», то связь отсутствует, если равен «1» – полная прямая связь, «-1» – полная обратная связь.

Так как процессы являются случайными, то связь может принимать дробные значения. Например, связь 0,3 означает, что в 30 % случаев наблюдалась положительная связь, в остальных случаях связи не наблюдалось.

Сказанное выше иллюстрируется следующими графиками, приведенными на рис. 4, 5. Здесь  $\eta$  – КПД котла;  $Q_{вх}$  – тепло, вносимое в топку котла с топливными газами;  $R_T$  – коэффициент влияния отклонения подачи топлива на КПД брутто котла;  $P_B$  – давление воздуха;  $R_B$  – коэффициент влияния отклонения подачи воздуха на КПД котла;  $\rightarrow$  – направление движения к оптимальному режиму.

Величины коэффициентов влияния отклонений подачи топлива и воздуха на КПД котла служат критерием оптимальности процессов горения котла.

Например, если  $R_T > 0,1$ , то нагрузка котла является недостаточной. В этом случае оператор котла должен добавить расход топливных газов на котел. Если  $R_T < -0,1$ , то нагрузка котла является повышенной. В этом случае оператор котла должен убавить расход топливных газов на котел. Если  $-0,1 < R_T < 0,1$ , то нагрузка котла является близкой к оптимальной. В этом случае оператор не должен изменять расход топливных газов.

Если  $R_B > 0,075$ , то в топке наблюдается недостаток подачи воздуха для данной нагрузки. В этом случае оператор котла должен добавить расход воздуха на котел. Если  $R_B < -0,075$ , то в топке наблюдается избыток подачи воздуха для данной нагрузки. В этом случае оператор котла должен убавить расход

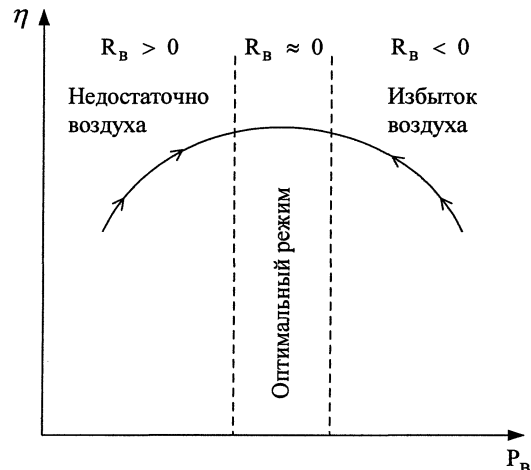


Рис. 5

воздуха на котел. Если  $-0,075 < R_b < 0,075$ , то уровень подачи воздуха для данной нагрузки близок к оптимальному. В этом случае оператор не должен изменять расход воздуха.

В целом, на основе оперативного управления режимными параметрами с использованием описанного выше подхода, реализуется корреляционно-экстремальное управление энергетической эффективностью котельной установки.

### 3. Обобщение на технологические процессы широкого класса

Изложенный выше подход к адаптивному управлению котельными установками на основе оперативной оценки текущего КПД допускает обобщение на технологические процессы общего вида.

Предположим, что энергоемкость некоторого технологического процесса оценивается на основе показателя

$$a_{\text{ср}} = \frac{V_{\text{ср}}}{P_{\text{ср}}},$$

где  $V_{\text{ср}}$ ,  $P_{\text{ср}}$  – средние объемы потребления ресурса и производства продукции соответственно, полученные на основе операции усреднения во времени:

$$V_{\text{ср}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt, \quad P_{\text{ср}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt.$$

Ставится задача: построить оперативную оценку энергоемкости технологического процесса, минимизация которой в текущем времени привела бы к минимизации средней оценки энергоемкости процесса.

Оперативную оценку энергоемкости будем искать в виде

$$a^*(t) = \frac{V^*(t)}{P^*(t)},$$

где  $V^*(t)$ ,  $P^*(t)$  – текущие оценки объемов потребления ресурса и производства продукции.

Для корректного определения оперативных оценок текущих объемов потребления ресурса и производства продукции будем предъявлять к ним следующие требования.

1. Условие несмещенности. Оценки  $V^*(t)$ ,  $P^*(t)$  должны быть несмещенными в том смысле, что для них выполняются равенства

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V^*(t) dt = V_{\text{ср}}^* = V_{\text{ср}},$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T P^*(t) dt = P_{\text{ср}}^* = P_{\text{ср}}$$

2. Условие упреждаемости. Решение об эффективности использования импульса энергии  $V$  на входе технологического процесса должно быть принято прежде, чем импульс энергии будет полностью использован в данном процессе на производство продукции  $P$

3. Условие синхронности. Данное условие основывается на понятии группового запаздывания

импульса потребленной энергии на выходе технологического процесса относительно импульса энергии на входе указанного процесса. С этой точки зрения при определении оценки  $a^*(t) = V^*(t)/P^*(t)$  импульсы энергии, соответствующие оценкам  $V^*(t)$ ,  $P^*(t)$ , должны быть синхронными. Другими словами, оценка импульса энергии  $V^*(t)$  на момент времени  $t$  должна быть выполнена таким образом, чтобы она отражала именно тот импульс энергии, который был использован на производство продукции  $P^*(t)$ .

4. Условие независимости измерений. Оценки  $V^*(t)$ ,  $P^*(t)$  должны быть получены на основе независимых измерений.

5. Условие помехоустойчивости. Влияние помех при измерении величин  $V(t)$ ,  $P(t)$  не должно приводить к неустойчивости вычисляемых оценок  $V^*(t)$ ,  $P^*(t)$ .

В приведенном выше примере оперативной оптимизации КПД котельной установки все указанные выше условия выполняются. Действительно, несмещенность оценки непосредственно следует из определения среднего КПД (3) и текущего КПД (6). Условие упреждаемости обеспечивается тем, что при определении КПД используется не выходной тепловой поток  $Q_{\text{вх}}$ , а тепловыделение в топке  $Q'_t$ , оцениваемое на основе обратного динамического оператора (1). Хотя упреждаемость в полном смысле слова здесь не достигается, однако оценка  $Q'_t$  обладает значительно большим быстродействием по сравнению с оценкой  $Q_{\text{вх}}$ . Синхронизация обеспечивается условиями (6), (7). Независимость измерений следует из определения текущего КПД, где величины  $Q'_t$  и  $Q_{\text{вх}}(t-\tau(t))$ . Помехоустойчивость оценки может быть обеспечена, если, например, все вычисления на фоне помех производятся с использованием экспоненциальных цифровых фильтров.

В общем случае построение оперативной оценки текущей энергетической эффективности технологического процесса, удовлетворяющей приведенным выше условиям, является достаточно сложной нетривиальной задачей. Решение данной задачи необходимо производить на основе знания динамики конкретного технологического процесса.

### Заключение

Приведенный в статье алгоритм позволяет в следящем режиме обеспечивать максимальный КПД сгорания топлива в топке энергетического котла. Тем самым обеспечивается высокая эффективность использования ВЭР в котельных установках при переменных характеристиках ВЭР.

### Литература

1 Плетнев Г.П. Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций / Г.П. Плетнев. – М.: Энергоиздат, 1981

Поступила в редакцию 23 декабря 2009 г.

## МЕТОД УПРЕЖДАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПАРОВОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМОЙ

*И.Е. Вахромеев, Л.С. Казаринов, Д.А. Шнайдер*

## METHOD OF PROACTIVE CONTROL OF STEAM TECHNOLOGY DISTRIBUTED SYSTEM

*I.E. Vakhromeev, L.S. Kazarinov, D.A. Shnaider*

В статье приведена постановка задачи упреждающего управления технологической паровой распределенной системой по критериям энергетической эффективности. Предложен подход к решению поставленной задачи с использованием динамических оценок показателей энергетической эффективности на основе метода экспоненциальной фильтрации. Приведен пример упреждающего управления системой пароснабжения металлургического предприятия с учетом критерия энергетической эффективности.

*Ключевые слова: упреждающее управление, паровая распределенная система.*

The article describes the formulation of the problem of proactive control of technological steam distributed system according to the criteria of energy efficiency. An approach to the solution of this problem using dynamic estimates of energy efficiency based on the method of exponential filtering is proposed. An example of proactive control system for steam supply of metallurgical enterprise taking the criterion of energy efficiency into account is presented.

*Keywords: proactive control, steam distributed system.*

### Введение

Системы пароснабжения металлургических предприятий представляют собой сложные производственные комплексы, включающие подсистемы выработки, распределения, аккумулирования и потребления пара. Режимы работы данных подсистем определяются режимами работы технологического оборудования основного металлургического производства и характеризуются существенными изменениями выработки и потребления топливно-энергетических ресурсов (ТЭР). Вместе с тем объемы потребления ТЭР напрямую определяют энергоемкость металлургического производства, а технические параметры ТЭР – качество выпускаемой продукции. Отсюда важной практической задачей является организация эффективного управления технологической паровой распределенной системой металлургического предприятия, учитывающего динамику процессов выработки, распределения, аккумулирования и потребления

ТЭР, а также влияние отклонений параметров ТЭР на качество пускаемой продукции.

Ведущую роль в повышении энергетической эффективности в теплоэнергетических системах металлургического производства играют автоматизированные системы управления. Базовым требованием к построению подобных систем является формирование текущей информации о технико-экономических параметрах технологических процессов. Перспективным подходом, позволяющим значительно повысить эффективность автоматизированного управления технологическими процессами по сравнению с существующим уровнем, является введение упреждающего управления по критериям энергетической эффективности и реализация на его основе соответствующих систем автоматизированного управления.

Поиску и реализации новых эффективных подходов и решений к энергосберегающему управлению сложными производственными про-

---

**Вахромеев Иван Евгеньевич** – аспирант ЮУрГУ, заместитель главного энергетика ОАО «ММК», vahromeev@mmk.ru

**Казаринов Лев Сергеевич** – д-р техн. наук, профессор, декан приборостроительного факультета ЮУрГУ, kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Шнайдер Дмитрий Александрович** – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизации и управления ЮУрГУ; shnaider@ait.susu.ac.ru

---

**Vakhromeev Ivan Evgenievich** – postgraduate student of SUSU, steam-power superintendent of «Magnitogorsk metallurgical industrial complex» (open joint stock company); vahromeev@mmk.ru

**Kazarinov Lev Sergeevich** – PhD, professor, dean of Electronics faculty of SUSU; kazarinov@ait.susu.ac.ru

**Shnaider Dmitry Aleksandrovich** – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; shnaider@ait.susu.ac.ru

цессами и системами были посвящены труды многих ученых [1–5]. Однако методология упреждающего управления по критериям энергетической эффективности в теплоэнергетических системах металлургического производства в настоящее время недостаточно разработана, что и определяет актуальность данной работы.

### 1. Постановка задачи

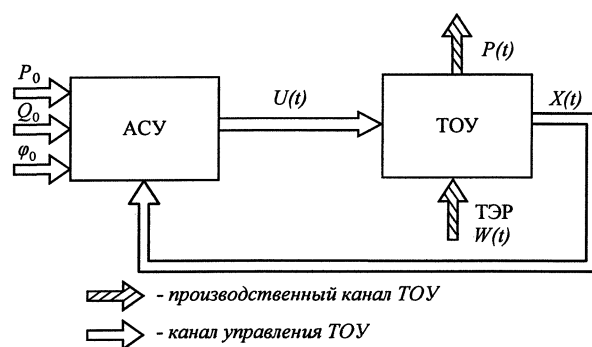
Актуальной задачей автоматизированного управления технологическими процессами (ТП) в системе пароснабжения является учет энергетической эффективности выпуска продукции. Другими словами, в АСУ помимо задач непосредственного управления ТП должен быть реализован контур управления по текущему значению показателя энергетической эффективности ТП.

В качестве показателя энергетической эффективности ТП обычно используется энергоемкость выпуска продукции, определяющая затраты ТЭР на единицу выпускаемой продукции, либо прямой показатель энергетической эффективности:

$$\phi = \frac{P}{W}, \quad (1)$$

где  $P$  – объем выпущенной продукции;  $W$  – соответствующий объем потребленных ТЭР.

Обобщенная схема АСУ технологическим объектом управления (ТОУ) с учетом энергетической эффективности выпуска продукции представлена на рис. 1. Здесь АСУ формирует управляющие воздействия  $U(t)$  на ТОУ, исходя из текущего состояния ТОУ  $X(t)$ , заданной производственной программы выпуска продукции  $P_0$ , требуемых показателей качества выпускаемой продукции  $Q_0$  и требуемой энергетической эффективности выпуска продукции  $\phi_0$ .



**Рис. 1. Поточная модель АСУ с учетом энергетической эффективности выпуска продукции**

Критерии управления ТОУ могут быть записаны следующим образом:

$$\min [P(t) - P_0], \quad (2)$$

$$\max [\phi(t)], \quad (3)$$

при ограничениях:

$$Q(t) \geq Q_0, \phi(t) \geq \phi_0. \quad (4)$$

Одной из проблем обеспечения максимума энергетической эффективности (3) при оператив-

ном управлении ТОУ является оценка текущего значения  $\phi(t)$ . Дело в том, что реальные ТП характеризуются существенной динамикой процессов потребления ТЭР  $W(t)$  и выработки продукции  $P(t)$ , определяющей значительное запаздывание во времени по производственному каналу ТОУ (см. рис. 1). В связи с этим прямой расчет  $\phi(t)$  по формуле (1) с подстановкой текущих  $P(t)$  и  $W(t)$  приведет к некорректной постановке задачи, при которой, к примеру, подача импульса ТЭР на входе ТОУ приведет к мнимому резкому уменьшению энергетической эффективности, так как соответствующий объем продукции еще не будет выработан.

Поэтому для оперативного управления энергетической эффективностью ТОУ в рамках АСУ, приведенной на рис. 1, необходима упреждающая оценка показателя  $\phi'(t)$ , рассчитанная для синхронизированных по времени значений потребления ТЭР и выпуска продукции, т. е.

$$\phi'(t) = \frac{P(t + \tau_{\text{пр}})}{W(t)}. \quad (5)$$

где  $\tau_{\text{пр}}$  – интервал упреждения, определяемый запаздыванием в ТП;  $P(t + \tau_{\text{пр}})$  – прогнозируемое значение выпуска продукции в результате потребления текущего объема ТЭР  $W(t)$ .

Одним из подходов к решению рассматриваемой задачи управления ТОУ (2)–(5) является использование для управления динамической модели объекта. Для этого могут быть применены различные методы, например, метод модельного прогнозирования управления (МПУ) [5]. Суть метода МПУ состоит в решении задачи оптимального управления ТОУ на каждом шаге работы системы управления на основе прогноза поведения объекта, рассчитанного на модели. Последовательное решение задачи на множестве шагов позволяет получить оптимальное управление ТОУ в соответствии с заданным критерием управления и ограничениями.

Однако для рассматриваемого класса крупномасштабных распределенных нелинейных динамических систем, к которым относятся теплоэнергетические системы металлургических предприятий, построение точной математической модели является крайне сложной и объемной задачей. Вместе с тем, погрешность в оценке  $\phi(t)$  даже в 1–2 % при управлении энергетической эффективностью крупных ТОУ влечет за собой значительные экономические потери. Поэтому применение методов, основанных на построении математической модели ТОУ, для решения поставленной крупномасштабной задачи управления является ограниченным.

Корректное решение рассматриваемой задачи управления требует получения оперативных оценок показателей эффективности с высокой точностью, либо путем прямых приборных измерений, либо косвенно на основе динамических оценок. При этом усреднение по времени динамических

оценок показателей должно обеспечивать сведение теплоэнергетического баланса ТОО за отчетный период (обычно, месяц), т. е. фактическое среднее значение показателя энергетической эффективности  $\phi^{cp}$  за отчетный период  $T_n$ , полученное по приборным данным на входе и выходе ТОО, должно быть равно среднему значению оценки данного показателя с погрешностью  $\delta$ , меньшей или равной заданному значению  $\epsilon$ :

$$\phi^{cp} = \frac{1}{T_n} \int_0^{T_n} \phi(t) dt \pm \delta, \quad |\delta| \leq \epsilon. \quad (6)$$

Это условие является обязательным требованием к приборным средствам измерения расхода ТЭР.

Таким образом, общая задача АСУ теплоэнергетическими системами металлургического производства может быть поставлена следующим образом: обеспечить управление ТОО, удовлетворяющее критериям (2), (3) при ограничениях (4), на основе динамической оценки показателя энергетической эффективности (5), удовлетворяющей требованию (6) несмещенности оценки.

Ключевым вопросом в решении поставленной задачи, рассматриваемым далее, является метод получения динамической оценки энергетической эффективности (5) с учетом требования (6).

1. Метод динамической оценки показателей энергетической эффективности на основе экспоненциальной фильтрации.

Реальные производственные теплоэнергетические системы характеризуются существенной для управления динамикой, в том числе наличием временных задержек, связанных с транспортировкой ТЭР или продукции. В качестве примера, иллюстрирующего суть предлагаемого подхода, положим, что передаточная функция производственного канала ТОО (вход – ТЭР, выход – продукция) состоит из энергетической характеристики ТП  $F(A)$ , где  $A = A(t)$  – множество параметров ТП, в общем случае зависящих от времени, и линейного динамического оператора  $L\{\}$ , представленного для наглядности в виде звена чистого запаздывания (рис. 2а).

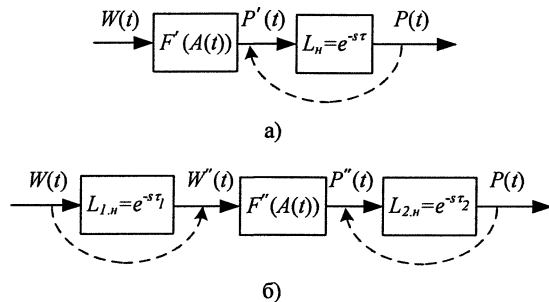


Рис. 2. Операция динамического приведения:  $L_n, L_{1,n}, L_{2,n}$  – динамические операторы;  $\tau, \tau_1, \tau_2$  – интервалы времени запаздывания

Тогда для примера на рис. 2а упреждающая оценка (5) будет иметь вид

$$\phi'(t) = \frac{L_n^{-1}\{P(t)\}}{W(t)} = \frac{e^{+s\tau} \cdot P(t)}{W(t)} = \frac{P'(t)}{W(t)} = F'(A(t)), \quad (7)$$

где  $P'(t) = e^{+s\tau} \cdot P(t)$  – упреждающая оценка  $P(t)$ , полученная путем обратного динамического приведения выхода ТОО ко входу.

Для распределенных ТОО, характеризующихся значительным временным запаздыванием, может применяться операция частичного динамического упреждения, проиллюстрированная на рис. 2,б. Здесь упреждающая оценка показателя (5) образуется путем частичного динамического приведения выхода и входа ТОО, т. е.

$$\phi''(t) = \frac{L_{2,n}^{-1}\{P(t)\}}{L_{1,n}\{W(t)\}} = \frac{e^{+s\tau_2} \cdot P(t)}{e^{-s\tau_1} \cdot W(t)} = \frac{P''(t)}{W''(t)} = F''(A(t)), \quad (8)$$

где  $P''(t) = e^{+s\tau_2} \cdot P(t)$  – упреждающая оценка  $P(t)$ , полученная путем частичного обратного динамического приведения выхода ТОО, а  $W''(t) = e^{-s\tau_1} \cdot W(t)$  – упреждающая оценка  $W(t)$ , полученная путем частичного прямого динамического приведения входа ТОО к некоторой промежуточной точке в структуре динамической модели ТОО.

Как следует из (7) и (8), полученные упреждающие оценки  $\phi'(t), \phi''(t)$  соответствуют текущим значениям функциональных зависимостей  $F'(A(t)), F''(A(t))$ , представляющих собой энергетические характеристики ТОО. Таким образом, суть операции динамического приведения состоит в восстановлении текущего значения фактической энергетической характеристики ТОО на основании данных текущего потребления ТЭР и выпуска продукции без непосредственного измерения технологических параметров  $A(t)$  и построения полной математической модели ТОО.

Обратим внимание, что рассмотренные выше динамические операторы  $L_n, L_{1,n}, L_{2,n}$  являются нормированными, т. е. имеют единичные коэффициенты усиления. Поэтому для интервала времени наблюдения такого, что  $T_n \gg \tau_1$  и  $T_n \gg \tau_2$ , условие несмещенности оценки (6) будет выполняться.

Согласно (7), (8) получение упреждающих оценок требует обращения динамических операторов. Сложность такого обращения состоит в необходимости вычисления производных сигналов из-за наличия временных задержек и превышения порядка числителя над порядком знаменателя обращенной передаточной функции. Далее рассмотрим подход к получению обратных динамических операторов на основе метода экспоненциальной фильтрации [6].

Построение экспоненциальных фильтров базируется на представлении информационной составляющей фильтруемого сигнала в виде ряда:

$$x_0(t - \lambda) = \sum_i a_i(t) \phi_i(\lambda), \quad (9)$$

где  $\phi_i(\lambda)$  – координатные функции ряда;  $a_i(t)$  – проекции сигнала;  $\lambda$  – интервал ретроспективы.



В роли координатных функций могут быть использованы различные функции: гармонические, степенные, ортогональные полиномы и др. В рассматриваемом далее случае использования степенных функций информационную составляющую сигнала можно представить в виде

$$x_0(t-\lambda) = \sum_i a_i(t)\lambda^i \quad (10)$$

В данном случае ряд (10) можно сопоставить с разложением функции  $x_0(t-\lambda)$  в ряд Тейлора в точке  $t$  – текущий момент времени:

$$x_0(t-\lambda) = \sum_i \frac{(-1)^i x_0^{(i)}(t)}{i!} \lambda^i, \quad (11)$$

где  $x_0^{(i)}(t)$  – производные  $i$ -го порядка сигнала  $x_0(t)$ .

Сравнение (10) и (11) позволяет вывести формулу

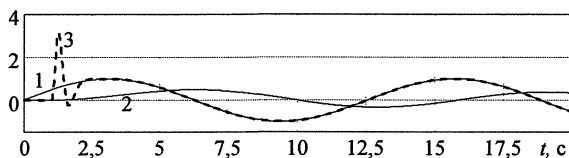
$$x_0^{(i)}(t) = (-1)^i i! a_i(t), \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (12)$$

Соотношение (12) показывает связь между проекциями информационного сигнала и его производными. Проекции  $a_i(t)$  информационного сигнала определяются согласно [6]. Полученные подобным образом производные могут использоваться для построения обратных динамических операторов.

В качестве примера на рис. 3 приведены результаты обращения передаточной функции вида

$$W(s) = \frac{e^{-s}}{5s+1} \quad (13)$$

при помощи степенного экспоненциального фильтра, полученные с использованием моделирующей программы Vissim.



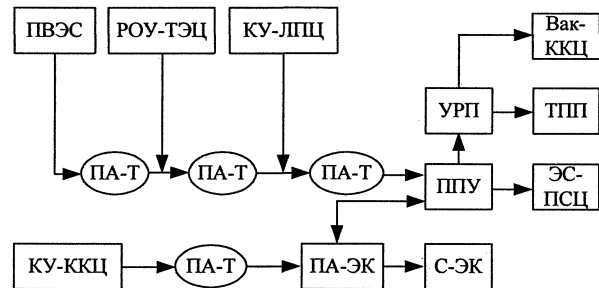
**Рис. 3. Пример обращения динамического оператора: 1 – входной сигнал; 2 – сигнал на выходе передаточной функции; 3 – выходной сигнал, динамически приведенный ко входу**

В приведенном на рис. 3 примере обращение динамического оператора (13) реализовано с использованием двух последовательно включенных экспоненциальных фильтров: первый фильтр (3-го порядка) выполняет временной сдвиг входного сигнала, второй фильтр (1-го порядка) осуществляет обращение знаменателя передаточной функции (13).

Таким образом, приведенный выше пример показывает принципиальную возможность использования метода экспоненциальной фильтрации для обращения динамических операторов и упреждающей оценки показателей энергетической эффективности ТП.

## 2. Пример упреждающего управления распределенной системой пароснабжения металлургического предприятия с учетом критерия энергетической эффективности

Типовая структурная схема системы пароснабжения крупного металлургического предприятия приведена на рис. 4.



**Рис. 4. Типовая структурная схема системы пароснабжения металлургического предприятия**

Система пароснабжения на рис. 4 включает в себя:

- источники пара: паровоздушная электростанция (ПВЭС), редуциционно-охладительная установка теплоэлектростанции (РОУ-ТЭЦ), паровые котлы-утилизаторы нагревательных печей листопрокатного цеха (КУ-ЛПЦ), паровые котлы-утилизаторы кислородно-конверторного цеха (КУ-ККЦ);
- потребителей пара: установка вакуумирования стали кислородно-конверторного цеха (Вак-ККЦ), электростанция паросилового цеха (ЭС-ПСЦ), прочие технологические потребители пара (ТПП);
- систему аккумулирования и распределения пара: паровые трубопроводы, обладающие вследствие протяженности собственной аккумулирующей способностью (ПА-Т), пароводяные аккумуляторы энергокорпуса (ПА-ЭК), пароперегревающая установка (ППУ), предохранительная свеча энергокорпуса (С-ЭК), узел распределения пара (УРП).

Задачей энергоэффективного управления рассматриваемой системой пароснабжения является обеспечение номинального режима пароснабжения ЭС-ПСЦ, соответствующего максимальной выработке электроэнергии, а также требуемых параметров пара на Вак-ККЦ и ТПП, при минимизации потерь пара через свечу энергокорпуса. В основе решения данной задачи лежит создание распределенной автоматизированной системы управления (АСУ), формирующей упреждающие управляющие воздействия для систем автоматического регулирования (САР) нижнего уровня в соответствии с заданными критериями управления:

$$\min [D_{ЭС}(t) - D_{ЭС}^0], \quad (14)$$

$$\min [D_{Св}(t)], \quad (15)$$

при ограничении

$$D_{ВАК}(t) \geq D_{ВАК}^0, \quad (16)$$

где  $D_{ЭС}(t)$ ,  $D^0_{ЭС}$  – фактический и требуемый номинальный расход пара на ЭС-ПСЦ, соответствующий максимальной выработке электроэнергии;  $D_{Св}(t)$  – расход (потери) пара на свечу в энергокорпусе;  $D_{Вак}(t)$ ,  $D^0_{Вак}$  – фактический и минимальный допустимый расход пара на Вак-ККЦ.

На рис. 5 в качестве примера представлена структурная схема потоковой модели рассматриваемой системы пароснабжения. Здесь  $L_i$  – динамические операторы вида (13). Пунктирными линиями показаны вводимые контуры упреждающего управления на основе использования обратных динамических операторов  $L_i^{-1}$ .

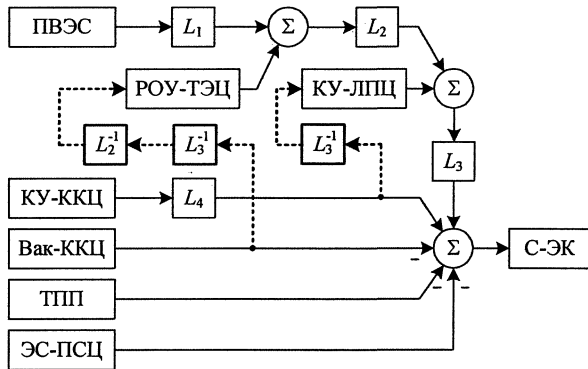


Рис. 5. Структурная схема потоковой модели системы пароснабжения с контурами упреждающего управления по возмущениям от КУ-ККЦ и Вак-ККЦ

Результаты моделирования рассматриваемой системы приведены на рис. 6.

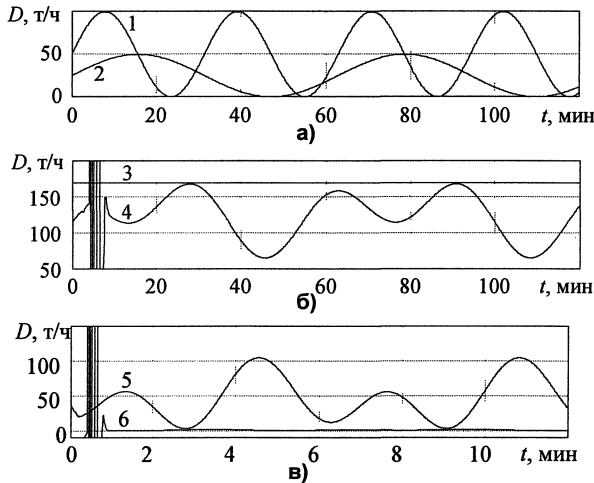


Рис. 6. Результаты моделирования: 1 – выработка пара КУ-ККЦ; 2 – расход пара на Вак-ККЦ; 3, 4 – подача пара от ПВЭС, РОУ-ТЭЦ и КУ-ЛПЦ в исходной системе и системе с упреждающим управлением, соответственно; 5, 6 – потери пара на свечу в исходной системе и системе с упреждающим управлением, соответственно

Так, на рис. 6а показаны возмущающие воздействия для АСУ пароснабжения в виде изменений выработки пара КУ-ККЦ и потребления пара Вак-ККЦ. Возмущающие воздействия приняты в

виде синусоидальных сигналов, являющихся огибающими реальных процессов в системе.

На рис. 6б показаны суммарные расходы пара от источников ПВЭС, РОУ-ТЭЦ и КУ-ЛПЦ в исходной системе, обеспечивающей выполнение только технологического критерия управления (14) при ограничении (16) (график 3), и в системе реализующей дополнительно управление по критерию энергетической эффективности (15) (график 4). На рис. 6в показаны соответствующие расходы (потери) пара на свечу в энергокорпусе для указанных систем.

Как видно из рис. 6в, при отсутствии управления по критерию (15) потери пара составляют до 100 т/ч (график 5). Введение упреждающего управления по критерию (15), обеспечивающего изменение подачи пара от источников в зависимости от расходов пара на Вак-ККЦ и КУ-ККЦ, позволяет практически исключить потери пара (график 6).

В рассматриваемом примере вариации расхода пара на Вак-ККЦ демпфируются за счет РОУ-ТЭЦ, а вариации расхода пара на КУ-ККЦ – за счет КУ-ЛПЦ. При этом требуемые значения подачи пара от РОУ-ТЭЦ и КУ-ЛПЦ определяются следующими формулами:

$$D_{\text{РОУ-ТЭЦ}}^*(t) = L_2^{-1} \{ L_3^{-1} \{ D_{\text{Вак-ККЦ}}(t) \} \}, \quad (17)$$

$$D_{\text{КУ-ЛПЦ}}^*(t) = D_6 - L_3^{-1} \{ D_{\text{КУ-ККЦ}}(t) \}, \quad (18)$$

где  $D_6$  – базовое значение требуемой подачи пара от КУ-ЛПЦ, соответствующее среднему значению выработки пара КУ-ККЦ.

Обращение динамических операторов осуществляется на основе применения экспоненциальных фильтров, рассмотренных выше.

Таким образом, в приведенном методическом примере применение упреждающего управления по критерию энергетической эффективности позволило практически устранить потери пара на свечу, составляющие до 100 т/ч, при обеспечении требуемых расходов пара у других потребителей, что свидетельствует о высокой энергетической эффективности и целесообразности внедрения подобного управления в реальных системах пароснабжения металлургических предприятий.

### Выводы

1. Системы пароснабжения металлургических предприятий представляют собой сложные производственные комплексы, включающие подсистемы выработки, распределения, аккумуляции и потребления пара, в значительной степени определяющие энергоёмкость и качество выпускаемой продукции. Поэтому важной практической задачей является введение оперативного управления системой пароснабжения металлургического предприятия в рамках АСУ ТП с учетом критериев энергетической эффективности.

2. В статье приводится постановка задачи и метод упреждающего управления распределенной системой пароснабжения металлургического про-

изводства по критериям энергетической эффективности на основе обращения динамических операторов при помощи экспоненциальной фильтрации. Приведенные результаты моделирования обращения типового динамического оператора, включающего апериодическое звено и звено чистого запаздывания, показывают принципиальную возможность использования метода экспоненциальной фильтрации для решения подобных задач.

3. На основе разработанного подхода предложена постановка задачи и приведены основные формульные зависимости для реализации упреждающего управления пароснабжением металлургического предприятия с учетом критерия энергетической эффективности. Результаты моделирования на примере потоковой динамической модели показали высокую эффективность и целесообразность реализации предложенного упреждающего управления в системах пароснабжения металлургического производства.

#### **Литература**

1. Лисиенко, В.Г. *Хрестоматия энергосбережения: справ. изд.. в 2 кн.* / В.Г. Лисиенко, Я.М. Ще-

локов, М.Г. Ладыгичев; под ред. В.Г. Лисиенко. – М.: Теплоэнергетик, 2002.

2. Матвейкин, В.Г. *Теоретические основы энергосберегающего управления динамическими режимами установок производственно-технического назначения* / В.Г. Матвейкин, Д.Ю. Мурромцев. – М.: Машиностроение-1, 2007

3. *Синергетические методы управления сложными системами: энергетические системы* / А.А. Колесников, Г.Е. Веселов, А.Н. Попов и др. – М.: КомКнига, 2006.

4. Султангузин, И.А. *Научно-технические основы моделирования и оптимизации энерготехнологической системы металлургического комбината: дис. ... д-ра техн. наук* / И.А. Султангузин. – М.: РГБ, 2005. – 414 с.

5. Гудвин, Г.К. *Проектирование систем управления* / Г.К. Гудвин, С.Ф. Гребе, М.Э. Сальгадо. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.

6. Казаринов, Л.С. *Прогнозирование случайных колебательных процессов на основе метода экспоненциального сглаживания* / Л.С. Казаринов, С.И. Горелик // *Автоматика и телемеханика*. – 1994. – № 10. – С. 27–34.

*Поступила в редакцию 25 декабря 2009 г.*

## ОРГАНИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УЛИЧНЫМ ОСВЕЩЕНИЕМ НА ОСНОВЕ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ СТАНДАРТА ZIGBEE\*

*Д.А. Шнайдер, Е.И. Крахмалев, А.В. Кинаш*

## DISTRIBUTED STREET LIGHTING CONTROL SYSTEM BASED ON ZIGBEE WIRELESS NETWORK STANDARD

*D.A. Shnaider, E.I. Krakhmalev, A.V. Kinash*

В статье рассмотрены принципы организации систем связи, а также основные особенности технологии беспроводной связи стандарта ZigBee. Предложена структура распределенной автоматизированной системы управления уличным освещением на основе модулей связи стандарта ZigBee.

*Ключевые слова: управление уличным освещением, ZigBee.*

The article describes the principles of organization of communication systems, as well as the basic features of ZigBee wireless technology standard. The structure of a distributed automatic control system of street lighting based on the ZigBee standard communication modules is presented.

*Keywords: street lighting control, ZigBee.*

### Введение

В настоящее время активно развиваются энергосберегающие системы светодиодного уличного освещения. Отличительной особенностью современных светодиодных светильников является наличие регулируемого источника питания, обеспечивающего плавное изменение мощности светового потока в зависимости от внешнего управляющего сигнала. Применение подобных светильников позволяет учитывать фактический уровень естественной освещенности, время суток и за счет регулирования яркости достигать максимального качества освещения при минимальных затратах электроэнергии. При этом актуальной является создание распределенных автоматизированных систем управления уличным освещением, обеспечивающих индивидуальное регули-

рование и контроль параметров каждого светильника. Решение данной задачи может основываться на использовании стандарта беспроводной связи ZigBee.

Стандарт беспроводной передачи ZigBee является относительно новой технологией, которая, главным образом, предназначена для организации связи между автономными приборами и клиентским оборудованием. Спецификация ZigBee разработана для создания дешевых беспроводных сетей с низким энергопотреблением используемых для передачи небольших объемов данных. Указанные особенности определяют перспективность стандарта ZigBee и дают возможности его использования в автоматизированных системах управления уличным освещением.

---

\* Работа выполнена в рамках реализации федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

---

**Шнайдер Дмитрий Александрович** – канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, shnayder@ait.susu.ac.ru

**Крахмалев Евгений Игоревич** – аспирант кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, mail@ait.susu.ac.ru

**Кинаш Александр Викторович** – аспирант кафедры автоматики и управления ЮУрГУ, ведущий специалист ЦЭС ОАО «ММК»; kinash@mmk.ru

---

**Shnaider Dmitry Aleksandrovich** – PhD, associate professor of Automation and control department of SUSU; shnayder@ait.susu.ac.ru

**Krakhmalev Evgeny Igorevich** – postgraduate student of Automation and control department of SUSU; mail@ait.susu.ac.ru

**Kinash Alexander Viktorovich** – postgraduate student of Automation and control department of SUSU, leading expert on automation of Central power station of «Magnitogorsk metallurgical industrial complex» (open joint stock company); kinash@mmk.ru

**1. Принципы организации систем беспроводной связи стандарта ZigBee**

Технология ZigBee заняла нишу радиointерфейсов для низкоскоростных приложений с крайне малым энергопотреблением, где использовались технологии с более высокими эксплуатационными характеристиками и с высоким энергопотреблением. Приведенные на рис. 1 стандарты (Bluetooth, WLAN) отлично подходят для передачи больших объемов информации (голоса, данных, видео) с высокой скоростью (от 1 до 200 Мбит/с) и с дальностью передачи от 10 до 100 метров. Устройства на их основе способны работать в автономном режиме (от батарей и аккумуляторов). Все это позволяет заменить проводные соединения в таких системах, как компьютерные и развлекательные системы, вычислительные сети. Однако существует огромное множество систем (разнообразные датчики, системы контроля и сбора информации и т. д.), в том числе системы автоматизированного управления и диспетчеризации уличным освещением, обладающих особой спецификой (небольшие объемы передаваемой информации, малое энергопотребление, простота установки и обслуживания, большое количество узлов сети и т. п.), вследствие чего в такого рода приложениях невозможно со 100 %-ной эффективностью использовать упомянутые технологии. Именно на реализацию подоб-

ных задач нацелен стандарт IEEE 802.15.4 (ZigBee) для низкоскоростных WPAN-сетей (рис. 1).

Технология ZigBee описана в одноименной спецификации, в которую включен стандарт IEEE 802.15.4. Этот стандарт содержит описание радиочастотной части сети ZigBee: типы модуляции (BPSK и O-QFSK), частотные диапазоны (868, 902 и 2400 МГц), и соответствующая им скорость передачи 20, 40 или 250 кбит/с. Также этот стандарт выдвигает требования к безопасности передачи данных – обязательное использование шифрования 128-битным ключом по стандарту AES на уровне «Звена Данных» (Data link layer). Стандарт 802.15.4 предполагает наличие уникального 64-битного адреса на MAC уровне, а также наличия дополнительного 16-битного сетевого адреса (PAN-ID) для определения принадлежности данного устройства к той или иной WPAN (Wireless Personal Area Network). Существуют следующие режимы передачи: от конечного устройства к координатору; от координатора к конечному устройству; между двумя конечными устройствами без посредника. В соответствии с этим в 802.15.4 возможны только два типа топологий: «точка-точка» или «точка-многоточие». В версии ZigBee V1.0 могут быть реализованы топологии «кластерное дерево» и «ячейка». Топологии представлены на рис. 2. Сообщение может передаваться от одного устройства

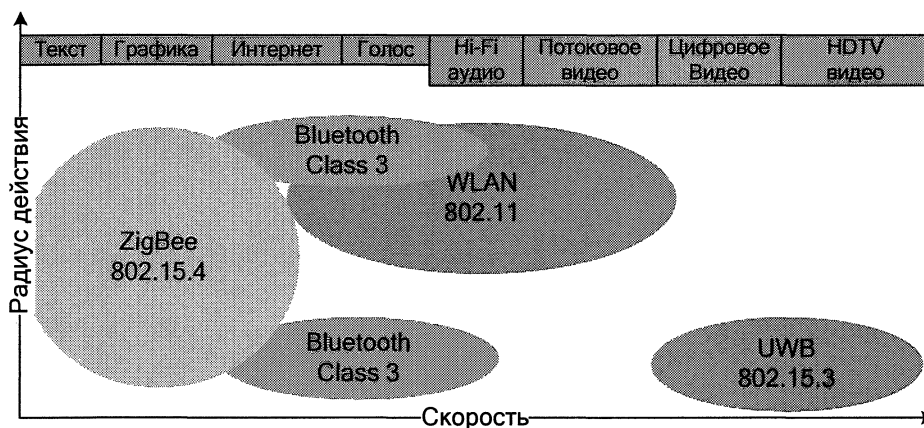


Рис. 1. Беспроводные стандарты

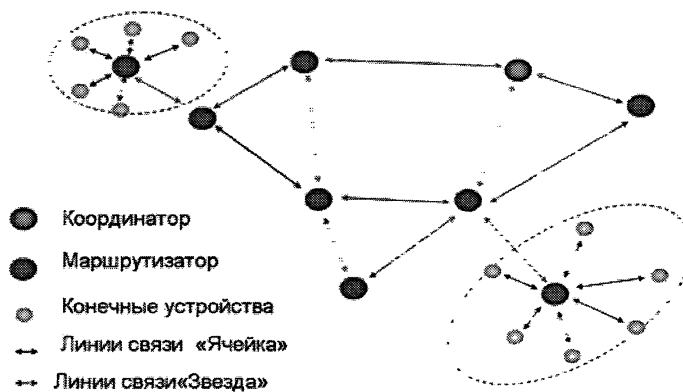


Рис. 2. Топологии сети ZigBee

к другому через промежуточные маршрутизаторы – роутеры (см. рис. 2).

Роль роутера может выполнять любое законченное устройство ZigBee, в программе которого реализованы функции выполнения маршрутизации сообщений. Также с роутерами связаны функции авторизации доступа нового устройства в сеть. Если какое-либо устройство после включения не имеет флагов о наличии регистрации в своей памяти, оно попытается найти сеть путем пассивного, а затем и активного сканирования. При положительном результате сканирования (найден роутер или координатор в зоне действия устройства) начинается активный обмен пакетами с целью идентификации и определения полномочий нового устройства в сети. После этого на координаторе сети и соседних роутерах создаются идентификационные записи.

Описанный алгоритм является частью технологии самоформирования и самолечения сети. В случае выпадение роутера из сети включается поиск альтернативных маршрутов (топология mesh) передачи сообщения, что повышает отказоустойчивость системы. Обязательным условием для работы механизмов самоформирования и самолечения сети является наличие устройства выполняющего функции координатора. Координатор – это полнофункциональное ZigBee устройство, в памяти которого хранится основная часть информации о сети и ее участниках. Координатор действует как надсмотрщик сети, принимает решения о допуске новых участников и рассылает сообщение “beacon” для общесетевой синхронизации.

Конечные устройства организуют интерфейс между периферийным оборудованием и сетью ZigBee. Поскольку к одному конечному устройству сети ZigBee может быть подключено множество объектов, в спецификации предусмотрена дополнительная 8-битная адресация потребителей информации.

Временное разделение ZigBee базируется на использовании режима синхронизации, при котором подчиненные сетевые устройства, большую часть времени находящиеся в «спящем» состоянии, периодически «просыпаются» для приема сигнала синхронизации от сетевого координатора, что позволяет устройствам внутри локальной сетевой ячейки знать, в какой момент времени осуществлять передачу данных. Данный механизм, основанный на определении состояния канала связи перед началом передачи, позволяет существенно сократить (но не устранить) столкновения, вызванные передачей данных одновременно несколькими устройствами.

Все описанные достоинства стандарта ZigBee дают возможность применения технологии для организации распределенной системы автоматизированной системы управления уличным освещением.

## 2. Структура распределенной системы автоматизированной системы управления уличным освещением

В современных системах освещения можно выделить несколько групп объектов автоматизации малой и средней сложности: управляемые светильники, автоматизированные пункты питания, локальные пульты управления и удаленные автоматизированные места. При этом дальность расположения светильников по любому из трех измерений редко превышает 100 м. Вести сигнальный провод к каждому из них неэффективно, поэтому целесообразнее использовать беспроводную вычислительную сеть малого радиуса действия (ZigBee). Малая удаленность составных частей системы делает возможным связь между модулями без использования ретрансляции, а значит, не требует дополнительной аппаратуры и повышает надежность системы. Гибкость архитектуры построения беспроводных систем позволяет впоследствии легко и с небольшими затратами производить наращивание системы.

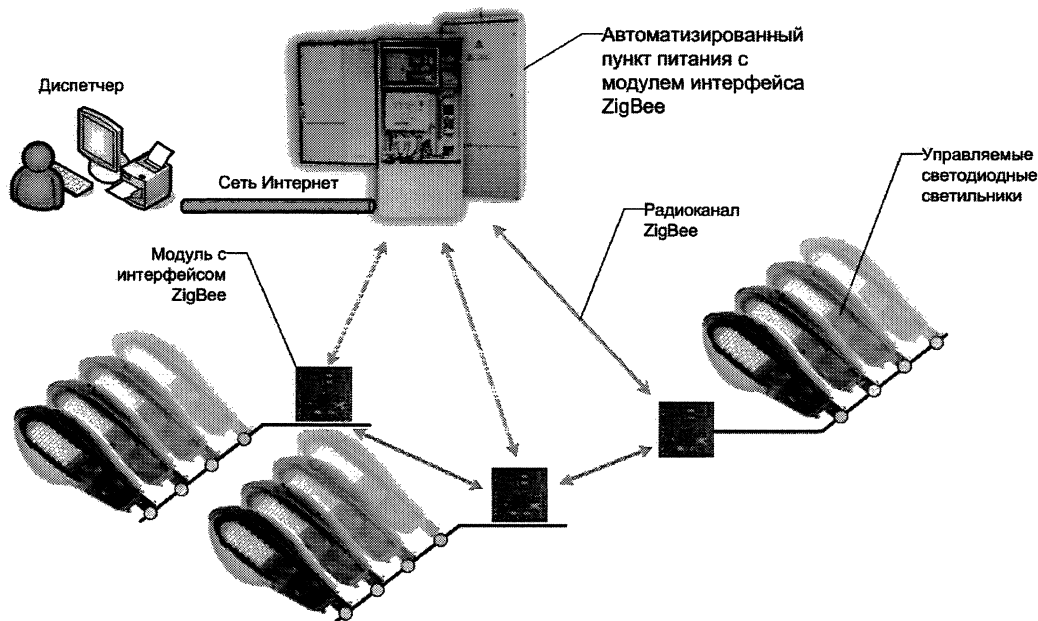
Управляющие модули устанавливаются на корпусе светильников или в непосредственной близости от них. Связь с центральным контроллером осуществляется по радиоканалу ZigBee, что автоматически обеспечивает гальваническую изоляцию между модулями. При этом длина кабельных линий минимальна. Другим немаловажным преимуществом распределенной системы является высокая живучесть, так как при выходе из строя одного из управляющих модулей возможно использование резервных маршрутов. При подобной организации системы центральный процессор может обладать меньшими вычислительными мощностями, а следовательно, быть доступнее, дешевле и иметь меньшие массогабаритные размеры (рис. 3).

Одним из основных преимуществ стандарта ZigBee является простота установки и обслуживания подобных систем. Особенности спецификации ZigBee позволяют с легкостью развертывать беспроводные персональные сети. Таким образом происходит объединение двух устройств в сеть либо привязка, например, мобильного пульта управления и отладки к определенному светильнику. В результате появляется возможность создания единой сети совместимых устройств от различных производителей.

Главным достоинством технологии ZigBee является цена. Стоимость готового модуля, базирующегося на стандарте 802.15.4/ZigBee, сейчас составляет около 40 \$ и будет постепенно снижаться в течение нескольких лет.

Таким образом, применение технологии ZigBee позволяет построить распределенную беспроводную сеть уличного освещения, обладающую рядом достоинств:

1) возможностью получения всех данных о процессе освещения, а именно: текущих значений



**Рис. 3. Структура распределенной системы автоматизированной системы управления уличным освещением**

потребления электроэнергии, уровня яркости, наработки светильника;

2) простотой установки, наладки и ремонта оборудования;

3) низкой стоимостью внедрения беспроводной сети.

#### **Выводы**

1. Перспективным направлением развития систем уличного освещения является применение распределенных автоматизированных систем, обеспечивающих диспетчерское управление, индивидуальное регулирование и контроль параметров светодиодных светильников. Решение данной задачи может основываться на использовании стандарта беспроводной связи ZigBee.

2. В статье рассмотрены принципы организации систем связи, а так же основные особенности технологии беспроводной связи стандарта ZigBee.

3. Предложена структура распределенной автоматизированной системы управления уличным освещением на основе модулей беспроводной связи стандарта ZigBee.

#### **Литература**

1. <http://ru.wikipedia.org/wiki/ZigBee>
2. <http://www.zigbee.org>
3. *Применение радиомодемов стандарта IEEE802.15.4 (ZigBee) в системах промышленной автоматизации.* Алексей Николаев, Владимир Чумычкин. – <http://www.compeljournal.ru>
4. *Особенности построения беспроводных сетей на базе технологии ZigBee.* Виктор Захарьев. – <http://www.compeljournal.ru>
5. *Реализация беспроводных сетей на основе технологии ZigBee стандарта 802.15.4.* Михаил Соколов, Олег Воробьев. – [http://www.compitech.ru/html.cgi/archiv/05\\_02/stat\\_160.htm](http://www.compitech.ru/html.cgi/archiv/05_02/stat_160.htm)

*Поступила в редакцию 28 декабря 2009 г.*

## ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

1. **Тематика.** В журнале публикуются статьи по следующим научным направлениям: управление в различных отраслях техники, а также в административной, коммерческой и финансовой сферах; математическое, алгоритмическое, программное и аппаратное обеспечение компьютерных технологий, в том числе компьютерных комплексов, систем и сетей; измерительные системы, приборостроение, радиоэлектроника и связь.

2. **Предоставляемый материал.** В редакцию предоставляются бумажная и электронная (документ Microsoft Word) версии статьи, экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати, информационный листок авторов, где на русском и английском языке указываются: Ф.И.О., место работы и должность для всех авторов, контактная информация ответственного за подготовку рукописи (рабочий и мобильный телефон, адрес для рассылки авторских экземпляров).

3. **Структура статьи.** Статья содержит УДК, название (не более 12–15 слов), список авторов, аннотацию (не более 300 знаков), список ключевых слов, введение, основной текст (структурированный по разделам), заключение (обсуждение результатов), литературу (в порядке цитирования, по ГОСТ 7.1–2003). В конце статьи следуют элементы на английском языке: название, аннотация, список ключевых слов. Бумажная версия статьи подписывается всеми авторами, в конце статьи ставится пометка, что авторы не возражают против размещения статьи в Интернет.

4. **Параметры набора.** Размеры полей: левое – 3 см, правое – 3 см, верхнее и нижнее – по 3 см. Текст статьи набирать шрифтом Times New Roman размером 10 пт. Выравнивание абзацев – по ширине. Отступ первой строки абзаца – 0,7 см. Междустрочный интервал – одинарный. Включить режим автоматического переноса слов. Все кавычки должны быть угловыми («»). Все символы «тире» должны быть среднего размера («–», а не «-»). Ключевые элементы статьи – шапка, заголовки разделов – следует выделять полужирным. Знак деления целой и десятичной части числа – запятая. Между числом и единицей измерения должен стоять неразрывный пробел (Ctrl + Shift + Пробел).

5. **Формулы.** Набираются в Microsoft Equation, либо MathType с отступом 0,7 см от левого края. Размер обычных символов – 10 пт, размеры индексов первого порядка – 71 %, индексов второго порядка – 58 %. Номер формулы размещается за пределами формулы, непосредственно после нее, в круглых скобках.

6. **Рисунки и таблицы.** Рисунки имеют разрешение не менее 300 dpi. Рисунки нумеруются и имеют названия (Рис. 1. Здесь следует название рисунка). Таблицы нумеруются и имеют названия (Таблица 1. Здесь следует название таблицы).

7. **Адрес редакции.** 454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, корп. 3б, 4 этаж – деканат ПС/КТУР-факультета, зам. отв. ред. д.т.н., проф. Л.С. Казаринову. Адрес электронной почты секретаря журнала: ezfm@yandex.ru

8. **Подробные требования к оформлению.** Полную версию требований к оформлению статей и пример оформления можно загрузить с сайта ЮУрГУ (<http://www.susu.ac.ru>), следуя ссылкой: «Научные исследования», «Издательская деятельность», «Вестник ЮУрГУ», «Серии».

9. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

## ВЕСТНИК ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 2(178) 2010

Серия  
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ,  
УПРАВЛЕНИЕ, РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»  
Выпуск 11

Редактор М.Н. Атауллина  
Компьютерная верстка С.В. Буновой

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

---

Подписано в печать 28.01.2010. Формат 60×84 1/8. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 11,16. Уч.-изд. л. 11,88. Тираж 500 экз. Заказ 17/42.

---

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.