

# ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО № 25 (97)  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА 2007

ISSN 1990-8504

СЕРИЯ

«МАШИНОСТРОЕНИЕ»

Выпуск 10

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНТИ. Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

*Редакционная коллегия:*

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ  
Тверской М.М. (*отв. редактор*), д.т.н., профессор Павлюк Ю.С.,  
д.т.н., профессор Прокопьев В.Н., д.т.н., профессор Рождественский Ю.В.,  
д.т.н., профессор Спиридонов Е.К., д.ф.-м.н., профессор Телегин А.И.,  
д.т.н., профессор Чернявский О.Ф., д.т.н., профессор Шеркунов В.Г.,  
к.т.н., доцент Смирнов В.А. (*отв. секретарь*)

## СОДЕРЖАНИЕ

### Расчет и конструирование

ТЕЛЕГИН А.И. Новые формулы для динамического силового анализа плоских рычажных механизмов .....	3
ТЕЛЕГИН А.И., ТИМОЩЕНКО М.В. Алгоритмы решения первой задачи динамики для плоских рычажных механизмов .....	12
ШАГИАХМЕТОВ А.И. Структурный синтез и анализ зубчато-рычажных механизмов периодического движения с некруглыми зубчатыми колесами .....	23
ДАДАЕВ С.Г. Оценка величин допусков параметров подшипника скольжения по дисперсии его несущей способности .....	31

## Содержание

---

СПИРИДОНОВ Е.К., ДУРАСОВ А.А. Характеристики нестационарной эжекции в жидкостном струйном насосе .....	35
КАМАЛТДИНОВ В.Г., АБЕЛИОВИЧ Е.В., ТЕРЕБОВ А.С. Моделирование процесса сгорания в ДВС с воспламенением гомогенного заряда от сжатия .....	44
ГУН В.С., МОРОЗОВА В.С., ШЕШУКОВ В.В. Оптимизация переходных процессов системы топливоподачи дизеля с электронным регулятором .....	48
ПОЖБЕЛКО В.И., МАЙБОРОДА С.С. Классификация возможных схем и обобщенная математическая модель планетарных смесителей вязких материалов .....	55
ПОЖБЕЛКО В.И., МАЙБОРОДА С.С. Критерии комплексной оценки проектирования планетарных смесителей вязких материалов .....	62
ДЕРЖАНСКИЙ В.Б., ТАРАТОРКИН И.А., РЫЛЕЕВ А.В., БУРАКОВ Е.А. Прогнозирование цикличности переключения передач трансмиссии гусеничных машин .....	66
ПОЗИН Б.М., ТРОЯНОВСКАЯ И.П., АПАНАСИК В.Г. Задачи пассивного поворота гусеничной машины (постановка, модель движения) .....	70
ВОЛЧЕНКО Т.С., КРЫЛОВ В.А., ШЕФЕР Л.А. Исследование модели дорожного воздействия .....	75
ВАУЛИН С.Д., КАРТАШЕВ А.Л., САФОНОВ Е.В., ШЕСТАКОВ А.Л. О разработке математической модели теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах .....	79
<b>Контроль и испытания</b>	
СПИРИДОНОВ Е.К., ПАНТЮХИН А.А. Экспериментальные исследования рабочего процесса кавитационного смесителя .....	89
ПРОКОПЬЕВ В.Н., КУДРИН А.И. Об использовании мотор-барабанов в стендах проверки тормозных систем автомобилей .....	98
БОГДАНОВ С.Н., ЛАВРИК А.Н., ТЕРЕБОВ А.С. Обеспечение фазовой стабильности этанольных топлив для автомобильных двигателей .....	102
<b>Технология</b>	
КОЗЛОВ А.В., ШЕРКУНОВ В.Г. Комплексное исследование свойств материала отводов гнутых, получаемых гибкой с раскатыванием .....	107
<b>Сведения об авторах</b> .....	112

# Расчет и конструирование

УДК 531.3

## НОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОГО СИЛОВОГО АНАЛИЗА ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

*А.И. Телегин*

Получены новые формулы вычисления сил и моментов сил, действующих в кинематических парах плоских рычажных механизмов (ПРМ) для заданных законов изменения обобщённых координат.

**Введение.** Материал статьи изложен так, что его можно изучать (пропуская доказательство утверждения 1) и применять на практике без изучения статей [1–3], продолжением которых является предлагаемая статья. В отличие от статей [1–3] здесь используется терминология теории механизмов и машин. Поэтому начнём с краткого обзора основных понятий и приведём используемые в дальнейшем сведения из механики машин [4].

Систему твёрдых тел (звеньев), образующих друг с другом подвижные соединения, называют механической системой (МС). Соединение двух соприкасающихся звеньев МС, допускающее их относительное движение, называется кинематической парой (КП). Как правило, одно из звеньев МС является неподвижным или принимается за неподвижное. Такое звено называется стойкой (станинной, опорой).

Если от любого звена МС до стойки имеется единственный путь (через звенья и их КП), то такую МС называют открытой. В противном случае МС имеет контуры, т. е. МС имеет звенья, от которых до стойки существует более одного пути. Число замкнутых контуров можно определить по формуле [4]  $n_0 = n_p - N$ , где  $n_p$  – число КП,  $N$  – число подвижных звеньев МС. Мысленно разорвав связи одной КП или разрезав одно звено каждого контура, можно получить открытую МС. При этом разорванные связи необходимо заменить главным вектором и моментом соответствующих сил реакций. Силы реакции в КП описывают взаимодействия между конструктивными элементами КП и распределены по поверхностям или по линиям соприкосновения этих элементов. Здесь же определяются только главный вектор и главный момент всех сил взаимодействия, возникающих в КП. Силовой анализ МС основан на решении первой задачи динамики и заключается в определении движущих сил и моментов сил, а также главных векторов и моментов сил реакций в КП (включая мысленно разорванные связи) для заданных и согласованных со связями законов движения звеньев. Силовой анализ необходим для выбора и расчёта приводов МС, а также расчёта элементов КП на прочность, надёжность и долговечность.

Если звенья КП могут только вращаться относительно друг друга вокруг одной оси, жёстко связанной с ними, то такая КП называется вращательной кинематической парой (ВКП). Если звенья КП могут двигаться только поступательно относительно друг друга вдоль одной оси, жёстко связанной с ними, то такая КП называется поступательной кинематической парой (ПКП). Указанную ось называют соответственно осью ВКП или ПКП. В ПРМ оси всех ВКП должны быть взаимно параллельны, а оси ПКП – перпендикулярны осям ВКП. ВКП часто называют шарниром. ПРМ, звенья которого образуют только шарниры, называют шарнирным механизмом.

**1. Векторный вид основных расчётных формул.** Звено с номером  $i$  и его массу обозначим через  $m_{0_i}$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ). Звено древовидного ПРМ (ДПРМ), т. е. после размыкания контуров, непосредственно следующее за  $m_{0_i}$  на пути к стойке (к звену  $m_{0_0}$ ), назовём базовым звеном (базой) для  $m_{0_i}$ . Базой для  $m_{0_i}$  является стойка. Все остальные звенья, связанные с  $m_{0_i}$ , назовём смежными звеньями для  $m_{0_i}$ . Звено ДПРМ, не имеющее смежных звеньев, является концевым. В звене  $m_{0_i}$  выберем полюс  $O_i$ . Через  $O_{0_i}$  обозначим точку, с которой совпадает  $O_i$  до начала дви-

## Расчет и конструирование

жения  $m_{0i}$  относительно своей базы. Точку  $O_{0i}$  назовём базовой точкой  $i$ -го звена и жестко свяжем её с базой  $i$ -го звена. Обозначим через  $m_j$  сумму массы  $j$ -го звена ДПРМ и всех его несомых звеньев. Если звенья  $m_{0j}, m_{0k}, \dots, m_{0l}$  являются смежными для  $m_{0i}$ , то мысленно поместив в их базовые точки  $O_{0j}, O_{0k}, \dots, O_{0l}$  массы  $m_j, m_k, \dots, m_l$  соответственно, получим  $i$ -е дополненное тело (ДТ). Обозначим через  $C_i$  центр масс  $i$ -го звена, а через  $C_{di}$  – центр масс  $i$ -го ДТ. Массу  $i$ -го ДТ можно вычислять по формулам  $m_i = m_{0i} + \sum_{j \neq i} m_j = \sum_{j \geq i} m_{0j}$ , где  $\sum_{j \geq i} m_{0j}$  – знак суммирования по номерам несомых звеньев для  $m_{0i}$ , включая  $i$ -е звено;  $\sum_{j \neq i} m_j$  – знак суммирования по

номерам смежных звеньев для  $m_{0i}$ . В дальнейшем используется знак суммирования  $\sum_j^{k-1} a_j$  по номерам несущей цепочки  $k$ -го звена и знак суммирования  $\sum_{j > i}^k a_j$  по номерам звеньев, несомых  $i$ -м звеном.

Пусть плоскость  $P$  (плоскость движения ПРМ), параллельно которой перемещаются звенья ПРМ, является положительно ориентированной, причем орт  $\bar{k}$  системы отсчёта  $O_i \bar{j} \bar{k}$  перпендикулярен этой плоскости, является ортом осей ВКП и направлен в сторону наблюдателя (исследователя). Полюс  $O_i$  звена  $m_{0i}$  выберем в плоскости, проходящей через  $C_{di}$  параллельно плоскости  $P$ . С  $m_{0i}$  жестко свяжем правую систему координат (СК)  $O_i \bar{i}_i \bar{j}_i \bar{k}$ .

Если  $i$ -е звено образует со своей базой ВКП, то  $O_i$  разместим на её оси и (при  $O_i \neq C_{di}$ ) орт  $\bar{i}_i$  направим от  $O_i$  к  $C_{di}$ . Обозначим  $d_i = O_i C_{di} \geq 0$ . Для ВКП  $O_{0i} = O_i$ . Если  $O_i = C_{di}$ , то  $\bar{i}_i$  направим вдоль  $\bar{i}_{i-1}$  до начала относительного вращения  $m_{0i}$  ( $\bar{i}_0 = \bar{i}$ ).

Если  $i$ -е звено образует со своей базой ПКП, то  $O_i$  совместим с  $C_{di}$  и орт  $\bar{i}_i$  направим вдоль оси этой ПКП в положительную сторону поступательного перемещения  $i$ -го звена относительно своей базы. Координату  $x_i$  точки  $C_{di}$  на оси  $O_{0i} \bar{i}_i$  примем за параметр, определяющий положение  $i$ -го звена относительно своей базы.

Введём следующие обозначения:

$$x_{di} = \begin{cases} d_i & \text{если } i\text{-е звено образует со своей базой вращательную пару,} \\ x_i & \text{если } i\text{-е звено образует со своей базой поступательную пару;} \end{cases}$$

$\alpha_{ik}$  – угол, откладываемый от  $\bar{i}_i$  до  $\bar{i}_k$ ;  $s_{ik} = \sin \alpha_{ik}$ ;  $c_{ik} = \cos \alpha_{ik}$ ;  $\alpha_i$  – абсолютный угол поворота  $i$ -го звена, откладываемый от  $\bar{i}$  до  $\bar{i}_i$ ;  $\bar{R}_j = \overline{O_{0j-1} O_{0j}}$  – радиус-вектор с началом в базовой точке базы  $j$ -го звена и с концом в базовой точке  $j$ -го звена;  $R_j^x, R_j^y, R_j^z$  – проекции  $\bar{R}_j$  на оси  $O_{0j-1} \bar{i}_{j-1}, O_{0j-1} \bar{j}_{j-1}, O_{0j-1} \bar{k}$  соответственно;  $R_j^{xy}$  – проекция  $\bar{R}_j$  на плоскость  $O_{0j-1} \bar{i}_{j-1} \bar{j}_{j-1}$ ;  $\bar{g}$  – ускорение свободного падения;  $I_k$  – тензор инерции  $k$ -го ДТ относительно точки  $O_{0k}$ .

**Утверждение 1.** Искомые относительные силовые факторы  $k$ -го звена ПРМ, т. е. сила  $\bar{F}_k$  и момент силы  $\bar{M}_k$  (относительно точки  $O_{0k}$ ), действующие на  $k$ -е звено со стороны его базы, а также главный вектор  $\bar{F}_r$  и момент  $\bar{M}_r$  (относительно точки  $O_{0i}$ ) сил реакций, действующих на  $i$ -е звено со стороны мысленно разорванных связей (при размыкании контуров), удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{cases} \bar{F}_k + \sum_{i \geq k} \bar{F}_{ri} = \bar{F}_{qk} - \sum_{i \geq k} \bar{F}_{bi}, & (1) \\ \bar{M}_k - \sum_{j,k} \bar{M}_j + \bar{M}_{rk} + \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} \bar{F}_{ri} = \bar{M}_{qk} - \bar{M}_{bk} - \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} \bar{F}_{bi}, & k = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\bar{F}_{bi}$ ,  $\bar{M}_{bi}$  – заданные главный вектор и момент (относительно точки  $O_{0i}$ ) сил, действующих на  $i$ -е звено;

$$\begin{aligned} \bar{F}_{qk} = m_k \sum_i^{k-1} [(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \ddot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (R_{i+1}^x \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \\ + \sum_{i \geq k} m_i [(\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{j}_i] - m_k \bar{g}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_{qk} = m_k x_{dk} \sum_i^{k-1} (-s_{ik} \ddot{x}_i + R_{i+1}^{xy} s_{yik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2c_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + R_{i+1}^{xy} s_{xik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) \bar{k} + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k \bar{k} + \\ + \dot{\alpha}_k I_k \cdot \bar{k} + \dot{\alpha}_k^2 \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} - \sum_{j,k} R_j^z \sum_{i \geq j} m_i [(x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{i}_i - (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \\ + \sum_{j,k} R_j^{xy} \sum_{i \geq j} m_i [s_{xki}^j (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) + s_{yki}^j (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] \bar{k} - m_k x_{dk} \bar{i}_k \times \bar{g}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$s_{xik}^j = \sin(\alpha_{ik} + \varphi_{xy}), \quad s_{yik}^j = \sin(\alpha_{ik} + \varphi_{yx}), \quad (5)$$

$$\varphi_{xy} = \begin{cases} \arccos(R_j^x / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^y \leq 0, \\ -\arccos(R_j^x / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^y > 0, \end{cases} \quad \varphi_{yx} = \begin{cases} \arccos(R_j^y / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^x \geq 0, \\ -\arccos(R_j^y / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^x < 0. \end{cases}$$

**Доказательство.** В доказательстве утверждения 1 статьи [1] через  $\bar{F}_{ri}$ ,  $\bar{M}_{ri}$  обозначены главный вектор и момент (относительно точки  $O_{0i}$ ) сил реакций в  $i$ -й КП и внешних сил, действующих на  $i$ -е звено. Выделим из  $\bar{F}_{ri}$ ,  $\bar{M}_{ri}$  главный вектор и момент (относительно точки  $O_{0i}$ ) внешних и других заданных сил, действующих на  $i$ -е звено, и обозначим их через  $\bar{F}_{bi}$ ,  $\bar{M}_{bi}$ . Тогда из уравнений утверждения 1 статьи [3] получим формулу (1), где

$$\bar{F}_{qk} = m_k \bar{W}_{ok} + \bar{F}_{ok} - m_k \bar{g},$$

$$\bar{W}_{ok} = \sum_i^{k-1} [\bar{W}_{ri} + 2\bar{\omega}_i \times \bar{V}_{ri} + \bar{\varepsilon}_i \times \bar{R}_{i+1} + \bar{\omega}_i \times (\bar{\omega}_i \times \bar{R}_{i+1})], \quad (6)$$

$$\bar{F}_{ok} = \sum_{i \geq k} [m_i (\bar{W}_{ri} + 2\bar{\omega}_i \times \bar{V}_{ri}) + \bar{\varepsilon}_i \times \bar{m}_i + \bar{\omega}_i \times (\bar{\omega}_i \times \bar{m}_i)], \quad (7)$$

$\bar{V}_{ri}$ ,  $\bar{W}_{ri}$  – скорость и ускорение полюса  $i$ -го звена (точки  $O_i$ ) относительно своей базовой точки  $O_{0i}$ ;  $\bar{\omega}_i$ ,  $\bar{\varepsilon}_i$  – абсолютные угловые скорость и ускорение  $i$ -го звена;  $\bar{m}_i = m_i \overline{O_{0i} C_{di}}$  – статический момент  $i$ -го ДТ относительно точки  $O_{0i}$ . Учитывая способ введения СК  $O_i \bar{i}_i \bar{j}_i \bar{k}$  для  $i$ -й ПКП, получим  $\bar{V}_{ri} = \dot{x}_i \bar{i}_i$ ,  $\bar{W}_{ri} = \ddot{x}_i \bar{i}_i$ , для  $i$ -й ВКП получим  $\bar{\omega}_i = \dot{\alpha}_i \bar{k}$ ,  $\bar{\varepsilon}_i = \ddot{\alpha}_i \bar{k}$ . По определению  $\bar{m}_i = m_i \overline{O_{0i} C_{di}} = m_i x_{di} \bar{i}_i$ ,  $\bar{R}_{i+1} = R_{i+1}^x \bar{i}_i + R_{i+1}^y \bar{j}_i + R_{i+1}^z \bar{k}$  (заметим, что проекции  $R_{i+1}^x, R_{i+1}^y, R_{i+1}^z$  вектора  $\bar{R}_{i+1}$  на оси СК  $O_{0i} \bar{i}_i \bar{j}_i \bar{k}$  совпадают с проекциями этого вектора на оси СК  $O_i \bar{i}_i \bar{j}_i \bar{k}$ ). Подставим выражения для  $\bar{V}_{ri}$ ,  $\bar{W}_{ri}$ ,  $\bar{\omega}_i$ ,  $\bar{\varepsilon}_i$ ,  $\bar{m}_i$ ,  $\bar{R}_{i+1}$  в (6), (7) и выполним векторные умножения орт с учётом равенств  $\bar{k} \times \bar{i}_i = \bar{j}_i$ ,  $\bar{k} \times \bar{j}_i = -\bar{i}_i$ ,  $\bar{k} \times \bar{k} = 0$ . Получим

$$\begin{aligned} \bar{W}_{ok} = \sum_i^{k-1} \{ \ddot{x}_i \bar{i}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \bar{k} \times \bar{i}_i + \ddot{\alpha}_i \bar{k} \times (R_{i+1}^x \bar{i}_i + R_{i+1}^y \bar{j}_i + R_{i+1}^z \bar{k}) + \dot{\alpha}_i^2 \bar{k} \times [\bar{k} \times (R_{i+1}^x \bar{i}_i + R_{i+1}^y \bar{j}_i + R_{i+1}^z \bar{k})] \} = \\ = \sum_i^{k-1} [\ddot{x}_i \bar{i}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \bar{j}_i + \ddot{\alpha}_i (R_{i+1}^x \bar{j}_i - R_{i+1}^y \bar{i}_i) - \dot{\alpha}_i^2 (R_{i+1}^x \bar{i}_i + R_{i+1}^y \bar{j}_i)], \end{aligned}$$

$$\bar{F}_{ok} = \sum_{i \geq k} m_i [\ddot{x}_i \bar{i}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \bar{k} \times \bar{i}_i + x_{di} \ddot{\alpha}_i \bar{k} \times \bar{i}_i + x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \bar{k} \times (\bar{k} \times \bar{i}_i)] =$$

## Расчет и конструирование

$$= \sum_{i \geq k} m_i (\ddot{x}_i \bar{i}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \bar{j}_i + x_{di} \ddot{\alpha}_i \bar{j}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \bar{i}_i).$$

Отсюда после приведения подобных при  $\bar{i}_i$  и  $\bar{j}_i$  получим искомую формулу (3) для  $\bar{F}_{qk} = m_k \bar{W}_{ok} + \bar{F}_{ok} - m_k \bar{g}$ .

Из уравнений утверждения 1 статьи [3] получим формулу (2), где

$$\bar{M}_{qk} = \bar{m}_k \times (\bar{W}_{ok} + \bar{W}_{rk} + 2\bar{\omega}_k \times \bar{V}_{rk}) + I_k \cdot \bar{\varepsilon}_k + \bar{\omega}_k \times I_k \cdot \bar{\omega}_k + \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \bar{F}_{oj} - \bar{m}_k \times \bar{g}, \quad (8)$$

$$I_k = I_{ck} + m_{0k} (r_k^2 E - \bar{r}_k \bar{r}_k) + \sum_{j,k} m_j (R_j^2 E - \bar{R}_j \bar{R}_j) \quad (9)$$

– тензор инерции  $k$ -го ДТ относительно точки  $O_{0k}$ ,  $I_{ck}$  – тензор инерции  $k$ -го звена относительно точки  $C_k$ ,  $\bar{r}_k = \overline{O_{0k}C_k}$ . Подставляя в формулу (8) найденные выражения для  $\bar{W}_{ok}$ ,  $\bar{F}_{oj}$ , а также выражения для векторов  $\bar{V}_{rk}$ ,  $\bar{W}_{rk}$ ,  $\bar{\omega}_k$ ,  $\bar{\varepsilon}_k$ ,  $\bar{m}_k$ ,  $\bar{R}_j$ , получим

$$\begin{aligned} \bar{M}_{qk} = & m_k x_{dk} \bar{i}_k \times \sum_i^{k-1} [(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \ddot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \\ & + m_k x_{dk} \bar{i}_k \times (\ddot{x}_k \bar{i}_k + 2\dot{x}_k \dot{\alpha}_k \bar{k} \times \bar{i}_k) + \ddot{\alpha}_k I_k \cdot \bar{k} + \dot{\alpha}_k^2 \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} - m_k x_{dk} \bar{i}_k \times \bar{g} + \\ & + \sum_{j,k} (R_j^x \bar{i}_k + R_j^y \bar{j}_k + R_j^z \bar{k}) \times \sum_{i \geq j} m_i [(\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{j}_i]. \end{aligned} \quad (10)$$

Для  $i < k$  разложим орт  $\bar{i}_k$  по ортам  $\bar{i}_i, \bar{j}_i$ . Получим  $\bar{i}_k = c_{ik} \bar{i}_i + s_{ik} \bar{j}_i$ , где  $c_{ik} = \cos \alpha_{ik}$ ,  $s_{ik} = \sin \alpha_{ik}$ ,  $\alpha_{ik}$  – угол от  $\bar{i}_i$  до  $\bar{i}_k$ . Тогда  $\bar{i}_k \times \bar{i}_i = (c_{ik} \bar{i}_i + s_{ik} \bar{j}_i) \times \bar{i}_i = -s_{ik} \bar{k}$ ,  $\bar{i}_k \times \bar{j}_i = c_{ik} \bar{k}$ . Следовательно, с учётом произведений  $\bar{k} \times \bar{i}_i = \bar{j}_i$ ,  $\bar{k} \times \bar{j}_i = -\bar{i}_i$  из (10) получим

$$\begin{aligned} \bar{M}_{qk} = & -m_k x_{dk} \sum_i^{k-1} [(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) s_{ik} - (R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) c_{ik}] \bar{k} + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k \bar{k} + \\ & + \ddot{\alpha}_k I_k \cdot \bar{k} + \dot{\alpha}_k^2 \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} - m_k x_{dk} \bar{i}_k \times \bar{g} - \sum_{j,k} R_j^z \sum_{i \geq j} m_i [(x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{i}_i - (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \\ & + \sum_{j,k} \sum_{i \geq j} m_i [(\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) (R_j^x \bar{i}_k \times \bar{i}_i + R_j^y \bar{j}_k \times \bar{i}_i) + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) (R_j^x \bar{i}_k \times \bar{j}_i + R_j^y \bar{j}_k \times \bar{j}_i)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Для  $i \geq k$  разложим орты  $\bar{i}_i, \bar{j}_i$  по ортам  $\bar{i}_k, \bar{j}_k$ . Получим  $\bar{i}_i = c_{ki} \bar{i}_k + s_{ki} \bar{j}_k$ ,  $\bar{j}_i = -s_{ki} \bar{i}_k + c_{ki} \bar{j}_k$ . Тогда  $\bar{i}_k \times \bar{i}_i = \bar{i}_k \times (c_{ki} \bar{i}_k + s_{ki} \bar{j}_k) = s_{ki} \bar{k}$ ,  $\bar{j}_k \times \bar{i}_i = -c_{ki} \bar{k}$ ,  $\bar{i}_k \times \bar{j}_i = \bar{i}_k \times (-s_{ki} \bar{i}_k + c_{ki} \bar{j}_k) = c_{ki} \bar{k}$ ,  $\bar{j}_k \times \bar{j}_i = s_{ki} \bar{k}$ . Подставив эти векторные произведения в (11) и учитывая обозначения  $A_{ki}^j = R_j^x c_{ki} + R_j^y s_{ki}$ ,  $B_{ki}^j = R_j^x s_{ki} - R_j^y c_{ki}$ , получим

$$\begin{aligned} \bar{M}_{qk} = & m_k x_{dk} \sum_i^{k-1} (-s_{ik} \ddot{x}_i + A_{ik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2c_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + B_{ik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) \bar{k} + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k \bar{k} + \\ & + \ddot{\alpha}_k I_k \cdot \bar{k} + \dot{\alpha}_k^2 \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} - m_k x_{dk} \bar{i}_k \times \bar{g} - \sum_{j,k} R_j^z \sum_{i \geq j} m_i [(x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{i}_i - (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \\ & + \sum_{j,k} \sum_{i \geq j} m_i [B_{ki}^j (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) + A_{ki}^j (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] \bar{k}. \end{aligned}$$

Используем известную формулу  $a \sin(q) + b \cos(q) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(q + \varphi)$ , где  $\varphi = \arccos(a/\sqrt{a^2 + b^2})$  при  $b \geq 0$  и  $\varphi = -\arccos(a/\sqrt{a^2 + b^2})$  при  $b < 0$ . Тогда с учётом равенства  $(R_j^x)^2 + (R_j^y)^2 = (R_j^{xy})^2$  получим

$$A_{ki}^j = R_j^x c_{ki} + R_j^y s_{ki} = R_j^{xy} \sin(\alpha_{ki} + \varphi_{yj}) = R_j^{xy} s_{yki}^j, \quad B_{ki}^j = R_j^x s_{ki} - R_j^y c_{ki} = R_j^{xy} \sin(\alpha_{ki} + \varphi_{yj}) = s_{xki}^j,$$

что с учётом обозначений (5) завершает доказательство формулы (4). Утверждение доказано.

*Замечание 1.* В утверждении 1 векторы  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  описывают инерционные силы, которые зависят от скоростей и ускорений движения звеньев. Можно рассматривать проекции этих векторов на оси СК любого звена, включая стойку.

## 2. Формулы вычисления проекций инерционных сил на оси СК звеньев.

В утверждении 1  $\bar{F}_k$  – сила в  $k$ -ой КП,  $\bar{M}_k$  – момент силы в  $k$ -ой КП.  $\bar{F}_k$  содержит для  $k$ -й ПКП две проекции динамической реакции и одну движущую силу  $F_k$ .  $\bar{M}_k = M_k(\bar{F}_k)$  содержит для  $k$ -й ВКП две проекции момента реакции и движущий момент силы  $M_k$ . Движущую силу вычисляют по формуле  $F_k = \bar{i}_k \cdot \bar{F}_k$ . Движущий момента силы вычисляют по формуле  $M_k = \bar{k} \cdot \bar{M}_k$ . Поэтому для перехода от векторных соотношений утверждения 1 к скалярным соотношениям удобно рассматривать проекции векторов утверждения 1 на оси СК  $k$ -го звена и использовать

*Утверждение 2.* Проекция векторов  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  на оси  $O_{ok}\bar{i}_k$ ,  $O_{ok}\bar{j}_k$ ,  $O_{ok}\bar{k}$  СК  $k$ -го звена вычисляются по формулам

$$F_{qk}^x = m_k \sum_i^{k-1} \left( c_{ik} \ddot{x}_i + R_{i+1}^{xy} s_{xik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2s_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^{xy} s_{yik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2 \right) + m_k \left( \ddot{x}_k - x_{dk} \dot{\alpha}_k^2 \right) + \sum_{i>k} m_i \left[ c_{ki} \left( \ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \right) - s_{ki} \left( x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \right) \right] - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g}, \quad (12)$$

$$F_{qk}^y = m_k \sum_i^{k-1} \left( -s_{ik} \ddot{x}_i + R_{i+1}^{xy} s_{yik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2c_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + R_{i+1}^{xy} s_{xik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2 \right) + m_k \left( x_{dk} \ddot{\alpha}_k + 2\dot{x}_k \dot{\alpha}_k \right) + \sum_{i>k} m_i \left[ s_{ki} \left( \ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \right) + c_{ki} \left( x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \right) \right] - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (13)$$

$$F_{qk}^z = -m_k \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (14)$$

$$M_{qk}^x = -I_k^{xz} \ddot{\alpha}_k + I_k^{yz} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{j,k} R_j^z \sum_{i \geq j} m_i \left[ s_{ki} \left( \ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \right) + c_{ki} \left( x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \right) \right], \quad (15)$$

$$M_{qk}^y = -I_k^{yz} \ddot{\alpha}_k - I_k^{xz} \dot{\alpha}_k^2 + \sum_{j,k} R_j^z \sum_{i \geq j} m_i \left[ c_{ki} \left( \ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \right) - s_{ki} \left( x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \right) \right] + m_k x_{dk} \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (16)$$

$$M_{qk}^z = m_k x_{dk} \sum_i^{k-1} \left( -s_{ik} \ddot{x}_i + R_{i+1}^{xy} s_{yik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2c_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + R_{i+1}^{xy} s_{xik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2 \right) + I_k^z \ddot{\alpha}_k + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k + \sum_{j,k} R_j^{xy} \sum_{i \geq j} m_i \left[ s_{xki}^j \left( \ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2 \right) + s_{yki}^j \left( x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i \right) \right] - m_k x_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (17)$$

$$\text{где } I_k^{xz} = I_{ck}^{xz} + m_{0k} h_k \left( x_{dk} + a_k \right) + \sum_{j,k} m_j R_j^x R_j^z, \quad (18)$$

$$I_k^{yz} = I_{ck}^{yz} + m_{0k} b_k h_k + \sum_{j,k} m_j R_j^y R_j^z, \quad (19)$$

$$I_k^z = I_{ck}^z + m_{0k} \left[ \left( x_{dk} + a_k \right)^2 + b_k^2 \right] + \sum_{j,k} m_j \left( R_j^{xy} \right)^2, \quad (20)$$

$a_k, b_k, h_k$  – проекции радиус-вектора  $\overline{C_{dk}C_k}$  на орты  $\bar{i}_k, \bar{j}_k, \bar{k}$ ;  $I_{ck}^{xz}, I_{ck}^{yz}, I_{ck}^z$  – элементы тензора инерции  $k$ -го звена в СК  $C_k \bar{i}_k \bar{j}_k \bar{k}$ ,  $I_k^z$  – момент инерции  $k$ -го ДТ относительно оси  $O_{0k} \bar{k}$ .

*Доказательство.* Умножим вектор (3) скалярно на орты  $\bar{i}_k, \bar{j}_k$ . С учётом равенств  $\bar{i}_i \cdot \bar{i}_k = \cos \alpha_{ik} = c_{ik}, \bar{j}_i \cdot \bar{i}_k = \cos(\alpha_{ik} - \pi/2) = \sin \alpha_{ik} = s_{ik}, \bar{i}_i \cdot \bar{j}_k = \cos(\alpha_{ik} + \pi/2) = -s_{ik}, \bar{j}_i \cdot \bar{j}_k = c_{ik}$ , для  $i < k$  и равенств

$\bar{i}_k \cdot \bar{i}_i = \cos \alpha_{ki} = c_{ki}, \bar{i}_k \cdot \bar{j}_i = \cos(\alpha_{ki} + \pi/2) = -\sin \alpha_{ki} = -s_{ki}, \bar{j}_k \cdot \bar{i}_i = \cos(\alpha_{ki} - \pi/2) = \sin \alpha_{ki} = s_{ki}, \bar{j}_k \cdot \bar{j}_i = c_{ki}$ , для  $i > k$ , получим

$$F_{qk}^x = m_k \sum_i^{k-1} \left[ \left( \ddot{x}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2 \right) c_{ik} + \left( R_{i+1}^x \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2 \right) s_{ik} \right] +$$

$$F_{qk}^y = m_k \sum_i^{k-1} \left[ -(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \ddot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) s_{ik} + (R_{i+1}^x \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) c_{ik} \right] + \sum_{i \geq k} m_i \left[ (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) c_{ki} - (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) s_{ki} \right] - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g},$$

$$+ \sum_{i \geq k} m_i \left[ (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) s_{ki} + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) c_{ki} \right] - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}.$$

Преобразуем первые суммы этих выражений к виду

$$F_{qk}^x = m_k \sum_i^{k-1} \left[ c_{ik} \ddot{x}_i + (R_{i+1}^x s_{ik} - R_{i+1}^y c_{ik}) \ddot{\alpha}_i + 2s_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i - (R_{i+1}^x c_{ik} + R_{i+1}^y s_{ik}) \dot{\alpha}_i^2 \right] + \dots,$$

$$F_{qk}^y = m_k \sum_i^{k-1} \left[ -s_{ik} \ddot{x}_i + (R_{i+1}^x c_{ik} + R_{i+1}^y s_{ik}) \ddot{\alpha}_i + 2c_{ik} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + (R_{i+1}^x s_{ik} - R_{i+1}^y c_{ik}) \dot{\alpha}_i^2 \right] + \dots.$$

Теперь, используя обозначения  $R_j^x s_{ki} - R_j^y c_{ki} = R_j^{xy} s_{xki}^j$ ,  $R_j^x c_{ki} + R_j^y s_{ki} = R_j^{xy} s_{yki}^j$ , получим иско-  
мые выражения (12), (13). Здесь и в дальнейшем учитывается, что  $c_{kk} = 1$ ,  $s_{kk} = 0$ . Уравнение (14)  
получается после скалярного умножения вектора (3) на орт  $\bar{k}$ .

Умножим вектор (4) скалярно на орт  $\bar{i}_k$ . С учётом равенств  $\bar{i}_k \cdot \bar{k} = 0$ ,  $\bar{i}_k \cdot I_k \cdot \bar{k} = -I_k^{xz}$ ,  
 $\bar{i}_k \cdot \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} = -\bar{j}_k \cdot I_k \cdot \bar{k} = I_k^{yz}$ ,  $\bar{i}_k \cdot \bar{i}_k \times \bar{g} = 0$ ,  $\bar{i}_k \cdot \bar{i}_i = c_{ki}$ ,  $\bar{i}_k \cdot \bar{j}_i = -s_{ki}$  получим формулу (15).

Умножим вектор (4) скалярно на орт  $\bar{j}_k$ . С учётом равенств  $\bar{j}_k \cdot \bar{k} = 0$ ,  $\bar{j}_k \cdot I_k \cdot \bar{k} = -I_k^{yz}$ ,  
 $\bar{j}_k \cdot \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} = \bar{i}_k \cdot I_k \cdot \bar{k} = -I_k^{xz}$ ,  $\bar{j}_k \cdot \bar{i}_k \times \bar{g} = -\bar{k} \cdot \bar{g}$ ,  $\bar{j}_k \cdot \bar{i}_i = s_{ki}$ ,  $\bar{j}_k \cdot \bar{j}_i = c_{ki}$  получим формулу (16).

Умножим вектор (4) скалярно на орт  $\bar{k}$ . С учётом равенств  $\bar{k} \cdot \bar{k} = 1$ ,  $\bar{k} \cdot I_k \cdot \bar{k} = I_k^z$ ,  
 $\bar{k} \cdot \bar{k} \times I_k \cdot \bar{k} = 0$ ,  $\bar{k} \cdot \bar{i}_k \times \bar{g} = \bar{j}_k \cdot \bar{g}$ ,  $\bar{k} \cdot \bar{i}_i = \bar{k} \cdot \bar{j}_i = 0$  получим искомое выражение (17).

Пусть  $a_k, b_k, h_k$  – проекции радиус-вектора  $\overline{C_{dk}C_k}$  на орты  $\bar{i}_k, \bar{j}_k, \bar{k}$ . Тогда

$$\bar{r}_k = \overline{O_{0k}C_k} = \overline{O_{0k}C_{dk}} + \overline{C_{dk}C_k} = x_{dk} \bar{i}_k + a_k \bar{i}_k + b_k \bar{j}_k + h_k \bar{k} = x_{ak} \bar{i}_k + b_k \bar{j}_k + h_k \bar{k},$$

где  $x_{ak} = x_{dk} + a_k$ . Следовательно,  $r_k^2 = x_{ak}^2 + b_k^2 + h_k^2$ ,  $R_j^2 = (R_j^x)^2 + (R_j^y)^2 + (R_j^z)^2$  и по правилу диад-  
ного произведения 2-х трёхмерных векторов [8] получим

$$\bar{r}_k \bar{r}_k = \begin{pmatrix} x_{ak}^2 & x_{ak} b_k & x_{ak} h_k \\ b_k x_{ak} & b_k^2 & b_k h_k \\ h_k x_{ak} & h_k b_k & h_k^2 \end{pmatrix}, \quad \bar{R}_j \bar{R}_j = \begin{pmatrix} R_j^{x^2} & R_j^x R_j^y & R_j^x R_j^z \\ R_j^y R_j^x & R_j^{y^2} & R_j^y R_j^z \\ R_j^z R_j^x & R_j^z R_j^y & R_j^{z^2} \end{pmatrix}.$$

Подставляя всё это в (9), получим

$$I_k = I_{ck} + m_{0k} \begin{pmatrix} b_k^2 + h_k^2 & -x_{ak} b_k & -x_{ak} h_k \\ -b_k x_{ak} & x_{ak}^2 + h_k^2 & -b_k h_k \\ -h_k x_{ak} & -h_k b_k & x_{ak}^2 + b_k^2 \end{pmatrix} + \sum_{j,k} m_j \begin{pmatrix} R_j^{y^2} + R_j^{z^2} & -R_j^x R_j^y & -R_j^x R_j^z \\ -R_j^y R_j^x & R_j^{x^2} + R_j^{z^2} & -R_j^y R_j^z \\ -R_j^z R_j^x & -R_j^z R_j^y & R_j^{x^2} + R_j^{y^2} \end{pmatrix}.$$

Следовательно,  $-I_k^{xz} = -I_{ck}^{xz} - m_{0k} h_k x_{ak} - \sum_{j,k} m_j R_j^x R_j^z$ ,  $-I_k^{yz} = -I_{ck}^{yz} - m_{0k} h_k b_k - \sum_{j,k} m_j R_j^y R_j^z$ ,

$I_k^z = I_{ck}^z + m_{0k} (x_{ak}^2 + b_k^2) + \sum_{j,k} m_j (R_j^x R_j^x + R_j^y R_j^y)$ . Отсюда получим искомые формулы (18)–(20). Ум-  
верждение доказано.

**3. Частные формулы вычисления проекций инерционных сил.** Для шарнирного меха-  
низма (ШМ)  $x_{di} = d_i$ ,  $\bar{V}_{ri} = 0$ ,  $\bar{W}_{ri} = 0$ . Поэтому из (12)–(20) получим

*Следствие 1.* Проекции векторов  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  на оси СК  $k$ -го звена ШМ вычисляются по фор-  
мулам

$$F_{qk}^x = m_k \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{sik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i - s_{yik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{i > k} m_{di} (s_{ki} \ddot{\alpha}_i + c_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g}, \quad (21)$$



$$F_{qk}^y = m_k \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{yik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + s_{xik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + m_{dk} \ddot{\alpha}_k + \sum_{i>k} m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (22)$$

$$F_{qk}^z = -m_k \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (23)$$

$$M_{qk}^x = -I_k^{xz} \ddot{\alpha}_k + I_k^{yz} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{J,k} R_J^z \sum_{i \geq J} m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2), \quad (24)$$

$$M_{qk}^y = -I_k^{yz} \ddot{\alpha}_k - I_k^{xz} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{J,k} R_J^z \sum_{i \geq J} m_{di} (s_{ki} \ddot{\alpha}_i + c_{ki} \dot{\alpha}_i^2) + m_k x_{dk} \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (25)$$

$$M_{qk}^z = m_{dk} \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{yik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i + s_{xik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + I_k^z \ddot{\alpha}_k + \sum_{J,k} R_J^{xy} \sum_{i \geq J} m_{di} (s_{yki}^J \ddot{\alpha}_i - s_{xki}^J \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (26)$$

где  $m_{di} = m_i d_i$ .

*Замечание 2.* Если для всех  $j$  звено  $m_{0j-1}$  имеет только одно смежное звено  $m_{0j}$  и центр масс  $C_{dj-1}$  лежит на оси  $O_{0j-1}O_{0j}$ , то  $\bar{R}_j = O_{0j-1}O_{0j} \bar{j}_{j-1}$  и  $R_j^y = R_j^z = 0$ ,  $R_j^x = R_j^{xy} = R_j > 0$ . Следовательно,

$$s_{xik}^J = \sin[\alpha_{ik} + \arccos(R_j / R_j)] = \sin(\alpha_{ik}) = s_{ik},$$

$$s_{yik}^J = \sin[\alpha_{ik} + \arccos(0 / R_j)] = \sin(\alpha_{ik} + \pi/2) = \cos(\alpha_{ik}) = c_{ik}.$$

Учитывая замечание 2 и равенства  $s_{kk} = 0$ ,  $c_{kk} = 1$  из утверждения 2, получим

*Следствие 2.* Для ПРМ, все звенья которого удовлетворяют замечанию 2, проекции векторов  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  на оси  $O_{ok} \bar{i}_k$ ,  $O_{ok} \bar{j}_k$ ,  $O_{ok} \bar{k}$  СК  $k$ -го звена вычисляются по формулам

$$F_{qk}^x = m_k \sum_{i=1}^{k-1} [c_{ik} (\ddot{x}_i - R_{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + s_{ik} (R_{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] + m_k (\ddot{x}_k - x_{dk} \dot{\alpha}_k^2) + \sum_{i=k+1}^N m_i [c_{ki} (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) - s_{ki} (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g}, \quad (27)$$

$$F_{qk}^y = F_{ak}^y + m_k (x_{dk} \ddot{\alpha}_k + 2\dot{x}_k \dot{\alpha}_k) + F_{bk}^y, \quad (28)$$

$$F_{qk}^z = -m_k \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad M_{qk}^x = -I_{ck}^{xz} \ddot{\alpha}_k + I_{ck}^{yz} \dot{\alpha}_k^2, \quad M_{qk}^y = -I_{ck}^{yz} \ddot{\alpha}_k - I_{ck}^{xz} \dot{\alpha}_k^2 + m_k x_{dk} \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (29)$$

$$M_{qk}^z = x_{dk} F_{ak}^y + I_k^z \ddot{\alpha}_k + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k + R_{k+1} F_{bk}^y, \quad (30)$$

где  $F_{ak}^y = m_k \sum_{i=1}^{k-1} [-s_{ik} (\ddot{x}_i - R_{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + c_{ik} (R_{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (31)$

$$F_{bk}^y = \sum_{i=k+1}^N m_i [s_{ki} (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) + c_{ki} (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)]. \quad (32)$$

Отсюда получим

*Следствие 3.* Для ШМ, все звенья которого удовлетворяют замечанию 2, проекции векторов  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  на оси  $O_{ok} \bar{i}_k$ ,  $O_{ok} \bar{j}_k$ ,  $O_{ok} \bar{k}$  СК  $k$ -го звена вычисляются по формулам

$$F_{qk}^x = m_k \sum_{i=1}^{k-1} R_{i+1} (s_{ik} \ddot{\alpha}_i - c_{ik} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{i=k+1}^N m_{di} (s_{ki} \ddot{\alpha}_i + c_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g}, \quad (33)$$

$$F_{qk}^z = -m_k \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad M_{qk}^x = -I_{ck}^{xz} \ddot{\alpha}_k + I_{ck}^{yz} \dot{\alpha}_k^2, \quad M_{qk}^y = -I_{ck}^{yz} \ddot{\alpha}_k - I_{ck}^{xz} \dot{\alpha}_k^2 + m_{dk} \bar{k} \cdot \bar{g}, \quad (34)$$

$$F_{qk}^y = F_{ak}^y + m_{dk} \dot{\alpha}_k + F_{bk}^y, \quad M_{qk}^z = d_k F_{ak}^y + I_k^z \ddot{\alpha}_k + R_{k+1} F_{bk}^y, \quad (35)$$

где  $F_{ak}^y = m_k \sum_{i=1}^{k-1} R_{i+1} (c_{ik} \ddot{\alpha}_i + s_{ik} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}$ ,  $F_{bk}^y = \sum_{i=k+1}^N m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2)$ . (36)

*Замечание 3.* В монографии [8] предложен общий формализм вывода формул для вычисления динамических реакций в ШМ. Он требует выполнения громоздких аналитических вычислений. Формулы (33)–(36) позволяют выписывать выражения динамических реакций без выполнения аналитических операций.

Из следствия 3 с учётом формулы (2) получим

## Расчет и конструирование

*Следствие 4.* Уравнения динамики (УД) ШМ, все звенья которого удовлетворяют замечанию 2, имеют вид

$$m_{dk} \sum_{i=1}^{k-1} L_i (c_{ik} \ddot{\alpha}_i + s_{ik} \dot{\alpha}_i^2) + I_k^- \ddot{\alpha}_k + L_k \sum_{i=k+1}^N m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g} = M_k - M_{k+1}, \quad (37)$$

где  $k=1, 2, \dots, N$ ;  $L_i = O_i O_{i+1} = R_{i+1}$  – длина  $i$ -го звена.

*Замечание 4.* УД (37) совпадают с УД  $n$ -звенника, полученных другим путём в следствии 7 статьи [3].

*Замечание 5.* В механике используются несколько подходов для вычисления динамических реакций. В наиболее распространённом способе силового расчёта [4–7] используется метод кинестатики. В предлагаемом формализме все расчёты основаны на формулах (1)–(4). Если берутся проекции искомых векторов на оси СК звеньев, то в расчётах используются формулы утверждения 2. Для ШМ они принимают более простой вид (21)–(26). Для ПРМ и ШМ, соответствующих замечанию 2, расчётные формулы принимают наиболее простой вид (27)–(36).

*Замечание 6.* В другом известном подходе [8] наложенную на МС связь заменяют силой, эквивалентной по своему действию этой связи, что позволяет рассматривать МС как освобождённую от связи. При этом появляется новое возможное перемещение, которому соответствует изменение новой обобщённой координаты (ОК), сохраняющей постоянное значение в действительном движении. Если исходная МС имеет  $n$  ОК, то освобождённая будет иметь  $n+1$  ОК. Вычислив для такой МС Лагранжиан, записав уравнение Лагранжа 2-го рода для новой ОК и приравняв нулю её обобщённые скорости и ускорения, получают уравнение для определения интересующей реакции. По такому формализму в [8] вычисляются динамические реакции в КП ШМ. В этом формализме не возникает вопросов с условиями статической определимости.

**4. Общий вид УД ПРМ.** Для исключения ускорений из формул вычисления искомых реакций можно использовать

*Утверждение 4.* Если  $k$ -е звено ПРМ образует со своей базой ПКП, то его УД имеет вид

$$F_{qk}^x = F_k + \bar{i}_k \cdot \sum_{i \geq k} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}). \quad (38)$$

Если  $k$ -е звено образует со своей базой ВКП, то его УД имеет вид

$$M_{qk}^z = M_k - \sum_{j:k} M_j - \sum_{j:k} M_j^r + \bar{k} \cdot (\bar{M}_{rk} + \bar{M}_{bk}) + \bar{k} \cdot \sum_{j:k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}), \quad (39)$$

где

$$M_j^r = m_j x_j \sum_i^{j-1} (-s_{ij} \ddot{x}_i + R_{i+1}^{xy} s_{yij}^{i+1} \dot{\alpha}_i + 2c_{ij} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + R_{i+1}^{xy} s_{xij}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + x_j m_j (x_{dj} \ddot{\alpha}_j + 2\dot{x}_j \dot{\alpha}_j) + x_j \sum_{i > j} m_i [s_{ji} (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) + c_{ji} (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i)] - m_j x_j \bar{j}_j \cdot \bar{g} - x_j \bar{j}_j \cdot \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}), \quad (40)$$

$\sum_{j:k} M_j$  – знак суммирования величины  $M_j$  по номерам звеньев, смежных  $k$ -му звену и образующих с ним ВКП;  $\sum_{j:k} M_j^r$  – знак суммирования величины  $M_j$  по номерам звеньев, смежных  $k$ -му звену и образующих с ним ПКП. Величины  $F_{qk}^x$ ,  $M_{qk}^z$  вычисляются по формулам (12), (17).

*Доказательство.* Разобьём сумму  $\sum_{j:k} M_j$  на две части. Получим  $\sum_{j:k} M_j = \sum_{j:k} M_j + \sum_{j:k} M_j^r$ . Если  $j$ -е звено образует с  $k$ -м звеном ПКП, то момент силы  $\bar{F}_j$  относительно точки  $O_{0j}$  вычисляется по формуле  $M_j^r = \bar{k} \cdot \overline{O_{0j} C_{dj}} \times \bar{F}_j = x_j \bar{j}_j \cdot \left[ \bar{F}_{qj} - \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}) \right]$ . Подставим сюда вместо  $\bar{F}_{qj}$  выражение (3). Тогда получим

$$M_j^r = x_j \bar{j}_j \cdot \left\{ m_j \sum_i^{j-1} [(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (R_{i+1}^x \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) \bar{j}_i] + \right.$$

$$+ \sum_{i \geq j} m_i \left[ (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) \bar{i}_i + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \bar{j}_i \right] - m_j \bar{g} - \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}) \Big\}.$$

Если  $i < j$ , то  $\bar{i}_i \cdot \bar{j}_j = \cos(\alpha_{ij} + \pi/2) = -s_{ij}$ ,  $\bar{j}_j \cdot \bar{j}_j = c_{ij}$ . Если  $i \geq j$ , то  $\bar{j}_j \cdot \bar{i}_i = \cos(\alpha_{ji} - \pi/2) = s_{ji}$ ,  $\bar{j}_j \cdot \bar{j}_i = c_{ji}$ . Следовательно,

$$M_j^r = m_j x_j \sum_i \left[ -(\ddot{x}_i - R_{i+1}^y \ddot{\alpha}_i - R_{i+1}^x \dot{\alpha}_i^2) s_{ij} + (R_{i+1}^x \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i - R_{i+1}^y \dot{\alpha}_i^2) c_{ij} \right] + \\ + x_j \sum_{i \geq j} m_i \left[ (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) s_{ji} + (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) c_{ji} \right] - m_j x_j \bar{j}_j \cdot \bar{g} - x_j \bar{j}_j \cdot \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}).$$

После приведения подобных в 1-й сумме получим следующий вид выражения в квадратных скобках:  $-s_{ij} \ddot{x}_i + (R_{i+1}^x c_{ij} + R_{i+1}^y s_{ij}) \ddot{\alpha}_i + 2c_{ij} \dot{x}_i \dot{\alpha}_i + (R_{i+1}^x s_{ij} - R_{i+1}^y c_{ij}) \dot{\alpha}_i^2$ . Теперь, используя обозначения  $R_j^x s_{ki} - R_j^y c_{ki} = R_j^{xy} s_{xki}^j$ ,  $R_j^x c_{ki} + R_j^y s_{ki} = R_j^{xy} s_{yki}^j$ , получим искомое выражение (40). Утверждение доказано.

Из утверждения 4 с учётом следствия 2 получим

**Следствие 5.** Пусть все звенья ПРМ удовлетворяют замечанию 2. Тогда, если  $k$ -е звено образует со своей базой ПКП, то его УД имеет вид

$$F_{qk}^x = F_k + \bar{i}_k \cdot \sum_{i=k}^N (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}), \quad (41)$$

и если  $k$ -е звено образует со своей базой ВКП, то его УД имеет вид

$$M_{qk}^z = M_k - M_{k+1}^o + \bar{k} \cdot (\bar{M}_{rk} + \bar{M}_{bk}) + \bar{k} \cdot \bar{R}_{k+1} \times \sum_{i=k+1}^N (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}), \quad (42)$$

где величины  $F_{qk}^x$ ,  $M_{qk}^z$  вычисляются по формулам (27), (30). Если  $(k+1)$ -е звено образует с  $k$ -м звеном ВКП, то  $M_{k+1}^o = M_{k+1}$ . Если  $(k+1)$ -е звено образует с  $k$ -м звеном ПКП, то

$$M_{k+1}^o = m_{k+1} x_{k+1} \sum_{i=1}^k \left[ -s_{ik+1} (\ddot{x}_i - R_{i+1} \dot{\alpha}_i^2) + c_{ik+1} (R_{i+1} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \right] - m_{k+1} x_{k+1} \bar{j}_{k+1} \cdot \bar{g} + \\ + x_{k+1} \sum_{i=k+1}^N m_i \left[ s_{k+1,i} (\ddot{x}_i - x_{di} \dot{\alpha}_i^2) + c_{k+1,i} (x_{di} \ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i \dot{\alpha}_i) \right] - x_{k+1} \bar{j}_{k+1} \cdot \sum_{i=k+1}^N (\bar{F}_{ri} + \bar{F}_{bi}). \quad (43)$$

**Заключение.** Доказанные утверждения и следствия содержат новые эффективные алгоритмы для вывода формул вычисления динамических реакций и обобщённых движущих сил ПРМ.

### Литература

1. Телегин, А.И. Алгоритмы решения первой задачи динамики произвольных систем тел / А.И. Телегин, А.В. Абросов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2001. – Вып. 1. – № 6(06). – С. 3–9.
2. Телегин, А.И. Новые уравнения для решения задач динамики и синтеза систем твёрдых тел / А.И. Телегин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2006. – Вып. 8. – № 11(66). – С. 3–14.
3. Телегин, А.И. Общий и частные виды уравнений динамики систем абсолютно твёрдых тел / А.И. Телегин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2007. – Вып. 9. – № 11(83). – С. 3–13.
4. Механика машин: учебное пособие для втузов / И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Коловский и др.; под ред. Г.А. Смирнова. – М.: Высш. шк., 1996 – 511 с.
5. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин: учебное пособие для мех. спец. вузов / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с.
6. Озол, О.Г. Теория механизмов и машин / О.Г. Озол; под ред. С.Н. Кожевникова. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 432 с.
7. Теория механизмов и машин: учебник для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
8. Лурье, А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

# АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ПЕРВОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ДЛЯ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

А.И. Телегин, М.В. Тимощенко

На примерах демонстрируется эффективность использования нового метода выписывания формул вычисления сил и моментов сил, действующих в кинематических парах (КП) плоских рычажных механизмов (ПРМ) для заданных законов изменения обобщённых координат.

**Введение.** Предлагаемая статья является продолжением статьи [1], в которой общие результаты сформулированы в утверждениях, а частные – в следствиях. Здесь на основе этих утверждений и следствий сформулированы алгоритмы в виде аналитических формул и приведены примеры их использования для выписывания главного вектора сил реакции (ГВСР) и главного момента сил реакции (ГМСР), возникающих в КП ПРМ. Алгоритмы и соответствующие примеры изложены от простого к сложному. Большинство рассмотренных примеров выписывания формул вычисления динамических реакций в КП, а также движущих сил и моментов сил, рассматриваются в учебной литературе, например, в книгах [2–5], где соответствующие формулы выведены другими методами. Это сделано с целью демонстрации эффективности предлагаемых алгоритмов, т. е. простоты и быстроты получения искомых формул по сравнению с известными методами.

Здесь, как и в [2–5], не учитываются силы трения в КП. Для их учёта необходимо рассматривать конкретные конструкции КП и использовать, например, метод последовательных приближений [3], в котором для записи искомых формул нулевого приближения эффективно использовать предлагаемый здесь подход. В приведённых примерах не требуется, чтобы ПРМ имел плоскость симметрии, параллельную плоскости движения  $P$ , в которой действуют все силы, как это требуется в цитируемой литературе.

Ссылки на утверждения и следствия статьи [1] будем записывать в следующем виде: утверждение 1.і, следствие 1.і, где  $i$  – номер соответствующего утверждения или следствия статьи [1]. Обращение к  $i$ -й формуле статьи [1] будем записывать в виде (1.і).

**1. Выписывание уравнений динамики (УД) и формул вычисления динамических реакций N-звенников.** Плоский шарнирный механизм (ШМ) с одной открытой ветвью, у которого центры масс (ЦМ) звеньев лежат на прямых, соединяющих соседние оси относительного вращения (ООВ), будем называть N-звенником (NS), где  $N$  – количество подвижных звеньев. Формулы вычисления ГВСР в шарнирах NS, а также движущего момента  $M_k$  можно выписать, используя

*Алгоритм 1.* Для NS проекции ГВСР в  $k$ -м шарнире на оси  $O_k \bar{i}_k$ ,  $O_k \bar{j}_k$  системы координат (СК)  $k$ -го звена вычисляются по формулам

$$F_k^x = m_k \sum_{i=1}^{k-1} L_i (s_{ik} \ddot{\alpha}_i - c_{ik} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{i=k+1}^N m_{di} (s_{ki} \ddot{\alpha}_i + c_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g} - \bar{i}_k \cdot \sum_{i=k}^N \bar{F}_{bi}, \quad (1)$$

$$F_k^y = m_k \sum_{i=1}^{k-1} L_i (c_{ik} \ddot{\alpha}_i + s_{ik} \dot{\alpha}_i^2) + m_{dk} \ddot{\alpha}_k + \sum_{i=k+1}^N m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g} - \bar{j}_k \cdot \sum_{i=k}^N \bar{F}_{bi}. \quad (2)$$

УД  $k$ -го звена имеет вид

$$m_{dk} \sum_{i=1}^{k-1} L_i (c_{ik} \ddot{\alpha}_i + s_{ik} \dot{\alpha}_i^2) + I_k^z \ddot{\alpha}_k + L_k \sum_{i=k+1}^N m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g} - \bar{k} \cdot \bar{M}_{bk} - L_k \bar{j}_k \cdot \sum_{i=k+1}^N \bar{F}_{bi} = M_k - M_{k+1}, \quad (3)$$

где  $k=1, 2, \dots, N$ ;  $L_i = O_i O_{i+1}$  – длина  $i$ -го звена;  $I_k^z$  – момент инерции  $k$ -го дополненного тела (ДТ) относительно оси  $O_k \bar{k}$ ;  $M_k$  – движущий момент силы  $k$ -го звена относительно оси  $O_k \bar{k}$  ( $M_{N+1} = 0$ );  $\bar{F}_{bi}$ ,  $\bar{M}_{bi}$  – заданные главный вектор внешних сил (ГВВС) и главный момент (отно-

сительно точки  $O_i$ ) внешних сил (ГМВС), действующих на  $i$ -е звено. Определение и физический смысл остальных величин смотрите в [1].

Формулы (1)–(3) получаются из утверждения 1.1 и следствий 1.3, 1.4.

**Пример 1.** Выпишем формулы для вычисления динамических реакций в шарнире маятника.

**Решение.** По формулам (1), (2) для  $k=1$  получим искомые выражения проекций ГВСР на оси  $O_1\bar{i}_1, O_1\bar{j}_1$  маятника (рис. 1):  $F_1^x = -m_{d1}\dot{\alpha}_1^2 - m_1\bar{i}_1 \cdot \bar{g}, F_1^y = m_{d1}\ddot{\alpha}_1 - m_1\bar{j}_1 \cdot \bar{g}$ . По определению [1]  $\alpha_1$  – угол откладываемый от  $\bar{i}$  до  $\bar{i}_1$ . Очевидно, что  $\dot{\alpha}_1 = \dot{q}, \ddot{\alpha}_1 = \ddot{q}$ . Из рис. 1 видно, что  $\bar{i}_1 \cdot \bar{g} = g \cos q, \bar{j}_1 \cdot \bar{g} = g \cos(q + \pi/2) = -g \sin q$ . Следовательно, искомые формулы имеют вид  $F_1^x = -m_{d1}\dot{q}^2 - m_1g \cos q, F_1^y = m_{d1}\ddot{q} + m_1g \sin q$ .

Подставив в формулу (3)  $k=1$ , получим УД маятника  $I_1^z \ddot{q} + m_{d1}g \sin q = 0$ , где  $I_1^z$  – момент инерции маятника относительно ООВ,  $m_{d1} = m_1 d_1, m_1$  – масса маятника,  $d_1$  – расстояние от ООВ до ЦМ маятника. Это УД позволяет исключить  $\ddot{q}$  из формулы  $F_1^y$ . Таким образом, искомые формулы имеют вид  $F_1^x = -m_{d1}\dot{q}^2 - m_1g \cos q, F_1^y = g(m_1 - m_{d1}^2/I_1^z) \sin q$ .

**Пример 2.** Выпишем формулы для вычисления динамических реакций в сечении маятника.

**Решение.** В сечении маятника на прямой, проходящей через его ЦМ перпендикулярно ООВ, мысленно разместим шарнир. Тогда получим двойной маятник (рис. 2), у которого в действительном движении  $q_2 = 0$ . Теперь по формулам (1), (2) для  $k=2$  получим

$$F_2^x = m_2 L_1 (s_{12} \ddot{\alpha}_1 - c_{12} \dot{\alpha}_1^2) - m_{d2} \dot{\alpha}_2^2 - m_2 \bar{i}_2 \cdot \bar{g}, F_2^y = m_2 L_1 (c_{12} \ddot{\alpha}_1 + s_{12} \dot{\alpha}_1^2) + m_{d2} \ddot{\alpha}_2 - m_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{g}.$$

Так как  $\bar{i}_2 = \bar{i}_1$  и  $q_2 = 0$ , получим  $s_{12} = \sin 0 = 0, c_{12} = \cos 0 = 1, \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{q}, \ddot{\alpha}_1 = \ddot{\alpha}_2 = \ddot{q}$ . Следовательно,

$$F_2^x = -m_2 L_1 \dot{q}^2 - m_{d2} \dot{q}^2 - m_2 g \cos q = -m_2 (L_1 + d_2) \dot{q}^2 - m_2 g \cos q, F_2^y = m_2 (L_1 + d_2) \ddot{q} + m_2 g \sin q.$$

Из УД (3) для  $k=2$  получим  $M_2 = M_2^z$  – ГМСР, действующий в сечении относительно оси мысленного шарнира, т. е.

$$M_2^z = m_{d2} L_1 (c_{12} \ddot{\alpha}_1 + s_{12} \dot{\alpha}_1^2) + I_2^z \ddot{\alpha}_2 - m_{d2} \bar{j}_2 \cdot \bar{g} = (I_2^z + m_{d2} L_1) \ddot{q} + m_{d2} g \sin q.$$

Используя УД маятника  $I_1^z \ddot{q} + m_{d1} g \sin q = 0$ , из полученных расчетных формул можно исключить  $\ddot{q}$ , что приведёт к формулам искомым реакций, которые совпадают с выражениями реакций в сечении маятника, выведенные более сложным путём в [2] на с. 333–336.

**Пример 3.** Выпишем формулы для вычисления динамических реакций в шарнирах двойного маятника, если на его конец действует заданная сила  $\bar{F}_b$ .

**Решение.** По формулам (1), (2) для  $k=1$  выпишем проекции на орты  $\bar{i}_1, \bar{j}_1$  ГВСР в 1-м шарнире. Получим

$$F_1^x = -m_{d1} \dot{\alpha}_1^2 - m_{d2} (s_{12} \ddot{\alpha}_2 + c_{12} \dot{\alpha}_2^2) - m_1 \bar{i}_1 \cdot \bar{g} - \bar{i}_1 \cdot \bar{F}_b,$$

$$F_1^y = m_{d1} \ddot{\alpha}_1 + m_{d2} (c_{12} \ddot{\alpha}_2 - s_{12} \dot{\alpha}_2^2) - m_1 \bar{j}_1 \cdot \bar{g} - \bar{j}_1 \cdot \bar{F}_b,$$

где  $s_{12} = \sin(\alpha_2 - \alpha_1), c_{12} = \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \bar{i}_1 \cdot \bar{g} = g \cos(\alpha_1 - 270^\circ) = -g \sin \alpha_1,$

$\bar{j}_1 \cdot \bar{g} = g \cos(\alpha_1 - 180^\circ) = -g \cos \alpha_1.$

Для  $k=2$  выпишем проекции на орты  $\bar{i}_2, \bar{j}_2$  ГВСР во 2-м шарнире. Получим

$$F_2^x = m_2 L_1 (s_{12} \ddot{\alpha}_1 - c_{12} \dot{\alpha}_1^2) - m_{d2} \dot{\alpha}_2^2 - m_2 \bar{i}_2 \cdot \bar{g} - \bar{i}_2 \cdot \bar{F}_b,$$

$$F_2^y = m_2 L_1 (c_{12} \ddot{\alpha}_1 + s_{12} \dot{\alpha}_1^2) + m_{d2} \ddot{\alpha}_2 - m_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{g} - \bar{j}_2 \cdot \bar{F}_b,$$

где  $\bar{i}_2 \cdot \bar{g} = g \cos(\alpha_2 - 270^\circ) = -g \sin \alpha_2, \bar{j}_2 \cdot \bar{g} = g \cos(\alpha_2 - 180^\circ) = -g \cos \alpha_2.$

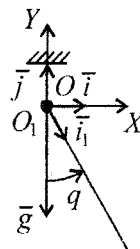


Рис. 1

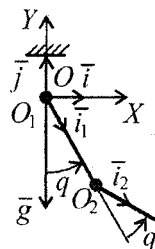


Рис. 2

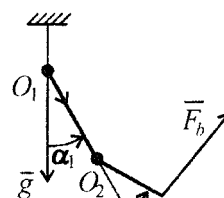


Рис. 3

## Расчет и конструирование

Для двойного маятника  $N=2$ ,  $M_1 = M_2 = 0$ . Следовательно, из (3) для  $k=1, k=2$  в процессе развёртывания сумм получим УД двойного маятника:

$$I_1^z \ddot{\alpha}_1 + L_1 m_{d2} (c_{12} \ddot{\alpha}_2 - s_{12} \dot{\alpha}_2^2) - m_{d1} \bar{j}_1 \cdot \bar{g} = L_1 \bar{j}_1 \cdot \bar{F}_b,$$

$$m_{d2} L_1 (c_{12} \ddot{\alpha}_1 + s_{12} \dot{\alpha}_1^2) + I_2^z \ddot{\alpha}_2 - m_{d2} \bar{j}_2 \cdot \bar{g} = \bar{k} \cdot \bar{M}_b = L_2 \bar{k} \cdot \bar{i}_2 \times \bar{F}_b = L_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{F}_b.$$

Отсюда можно выразить  $\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2$  и подставить их в формулы вычисления проекций искомым ГВСП, что приведёт к зависимостям, которые получены в [2] на с. 342–344.

**2. Выписывание формул вычисления движущих моментов сил и динамических реакций в шарнирах замкнутого NS.** Если последнее звено NS образует со стойкой КП, то её можно мысленно разорвать (разомкнуть контур), заменив связи на ГВСП  $\bar{F}_r$  и ГМСП  $\bar{M}_r$  относительно точки  $O_N$ . Из утверждения 1.1 следует, что для выписывания формул вычисления ГВСП и ГМСП в шарнирах замкнутого NS, а также векторов  $\bar{F}_r, \bar{M}_r$  и движущих моментов  $M_k$  можно использовать алгоритм 1 со следующими дополнениями. Во-первых, в левую часть формулы (1) необходимо добавить слагаемое  $\bar{i}_k \cdot \bar{F}_r$ . Во-вторых, в левую часть формулы (2) необходимо добавить слагаемое  $\bar{j}_k \cdot \bar{F}_r$ . В-третьих, в правую часть формулы (3) необходимо добавить слагаемое  $L_k \bar{j}_k \cdot \bar{F}_r$  и, если искомым является момент  $\bar{M}_r$ , то в последнее УД необходимо добавить слагаемое  $\bar{k} \cdot \bar{M}_r$ . Здесь  $\bar{F}_r, \bar{M}_r$  – искомые ГВСП и ГМСП относительно точки  $O_N$ , действующих на последнее звено NS.

Можно выделить три вида размыканий (мысленного разрыва связей) последнего звена одно-контурного ПРМ со стойкой. Во-первых, размыкание конца (точки) звена с линией контакта. Взамен вводится ГВСП  $\bar{F}_r = F_r \bar{e}$ , где  $\bar{e}$  – нормаль к линии в точке контакта. Во-вторых, размыкание вращательной КП (ВКП). Взамен вводится ГВСП  $\bar{F}_r$ . В-третьих, размыкание поступательной КП (ПКП), образованной последним звеном NS со стойкой. Взамен вводятся ГВСП  $F_r \bar{e}$  и ГМСП  $\bar{M}_r = M_r \bar{k}$  относительно точки  $O_N$ , где  $\bar{e}$  – нормаль к оси ПКП.

*Пример 4.* Для двухзвенника на рис. 4 выпишем формулы вычисления следующих величин: динамических реакций в шарнирах; силу реакции  $\bar{F}_r$ , удерживающую концевую точку  $A$  на оси  $OX$ ; движущий момент силы  $M_1$ , под действием которого первое звено вращается относительно стойки по заданному закону  $q = q(t)$ .

*Решение.* Устраним контур, разорвав связь конца 2-го звена (точки  $A$ ) с осью  $OX$ . На 2-е звено действует сила реакции связи  $\bar{F}_r = F_r \bar{j}$ . Подставим в (1)–(3) вместо  $k$  номера 1, 2 и учтём добавленный ГВСП  $\bar{F}_r$ . Получим следующую систему 6-ти уравнений:

$$\begin{cases} F_1^x + \bar{i}_1 \cdot \bar{F}_r = F_{q1}^x, & F_1^y + \bar{j}_1 \cdot \bar{F}_r = F_{q1}^y, \\ F_2^x + \bar{i}_2 \cdot \bar{F}_r = F_{q2}^x, & F_2^y + \bar{j}_2 \cdot \bar{F}_r = F_{q2}^y, \\ M_{q1}^z = M_1 + L_1 \bar{j}_1 \cdot \bar{F}_r, & M_{q2}^z = L_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{F}_r. \end{cases}$$

Здесь и в дальнейшем через  $F_{q1}^x, F_{q1}^y$  обозначены правые части формул (1), (2) соответственно, и через  $M_{q1}^z$  обозначена левая часть формулы (3).

Для вычисления  $F_r$  используем последнее уравнение системы  $M_{q2}^z = L_2 F_r \bar{j}_2 \cdot \bar{j}$ . Получим  $F_r = M_{q2}^z / (L_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{j})$ . Учитывая равенство  $\bar{j}_2 \cdot \bar{j} = \cos(180 - q - q_2) = -\cos(q + q_2)$ , получим  $F_r = -M_{q2}^z / L_2 \cos(q + q_2)$ . Искомый движущий момент  $M_1$  найдем из предпоследнего уравнения:  $M_1 + L_1 F_r \bar{j}_1 \cdot \bar{j} = M_{q1}^z$ . Так как  $\bar{j}_1 \cdot \bar{j} = \cos q$ , получим  $M_1 = M_{q1}^z + L_1 F_r \cos q$ . Силы реакции в 1-м и 2-м шарнирах находим из первых четырёх уравнений системы. Получим

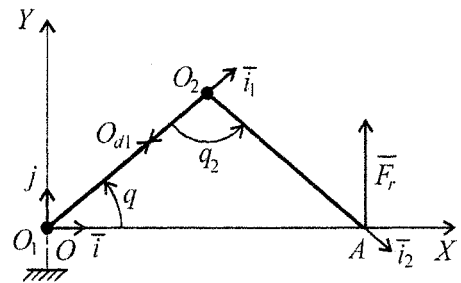


Рис. 4

$$F_1^x = F_{q1}^x - F_r \bar{i}_1 \cdot \bar{j} = F_{q1}^x - F_r \cos(270 + q) = F_{q1}^x - F_r \sin q, \quad F_1^y = F_{q1}^y - F_r \bar{j}_1 \cdot \bar{j} = F_{q1}^y - F_r \cos q,$$

$$F_2^x = F_{q2}^x - F_r \bar{i}_2 \cdot \bar{j} = F_{q2}^x + F_r \sin(q + q_2), \quad F_2^y = F_{q2}^y - F_r \bar{j}_2 \cdot \bar{j} = F_{q2}^y - F_r \cos(q + q_2).$$

Выражения для вычисления  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  ( $k=1, 2$ ) выписываются по аналогии с предшествующим примером, т. е. как для двойного маятника, но без учёта внешней силы  $\bar{F}_b$ , так как она здесь отсутствует. В заключение в формулах вычисления  $F_r, M_1, F_k^x, F_k^y, M_k^z$  ( $k=1, 2$ ) можно выразить  $q_2$  и её производные по  $t$  через  $q, \dot{q}, \ddot{q}$ . Соответствующие выражения можно найти, например, в [3, 4]. Эти выражения достаточно громоздки и относятся к результатам кинематического анализа ПРМ с замкнутыми ветвями.

**Пример 5.** Для центрального кривошипно-ползунного механизма на рис. 5 выведем формулы вычисления следующих величин: динамических реакций в шарнирах; ГВСР  $\bar{F}_r$ , ГМСР  $\bar{M}_r$ , удерживающих ползун на оси  $OX$ ; движущий момент силы  $M_1$ , под действием которого кривошип вращается по заданному закону  $q = q(t)$ . На ползун действует заданная сила сопротивления  $\bar{F}_b = F_b \bar{i}$ .

**Решение.** Заменим связь ползуна с осью  $OX$  на ГВСР  $\bar{F}_r = F_r \bar{j}$  и ГМСР  $\bar{M}_r = M_r \bar{k}$ . Из (1)–(3) для кривошипа ( $k=1$ ), шатуна ( $k=2$ ) и ползуна ( $k=3$ ) выпишем следующую систему уравнений баланса силовых факторов в шарнирах:

$$\begin{cases} F_k^x + F_r \bar{i}_k \cdot \bar{j} = F_{qk}^x, & F_k^y + F_r \bar{j}_k \cdot \bar{j} = F_{qk}^y, & (k=1, 2, 3), \\ M_{q1}^z = M_1 + L_1 F_r \bar{j}_1 \cdot \bar{j}, & M_{q2}^z = L_2 F_r \bar{j}_2 \cdot \bar{j}, & M_{q3}^z = \bar{k} \cdot \bar{M}_r. \end{cases}$$

Здесь учтено, что второй и третий шарниры пассивные, т. е.  $M_2 = M_3 = 0$ , момент силы  $\bar{F}_b$  относительно точки  $O_3$  на нулевом плече равен нулю.

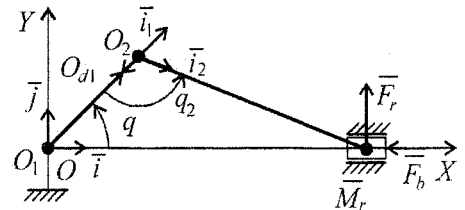


Рис. 5

Из двух последних уравнений системы получим  $F_r = M_{q2}^z / (L_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{j})$ ,  $M_r = M_{q3}^z$ . Искомый движущий момент найдем из УД кривошипа:  $M_1 = M_{q1}^z - L_1 F_r \bar{j}_1 \cdot \bar{j}$ . Проекции ГВСР в шарнирах на оси  $O_k \bar{i}_k, O_k \bar{j}_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) находим из первых шести уравнений. Получим

$$F_1^x = F_{q1}^x - F_r \bar{j} \cdot \bar{i}_1 = F_{q1}^x - F_r \sin q, \quad F_1^y = F_{q1}^y - F_r \bar{j} \cdot \bar{j}_1 = F_{q1}^y - F_r \cos q,$$

$$F_2^x = F_{q2}^x - F_r \bar{j} \cdot \bar{i}_2 = F_{q2}^x + F_r \cos(q + q_2), \quad F_2^y = F_{q2}^y - F_r \bar{j} \cdot \bar{j}_2 = F_{q2}^y + F_r \sin(q + q_2),$$

$$F_3^x = F_{q3}^x - F_r \bar{j} \cdot \bar{i}_3 = F_{q3}^x, \quad F_3^y = F_{q3}^y - F_r \bar{j} \cdot \bar{j}_3 = F_{q3}^y.$$

Формулы для вычисления  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  выписываются по алгоритму 1 аналогично примеру 2.

**3. Алгоритм решения 1-й задачи динамики многоконтурных ШМ.** Формулы вычисления ГВСР в шарнирах ШМ, а также движущих моментов  $M_k$  можно выписать, используя

**Алгоритм 2.** Для ШМ проекции ГВСР в  $k$ -м шарнире на оси  $O_k \bar{i}_k, O_k \bar{j}_k$  СК  $k$ -го звена вычисляются по формулам

$$F_k^x + \bar{i}_k \cdot \sum_{i \geq k} \bar{F}_{ri} = F_{qk}^x - \bar{i}_k \cdot \sum_{i \geq k} \bar{F}_{bi}, \quad F_k^y + \bar{j}_k \cdot \sum_{i \geq k} \bar{F}_{ri} = F_{qk}^y - \bar{j}_k \cdot \sum_{i \geq k} \bar{F}_{bi}, \quad (4)$$

УД  $k$ -го звена имеет вид

$$M_{qk}^z - \bar{k} \cdot \left[ \bar{M}_{bk} + \bar{M}_{rk} + \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} (\bar{F}_{bi} + \bar{F}_{ri}) \right] = M_k - \sum_{j,k} M_j, \quad (5)$$

где

$$F_{qk}^x = m_k \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{xik}^{i+1} \ddot{\alpha}_i - s_{yik}^{i+1} \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \dot{\alpha}_k^2 - \sum_{i>k} m_{di} (s_{ki} \ddot{\alpha}_i + c_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g}, \quad (6)$$

## Расчет и конструирование

$$F_{qk}^y = m_k \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{yik}^{\prime+1} \ddot{\alpha}_i + s_{xik}^{\prime+1} \dot{\alpha}_i^2) + m_{dk} \ddot{\alpha}_k + \sum_{i>k} m_{di} (c_{ki} \ddot{\alpha}_i - s_{ki} \dot{\alpha}_i^2) - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (7)$$

$$M_{qk}^z = m_{dk} \sum_i^{k-1} R_{i+1}^{xy} (s_{yik}^{\prime+1} \ddot{\alpha}_i + s_{xik}^{\prime+1} \dot{\alpha}_i^2) + I_k^z \ddot{\alpha}_k + \sum_{j,k} R_j^{xy} \sum_{i \geq j} m_{di} (s_{yki}^j \ddot{\alpha}_i - s_{xki}^j \dot{\alpha}_i^2) - m_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g}, \quad (8)$$

$$s_{xik}^j = \sin(\alpha_{ik} + \varphi_{xy}), \quad s_{yik}^j = \sin(\alpha_{ik} + \varphi_{yy}), \quad (9)$$

$$\varphi_{xy} = \begin{cases} \arccos(R_j^x / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^y \leq 0, \\ -\arccos(R_j^x / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^y > 0, \end{cases} \quad \varphi_{yy} = \begin{cases} \arccos(R_j^y / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^x \geq 0, \\ -\arccos(R_j^y / R_j^{xy}) - \text{если } R_j^x < 0. \end{cases}$$

Определения и физический смысл всех величин смотрите в [1].

Формулы (4)–(9) получаются из утверждения 1.1 и следствия 1.1.

**Пример 6.** Для плоской модели трёхногой шагающей платформы (ТШП) [6] в процессе выполнения шага в горизонтальной плоскости (рис. 6) выведем формулы вычисления следующих величин: динамических реакций в точках  $O$ ,  $A$ ,  $B$  контакта ступней ног с опорной поверхностью и в шарнирах ТШП. Моменты движущих сил в шарнирах заданы.

**Решение.** Разомкнём два контура ТШП. Для этого мысленно разорвём ВКП между опорной поверхностью и ступнями ног в точках  $A$  и  $B$ , заменив связи на ГВСР  $\bar{F}_a$ ,  $\bar{F}_b$ . Тогда по формулам (4), (5) для  $k=1, 2, \dots, 5$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} F_k^x + \bar{i}_k \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) = F_{qk}^x, & F_k^y + \bar{j}_k \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) = F_{qk}^y, & k = 1, 2, 3, \\ F_4^x + \bar{i}_4 \cdot \bar{F}_a = F_{q4}^x, & F_4^y + \bar{j}_4 \cdot \bar{F}_a = F_{q4}^y, \\ F_5^x + \bar{i}_5 \cdot \bar{F}_b = F_{q5}^x, & F_5^y + \bar{j}_5 \cdot \bar{F}_b = F_{q5}^y, \\ M_{q1}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_2 \times (\bar{F}_a + \bar{F}_b) = 0, & M_{q2}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_3 \times (\bar{F}_a + \bar{F}_b) = M_2, \\ M_{q3}^z - \bar{k} \cdot (\bar{R}_4 \times \bar{F}_a + \bar{R}_5 \times \bar{F}_b) = M_3 - M_4 - M_5, \\ M_{q4}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_a \times \bar{F}_a = M_4, & M_{q5}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_b \times \bar{F}_b = M_5, \end{cases}$$

где  $\bar{R}_2 = \overline{OO_2} = a\bar{i}_1$ ,  $\bar{R}_3 = \overline{O_2O_3} = b\bar{i}_2$ ,  $\bar{R}_4 = \overline{O_3O_4} = -\bar{R}_5 = d\bar{i}_3$ ,  $\bar{R}_a = \overline{O_4A} = h\bar{i}_4$ ,  $\bar{R}_b = \overline{O_5B} = h\bar{i}_5$ ,  $a$  – длина 1-го звена (голень костыля),  $b$  – длина 2-го звена (бедро костыля),  $d = O_3O_4$  – половина длины платформы,  $h = O_4A = O_5B$  – половина длины ноги (переднего и заднего мостов). Следовательно, пять последних уравнений (УД ТШП) имеют вид:

$$\begin{aligned} M_{q1}^z - a\bar{j}_1 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= 0, \\ M_{q2}^z - b\bar{j}_2 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= M_2, \\ M_{q3}^z - d\bar{j}_3 \cdot (\bar{F}_a - \bar{F}_b) &= M_3 - M_4 - M_5, \\ M_{q4}^z - h\bar{j}_4 \cdot \bar{F}_a &= M_4, \\ M_{q5}^z - h\bar{j}_5 \cdot \bar{F}_b &= M_5. \end{aligned}$$

Любые четыре УД ТШП можно использовать для поиска ГВСР  $\bar{F}_a$ ,  $\bar{F}_b$ . Проекции  $F_1^x, F_1^y$  ГВСР в точке  $O$  на оси  $O\bar{i}_1, O\bar{j}_1$  находим из уравнений:

$$F_1^x = F_{q1}^x - \bar{i}_1 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b), \quad F_1^y = F_{q1}^y - \bar{j}_1 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b).$$

Аналогично ГВСР в  $k$ -м шарнире находим из уравнений

$$\begin{aligned} F_2^x + \bar{i}_2 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= F_{q2}^x, & F_2^y + \bar{j}_2 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= F_{q2}^y, & F_3^x + \bar{i}_3 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= F_{q3}^x, & F_3^y + \bar{j}_3 \cdot (\bar{F}_a + \bar{F}_b) &= F_{q3}^y, \\ F_4^x + \bar{i}_4 \cdot \bar{F}_a &= F_{q4}^x, & F_4^y + \bar{j}_4 \cdot \bar{F}_a &= F_{q4}^y, & F_5^x + \bar{i}_5 \cdot \bar{F}_b &= F_{q5}^x, & F_5^y + \bar{j}_5 \cdot \bar{F}_b &= F_{q5}^y. \end{aligned}$$

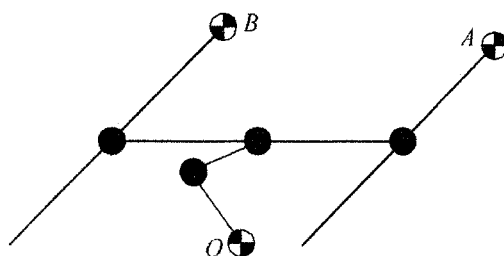


Рис. 6



Формулы вычисления величин  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  выписываем по алгоритму 2. Учитывая, что  $d_3 = d_4 = d_5 = 0$  по формулам (6)–(8), получим

$$\begin{aligned} F_{q1}^x &= -m_{d1}\dot{\alpha}_1^2 - m_{d2}(s_{12}\ddot{\alpha}_2 + c_{12}\dot{\alpha}_2^2), F_{q1}^y = m_{d1}\ddot{\alpha}_1 + m_{d2}(c_{12}\ddot{\alpha}_2 - s_{12}\dot{\alpha}_2^2), \\ F_{q2}^x &= m_2 R_2^{xy}(s_{x12}^2\ddot{\alpha}_1 - s_{y12}^2\dot{\alpha}_1^2) - m_{d2}\dot{\alpha}_2^2, F_{q2}^y = m_2 R_2^{xy}(s_{y12}^2\ddot{\alpha}_1 + s_{x12}^2\dot{\alpha}_1^2) + m_{d2}\ddot{\alpha}_2, \\ F_{q3}^x &= m_3 [R_2^{xy}(s_{x13}^2\ddot{\alpha}_1 - s_{y13}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{x23}^3\ddot{\alpha}_2 - s_{y23}^3\dot{\alpha}_2^2)], \\ F_{q3}^y &= m_3 [R_2^{xy}(s_{y13}^2\ddot{\alpha}_1 + s_{x13}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{y23}^3\ddot{\alpha}_2 + s_{x23}^3\dot{\alpha}_2^2)], \\ F_{q4}^x &= m_4 [R_2^{xy}(s_{x14}^2\ddot{\alpha}_1 - s_{y14}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{x24}^3\ddot{\alpha}_2 - s_{y24}^3\dot{\alpha}_2^2) + R_4^{xy}(s_{x34}^4\ddot{\alpha}_3 - s_{y34}^4\dot{\alpha}_3^2)], \\ F_{q4}^y &= m_4 [R_2^{xy}(s_{y14}^2\ddot{\alpha}_1 + s_{x14}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{y24}^3\ddot{\alpha}_2 + s_{x24}^3\dot{\alpha}_2^2) + R_4^{xy}(s_{y34}^4\ddot{\alpha}_3 + s_{x34}^4\dot{\alpha}_3^2)], \\ F_{q5}^x &= m_5 [R_2^{xy}(s_{x15}^2\ddot{\alpha}_1 - s_{y15}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{x25}^3\ddot{\alpha}_2 - s_{y25}^3\dot{\alpha}_2^2) + R_5^{xy}(s_{x35}^5\ddot{\alpha}_3 - s_{y35}^5\dot{\alpha}_3^2)], \\ F_{q5}^y &= m_5 [R_2^{xy}(s_{y15}^2\ddot{\alpha}_1 + s_{x15}^2\dot{\alpha}_1^2) + R_3^{xy}(s_{y25}^3\ddot{\alpha}_2 + s_{x25}^3\dot{\alpha}_2^2) + R_5^{xy}(s_{y35}^5\ddot{\alpha}_3 + s_{x35}^5\dot{\alpha}_3^2)], \\ M_{q1}^z &= I_1^z\ddot{\alpha}_1 + R_2^{xy}m_{d2}(s_{y12}^2\ddot{\alpha}_1 - s_{x12}^2\dot{\alpha}_1^2), M_{q2}^z = m_{d2}R_2^{xy}(s_{y12}^2\ddot{\alpha}_1 + s_{x12}^2\dot{\alpha}_1^2) + I_2^z\ddot{\alpha}_2, \\ M_{q3}^z &= I_3^z\ddot{\alpha}_3, M_{q4}^z = I_4^z\ddot{\alpha}_4, M_{q5}^z = I_5^z\ddot{\alpha}_5. \end{aligned}$$

По определению и из рис. 6 видно, что  $R_j^y = 0$ ,  $R_2^{xy} = a$ ,  $R_3^{xy} = b$ ,  $R_4^{xy} = d$ ,  $R_5^{xy} = -d$ . Следовательно, по формуле (9) получим  $s_{xik}^2 = \sin \alpha_{ik} = s_{ik}$ ,  $s_{yik}^2 = \sin(\alpha_{ik} + \pi/2) = \cos \alpha_{ik} = c_{ik}$ ,  $s_{x34}^4 = \sin \alpha_{34} = s_{34}$ ,  $s_{y34}^4 = \sin(\alpha_{34} + \pi/2) = \cos \alpha_{34} = c_{34}$ ,  $s_{x35}^5 = \sin(\alpha_{35} + \pi) = -\sin \alpha_{35} = -s_{35}$ ,  $s_{y35}^5 = \sin(\alpha_{35} - \pi/2) = \cos \alpha_{35} = c_{35}$ . Таким образом, получены все формулы для вычисления иско-  
мых величин.

Здесь рассмотрена упрощённая модель ТШП и описан алгоритм вычисления ГВСП в шарнирах и опорных точках без учёта трений. Результаты кинематического, статического и динамического анализа ТШП в самом общем случае и с учётом сил трения в шарнирах готовятся к публикациям.

**4. Алгоритм решения 1-й задачи динамики одноконтурных ПРМ.** Для решения 1-й задачи динамики одноконтурного ПРМ можно использовать

*Алгоритм 3.* Для одноконтурного ПРМ проекции ГВСП в  $k$ -й ВКП на оси  $O_k \bar{i}_k$ ,  $O_k \bar{j}_k$  вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} F_k^x + \bar{i}_k \cdot \bar{F}_r = m_k \sum_{i=1}^{k-1} [c_{ik}(\ddot{x}_i - R_{i+1}\dot{\alpha}_i^2) + s_{ik}(R_{i+1}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] + m_k(\ddot{x}_k - x_{dk}\dot{\alpha}_k^2) + \\ + \sum_{i=k+1}^N m_i [c_{ki}(\ddot{x}_i - x_{di}\dot{\alpha}_i^2) - s_{ki}(x_{di}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] - m_k \bar{i}_k \cdot \bar{g} - \bar{i}_k \cdot \sum_{i=k}^N \bar{F}_{bi}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} F_k^y + \bar{j}_k \cdot \bar{F}_r = m_k \sum_{i=1}^{k-1} [-s_{ik}(\ddot{x}_i - R_{i+1}\dot{\alpha}_i^2) + c_{ik}(R_{i+1}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] + m_k(x_{dk}\ddot{\alpha}_k + 2\dot{x}_k\dot{\alpha}_k) + \\ + \sum_{i=k+1}^N m_i [s_{ki}(\ddot{x}_i - x_{di}\dot{\alpha}_i^2) + c_{ki}(x_{di}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] - m_k \bar{j}_k \cdot \bar{g} - \bar{j}_k \cdot \sum_{i=k}^N \bar{F}_{bi}. \end{aligned} \quad (11)$$

Проекция  $M_k$  ГМСП  $k$ -й ПКП на ось  $O_k \bar{k}$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} M_k - M_{k+1} + \bar{k} \cdot \bar{R}_{k+1} \times \bar{F}_r = m_k x_{dk} \sum_{i=1}^{k-1} [-s_{ik}(\ddot{x}_i - R_{i+1}\dot{\alpha}_i^2) + c_{ik}(R_{i+1}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] + \\ + I_k^z \ddot{\alpha}_k + 2m_k x_{dk} \dot{x}_k \dot{\alpha}_k + R_{k+1} \sum_{i=k+1}^N m_i [s_{ki}(\ddot{x}_i - x_{di}\dot{\alpha}_i^2) + c_{ki}(x_{di}\ddot{\alpha}_i + 2\dot{x}_i\dot{\alpha}_i)] - \\ - m_k x_{dk} \bar{j}_k \cdot \bar{g} - \bar{k} \cdot \left( \bar{M}_{bk} + \bar{R}_{k+1} \times \sum_{i=k+1}^N \bar{F}_{bi} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

## Расчет и конструирование

Если искомым является ГМСП, то для  $k=N$  в левую часть формулы (12) необходимо добавить слагаемое  $\bar{k} \cdot \bar{M}_r$ . Здесь  $\bar{F}_r$ ,  $\bar{M}_r$  – искомые ГВСР и ГМСП относительно точки  $O_N$ , действующие на последнее звено ПРМ. Определения и физический смысл смотрите в [1].

Формулы (10)–(12) получаются из утверждения 1.1 и следствия 1.2.

**Пример 7.** Для ПРМ с качающимся цилиндром на рис. 7 выведем формулы вычисления следующих величин: динамических реакций в 2-х ВКП и одной ПКП; силу реакции  $\bar{F}_r$  в точке  $A$  шарнира, замыкающего ПРМ на стойку; движущий момент силы  $M_1$ , под действием которого кривошип вращается по заданному закону  $q = q(t)$ . Сила  $F_3^x$  в ПКП задана (давление газа).

**Решение.** Устраним шарнирную связь в точке  $A$ , заменив её силой реакции  $\bar{F}_r$ . По формулам (10)–(12) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} F_k^x + \bar{i}_k \cdot \bar{F}_r = F_{qk}^x, \\ F_k^y + \bar{j}_k \cdot \bar{F}_r = F_{qk}^y, \quad (k=1, 2, 3) \\ M_1 - M_2 + \bar{k} \cdot \bar{R}_2 \times \bar{F}_r = M_{q1}^z, \\ M_2 - M_3 + \bar{k} \cdot \bar{R}_3 \times \bar{F}_r = M_{q2}^z, \\ M_3 + \bar{k} \cdot \overline{O_{03}A} \times \bar{F}_r = M_{q3}^z. \end{cases}$$

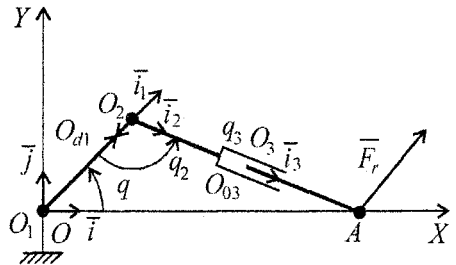


Рис. 7

Здесь через  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  обозначены правые части уравнений (10)–(12) соответственно.

Просуммируем два последних уравнения. Получим  $M_2 + \bar{k} \cdot \overline{O_2A} \times \bar{F}_r = M_{q2}^z + M_{q3}^z$ . Так как второй шарнир пассивный ( $M_2 = 0$ ), получим  $\bar{k} \times \overline{O_2A} \cdot \bar{F}_r = M_{q2}^z + M_{q3}^z$ . Введем обозначение  $h = \overline{O_2A}$ . Тогда  $\bar{k} \times \overline{O_2A} = h\bar{k} \times \bar{i}_2 = h\bar{j}_2$ . Следовательно,  $\bar{j}_2 \cdot \bar{F}_r = (M_{q2}^z + M_{q3}^z)/h$ . Из 5-го уравнения получим  $\bar{i}_3 \cdot \bar{F}_r = F_{q3}^x - F_3^x$ . Так как  $\bar{j}_2 = \bar{j}_3$ , получим для проекций искомого вектора  $\bar{F}_r$  на оси СК 3-го звена следующие расчетные формулы  $\bar{i}_3 \cdot \bar{F}_r = F_{q3}^x - F_3^x$ ,  $\bar{j}_3 \cdot \bar{F}_r = (M_{q2}^z + M_{q3}^z)/h$ . Искомый движущий момент  $M_1$  находим из 7-го уравнения системы:  $M_1 = M_{q1}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_2 \times \bar{F}_r$ . Силы реакции в ВКП находим из первых 3-х уравнений. Проекцию  $F_3^y$  силы реакции в ПКП находим из уравнения  $F_3^y = F_{q3}^y - \bar{j}_3 \cdot \bar{F}_r$ . Момент  $M_3$  силы реакции относительно точки  $O_{03}$  в ПКП находим из последнего уравнения.

Выражения для скалярных величин  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  элементарно выписываются на основе правых частей формул (10)–(12).

**5. Алгоритм решения 1-й задачи динамики многоконтурных ПРМ. Условия статистической определенности ПРМ.** Для решения 1-й задачи динамики многоконтурной ПРМ можно использовать

**Алгоритм 4.** Искомые относительные силовые факторы  $k$ -го звена ПРМ, т. е. сила  $\bar{F}_k$  и момент силы  $\bar{M}_k$  (относительно точки  $O_{0k}$ ), действующие на  $k$ -е звено со стороны его базы, а также главный вектор  $\bar{F}_{ri}$  и момент  $\bar{M}_{ri}$  (относительно точки  $O_{0i}$ ) сил реакций, действующих на  $i$ -е звено со стороны мысленно разорванных связей (при размыкании контуров), удовлетворяют следующим уравнениям

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{F}_k + \sum_{i \geq k} \bar{F}_{ri} = \bar{F}_{qk} - \sum_{i \geq k} \bar{F}_{bi}, \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{M}_k - \sum_{j,k} \bar{M}_j + \bar{M}_{rk} + \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} \bar{F}_{ri} = \bar{M}_{qk} - \bar{M}_{bk} - \sum_{j,k} \bar{R}_j \times \sum_{i \geq j} \bar{F}_{bi}, \quad k=1, 2, \dots, N, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

где проекции векторов  $\bar{F}_{qk}$ ,  $\bar{M}_{qk}$  на оси  $O_{ok}\bar{i}_k$ ,  $O_{ok}\bar{j}_k$ ,  $O_{ok}\bar{k}$  СК  $k$ -го звена вычисляются по формулам (1.12), (1.13), (1.17).

Можно выделить четыре вида размыканий (мысленного разрыва связей) в ПРМ. Во-первых, размыкание конца (точки)  $k$ -го звена с контактной поверхностью. Взамен вводится сила  $F_{rk}\bar{e}_k$ , где  $\bar{e}_k$  – нормаль к поверхности в точке контакта. Во-вторых, размыкание ПКП. Взамен вводятся сила  $F_{rk}^y\bar{j}_k$  и момент силы  $M_{rk}\bar{k}$  относительно точки  $O_{ok}$ . В-третьих, размыкание ВКП. Взамен вводятся силы  $F_{rk}^x\bar{i}_k, F_{rk}^y\bar{j}_k$ . В-четвёртых, разрезание  $k$ -го звена на две части. Взамен вводятся силы  $F_{rk}^x\bar{i}_k, F_{rk}^y\bar{j}_k$  и момент силы  $M_{rk}\bar{k}$ .

Проекции ГВСР и ГМСР в КП и размыканиях на орты осей СК звеньев, а также искомые движущие силы и моменты сил будем называть составляющими искомого силового фактора (СИСФ). Число СИСФ, определяемых из системы уравнений (13), (14), не должно превышать число независимых скалярных уравнений, получаемых из этой системы и содержащих СИСФ. Соответствующее условие называют условием статической определимости.

*Утверждение 1.* Если  $N$  – число подвижных звеньев древовидной ПРМ (ДПРМ),  $n$  – число искомого движущих сил и моментов сил,  $n_3$  – число мысленно разрезанных звеньев для устранения контуров ПРМ,  $n_2$  – число размыканий ВКП и ПКП,  $n_1$  – число размыканий высших КП, то условие статической определимости ПРМ имеет вид:

$$N \geq n + n_1 + 2n_2 + 3n_3. \quad (15)$$

*Доказательство.* Если  $n_p$  – число пассивных ВКП и ПКП ДПРМ, т. е. не имеющих приводов, то условие статической определимости имеет вид:

$$3N \geq 3n + 2n_p + 3n_3 + 2n_2 + n_1. \quad (16)$$

Действительно, для плоских открытых ПРМ с  $N$  подвижными звеньями число независимых скалярных уравнений, получаемых из системы (13), (14) равно  $3N$ . Причём для каждого  $k$  ( $k=1, 2, \dots, N$ ) два уравнения получаются после скалярного умножения уравнения (13) на два неколлинеарных вектора, лежащих в плоскости движения ПРМ, и одно уравнение – после скалярного умножения уравнения (14) на  $\bar{k}$ . Число СИСФ для активной (имеющей привод) КП равно трём (две составляющие динамических реакций и одна движущая сила для ПКП или момент силы для ВКП). Поэтому первое слагаемое в правой части условия (16) равно  $3n$ . Для остальных (пассивных) ВКП и ПКП число СИСФ равно двум. Поэтому второе слагаемое в (16) равно  $2n_p$ . Число СИСФ, соответствующих одному разрезанному звену, равно трём. Поэтому третье слагаемое в правой части условия (16) равно  $3n_3$ . Число СИСФ в размыкании ВКП или ПКП равно двум, а в размыкании высшей двухподвижной КП равно одному. Поэтому последние слагаемые в (16) дают сумму  $2n_2 + n_1$ . Очевидно, что  $n_p = N - n$ . Подставим в (16) вместо  $n_p$  разность  $N - n$  и после элементарных упрощений получим условие (15). *Утверждение доказано.*

*Замечание 1.* В теории механизмов и машин условие (15), вероятнее всего, известно, но в цитируемой литературе [2–5] и в других известных нам источниках оно не встречается. Поэтому (без претензий на новизну) условие (15) здесь не только сформулировано, но и доказано.

*Пример 8.* Для кулисного двухконтурного механизма на рис. 8 выведем формулы вычисления следующих величин: динамических реакций в трёх ВКП и одной ПКП; ГВСР  $\bar{F}_{r3}$  в шарнирном замыкании последнего звена первого контура на стойку; ГВСР  $\bar{F}_r = F_r\bar{i}$  и ГМСР  $\bar{M}_r = M_r\bar{k}$  в замыкании последнего звена второго контура на стойку; движущий момент силы  $M_1$ , под действием которого кривошип вращается по заданному закону  $q = q(t)$ . Сила сопротивления  $\bar{F}_c = F_c\bar{j}$ , где  $F_c$  – заданная функция времени.

*Решение.* Мысленно разомкнув контуры, получим ДПРМ, в котором на конец 3-го звена действует сила реакции  $\bar{F}_{r3}$ , осуществляя шарнирное замыкание 1-го контура на стойку, а на 5-е звено действуют сила  $\bar{F}_r = F_r\bar{i}$  и момент сил реакции  $\bar{M}_r = M_r\bar{k}$ , осуществляя призматическое замыкание 2-го контура на стойку. Для этого ПРМ имеем  $n_2 = 2$ ,  $n_3 = n_1 = 0$ ,  $n = 1$ ,  $N = 5$ , т. е. условие (15) выполняется. По формулам (13), (14) для  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  получим

## Расчет и конструирование

$$\begin{cases} \bar{F}_1 + \bar{F}_{r3} + F_r \bar{i} = \bar{F}_{q1} - \bar{F}_c, \\ \bar{M}_1 - \bar{M}_2 + \bar{R}_2 \times (\bar{F}_{r3} + F_c \bar{i}) = \bar{M}_{q1} - \bar{R}_2 \times \bar{F}_c, \\ \bar{F}_2 + \bar{F}_{r3} + F_r \bar{i} = \bar{F}_{q2} - \bar{F}_c, \\ \bar{M}_2 - \bar{M}_3 - \bar{M}_4 + \bar{R}_3 \times \bar{F}_{r3} + F_r \bar{R}_4 \times \bar{i} = \bar{M}_{q2} - \bar{R}_4 \times \bar{F}_c, \\ \bar{F}_3 + \bar{F}_{r3} = \bar{F}_{q3}, \quad \bar{M}_3 + \bar{M}_{r3} = \bar{M}_{q3}, \\ \bar{F}_4 + F_r \bar{i} = \bar{F}_{q4} - \bar{F}_c, \\ \bar{M}_4 - \bar{M}_5 + F_r \bar{R}_5 \times \bar{i} = \bar{M}_{q4} - \bar{R}_5 \times \bar{F}_c, \\ \bar{F}_5 + F_r \bar{i} = \bar{F}_{q5} - \bar{F}_c, \quad \bar{M}_5 + M_r \bar{k} = \bar{M}_{q5} - \bar{M}_{b5}. \end{cases}$$

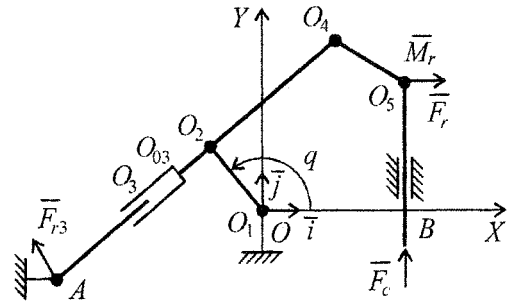


Рис. 8

Так как  $\bar{k} \cdot \bar{M}_5 = 0$  и  $\bar{k} \cdot \bar{M}_{b5} = \overline{O_5 B} \times \bar{F}_c = 0$ , то из последнего уравнения получим  $M_r = M_{q5}^z$ . Все ВКП кроме 1-й – пассивные, т. е.  $M_2 = M_4 = M_5 = 0$ . Поэтому из 8-го уравнения системы получим  $F_r = (M_{q4}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_5 \times \bar{F}_c) / (\bar{k} \cdot \bar{R}_5 \times \bar{i})$ . Просуммируем 4-е и 6-е уравнения системы. Получим  $F_r \bar{R}_4 \times \bar{i} + \overline{O_{o2} A} \times \bar{F}_{r3} = \bar{M}_{q2} + \bar{M}_{q3} - \bar{R}_4 \times \bar{F}_c$ , так как  $\bar{M}_{r3} = \overline{O_{o3} A} \times \bar{F}_{r3}$ ,  $\bar{R}_3 + \overline{O_{o3} A} = \overline{O_{o2} A}$ . В рассматриваемой ПРМ ПКП – пассивная, т. е.  $\bar{i}_3 \cdot \bar{F}_{r3} = F_{q3}^x$ . Таким образом, ГВСР  $\bar{F}_{r3}$  можно найти из системы

$$\begin{cases} \bar{i}_3 \cdot \bar{F}_{r3} = F_{q3}^x, \\ \bar{k} \cdot \overline{O_{o2} A} \times \bar{F}_{r3} = M_{q2}^z + M_{q3}^z - \bar{k} \cdot \bar{R}_4 \times \bar{F}_c - F_r \bar{k} \cdot \bar{R}_4 \times \bar{i}. \end{cases}$$

Движущий момент найдём из 2-го уравнения исходной системы. ГВСР в 1-й, 2-й, 4-й и 5-й ВКП находим соответственно из 1-го, 3-го, 7-го и 9-го уравнений системы. Выражения для вычисления всех скалярных величин  $F_{qk}^x, F_{qk}^y, M_{qk}^z$  элементарно выписываются по формулам (1.12), (1.13), (1.17).

**6. Выписывание УД ПРМ.** Для исключения ускорений из формул вычисления СИСФ можно использовать утверждение 1.4 и следствие 1.5.

*Пример 9.* Выпишем УД двухрукого манипулятора на рис. 9, работающего в горизонтальной плоскости.

*Решение.* По формуле (1.39) для  $k = 1$  получим  $M_{q1}^z = M_1 - M_2^r - M_3^r$ . По формуле (1.40)

$$M_2^r = m_2 x_2 (R_2^{xy} s_{y12}^2 \ddot{\alpha}_1 + R_2^{xy} s_{x12}^2 \dot{\alpha}_1^2) + x_2 m_2 (x_{d2} \ddot{\alpha}_2 + 2\dot{x}_2 \dot{\alpha}_2),$$

$$M_3^r = m_3 x_3 (R_3^{xy} s_{y13}^3 \ddot{\alpha}_1 + R_3^{xy} s_{x13}^3 \dot{\alpha}_1^2) + x_3 m_3 (x_{d3} \ddot{\alpha}_3 + 2\dot{x}_3 \dot{\alpha}_3).$$

Из рис.9 видно, что  $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{q}_1$ ,  $\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\alpha}_2 = \ddot{q}_1$ ,  $x_{d3} = x_3$ ,  $x_{d2} = x_2$ ,  $\alpha_{12} = \alpha_{13} = 0$ . Согласно (1.5) получим

$$s_{x12}^2 = \sin[\alpha_{12} + \arccos(R_2^x / R_2^{xy})] = \sin[\arccos(\cos \varphi_2)] = \sin \varphi_2 = h / d,$$

$$s_{x13}^3 = \sin[\alpha_{13} - \arccos(R_3^x / R_3^{xy})] = -\sin[\arccos(\cos \varphi_3)] = -\sin \varphi_3 = -h / d,$$

где  $\varphi_j$  – угол между гипотенузой  $OO_{oj}$  длиной  $d = R_j^{xy}$  и катетом  $OC_{d1}$  длиной  $d_1 = R_j^x$  ( $j=1, 2$ ) прямоугольного треугольника, у которого второй катет  $C_{d1}O_{oj}$  имеет длину  $h = |R_j^y|$ . Аналогично,

$$s_{y12}^2 = \sin[\alpha_{12} + \arccos(R_2^y / R_2^{xy})] = \sin[\arccos(-\cos \gamma_2)] = \sin(\pi - \gamma_2) = d_1 / d,$$

$$s_{y13}^3 = \sin[\alpha_{13} + \arccos(R_3^y / R_3^{xy})] = \sin[\arccos(\cos \gamma_3)] = \sin \gamma_3 = d_1 / d,$$

где  $\gamma_j$  – угол между гипотенузой  $OO_{oj}$  и катетом  $C_{d1}O_{oj}$ . Следовательно,

$$R_2^{xy} s_{x12}^2 = h, \quad R_3^{xy} s_{x13}^3 = -h, \quad R_2^{xy} s_{y12}^2 = R_3^{xy} s_{y13}^3 = d_1 \quad \text{и} \quad M_2^r = m_2 x_2 (d_1 \ddot{q}_1 + h \dot{q}_1^2) + m_2 x_2 (x_2 \ddot{q}_1 + 2 \dot{q}_1 \dot{x}_2),$$

$$M_3^r = m_3 x_3 (d_1 \ddot{q}_1 - h \dot{q}_1^2) + m_3 x_3 (x_3 \ddot{q}_1 + 2 \dot{q}_1 \dot{x}_3).$$

По формуле (1.17) для  $k = 1$  получим

$$M_{q1}^z = I_1^z \ddot{\alpha}_1 + R_2^{xy} m_2 [s_{x12}^2 (\ddot{x}_2 - x_{d2} \ddot{\alpha}_2^2) + s_{y12}^2 (x_{d2} \ddot{\alpha}_2 + 2 \dot{x}_2 \dot{\alpha}_2)] +$$

$$+ R_3^{xy} m_3 [s_{x13}^3 (\ddot{x}_3 - x_{d3} \ddot{\alpha}_3^2) + s_{y13}^3 (x_{d3} \ddot{\alpha}_3 + 2 \dot{x}_3 \dot{\alpha}_3)] =$$

$$= I_1^z \ddot{q}_1 + m_2 [d_1 (x_2 \ddot{q}_1 + 2 \dot{x}_2 \dot{q}_1) + h (\ddot{x}_2 - x_2 \dot{q}_1^2)] + m_3 [d_1 (x_3 \ddot{q}_1 + 2 \dot{x}_3 \dot{q}_1) - h (\ddot{x}_3 - x_3 \dot{q}_1^2)].$$

Таким образом, УД 1-го звена имеет вид

$$(I_1^z + 2m_2 d_1 x_2 + m_2 x_2^2 + 2m_3 d_1 x_3 + m_3 x_3^2) \ddot{q}_1 -$$

$$+ h(m_2 \ddot{x}_2 - m_3 \ddot{x}_3) + 2m_2 (d_1 + x_2) \dot{x}_2 \dot{q}_1 + 2m_3 (d_1 + x_3) \dot{x}_3 \dot{q}_1 = M_1.$$

По формуле (1.38) для  $k = 2, 3$  получим  $F_{q2}^x = F_2, \quad F_{q3}^x = F_3$ . По формуле (1.12) для  $k = 2$  получим

$$F_{q2}^x = m_2 R_2^{xy} (s_{x12}^2 \ddot{\alpha}_1 - s_{y12}^2 \dot{\alpha}_1^2) + m_2 (\ddot{x}_2 - x_{d2} \dot{\alpha}_2^2) =$$

$$= m_2 h \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{x}_2 - m_2 (x_2 + d_1) \dot{q}_1^2 = F_2.$$

По формуле (1.12) для  $k = 3$  получим

$$F_{q3}^x = m_3 R_3^{xy} (s_{x13}^3 \ddot{\alpha}_1 - s_{y13}^3 \dot{\alpha}_1^2) + m_3 (\ddot{x}_3 - x_{d3} \dot{\alpha}_3^2) =$$

$$= -m_3 h \ddot{q}_1 + m_3 \ddot{x}_3 - m_3 (x_3 + d_1) \dot{q}_1^2 = F_3.$$

Таким образом, УД двухрукого манипулятора имеют следующий вид.

$$\begin{cases} [I_1^z + m_2 x_2 (x_2 + 2d_1) + m_3 x_3 (x_3 + 2d_1)] \ddot{q}_1 + h(m_2 \ddot{x}_2 - m_3 \ddot{x}_3) + \\ + 2m_2 (d_1 + x_2) \dot{x}_2 \dot{q}_1 + 2m_3 (d_1 + x_3) \dot{x}_3 \dot{q}_1 = M_1, \\ m_2 h \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{x}_2 - m_2 (d_1 + x_2) \dot{q}_1^2 = F_2, \\ -m_3 h \ddot{q}_1 + m_3 \ddot{x}_3 - m_3 (d_1 + x_3) \dot{q}_1^2 = F_3. \end{cases}$$

**Пример 10.** Выпишем УД манипулятора на рис. 10, работающего в вертикальной плоскости.

**Решение.** По формулам (1.41) и (1.27) для  $k = 2$  с учетом равенств  $c_{12} = \cos 0 = 1, \quad s_{12} = \sin 0 = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_{d1} = d_1, \quad x_{d2} = x_2, \quad \bar{i}_2 \cdot \bar{g} = g \cos(90 + q_1) = -g \sin q_1, \quad \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{q}_1$  получим УД 2-го звена

$$F_{q2}^x = m_2 (-R_2 \dot{q}_1^2) + m_2 (\ddot{x}_2 - x_{d2} \dot{q}_1^2) - m_2 \bar{i}_2 \cdot \bar{g} = m_2 \ddot{x}_2 - m_2 (R_2 + x_2) \dot{q}_1^2 + m_2 g \sin q_1 = F_2.$$

По формулам (1.42), (1.30) – (1.32) для  $k = 1$  получим

$$I_1^z \ddot{\alpha}_1 + R_2 m_2 (x_{d2} \ddot{\alpha}_2 + 2 \dot{x}_2 \dot{\alpha}_2) - m_1 x_{d1} \bar{j}_1 \cdot \bar{g} = M_1 - M_2^o.$$

По формуле (1.43) получим  $M_2^o = m_2 x_2 R_2 \ddot{\alpha}_1 + x_2 m_2 (x_{d2} \ddot{\alpha}_2 + 2 \dot{x}_2 \dot{\alpha}_2) - m_2 x_2 \bar{j}_2 \cdot \bar{g}$ . Следовательно, УД 1-го звена имеет вид

$$I_1^z \ddot{q}_1 + R_2 m_2 (x_2 \ddot{q}_1 + 2 \dot{x}_2 \dot{q}_1) - m_1 d_1 \cos(180 + q_1) =$$

$$= M_1 - m_2 x_2 R_2 \dot{q}_1 - x_2 m_2 (x_2 \ddot{q}_1 + 2 \dot{x}_2 \dot{q}_1) -$$

$$- m_2 x_2 \cos(180 + q_1).$$

После приведения подобных членов получим УД 1-го звена

$$[I_1^z + m_2 (x_2^2 + 2R_2 x_2)] \ddot{q}_1 + 2m_2 (R_2 + x_2) \dot{x}_2 \dot{q}_1 +$$

$$+ (m_1 d_1 + m_2 x_2) \cos q_1 = M_1.$$

**Пример 11.** Выпишем УД манипулятора на рис. 11, работающего в вертикальной плоскости.

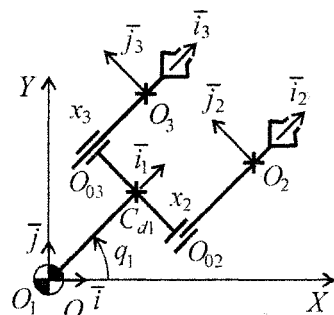


Рис. 9

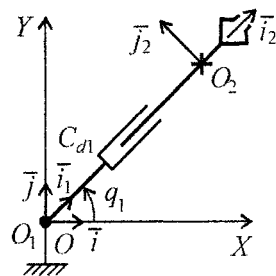


Рис. 10

## Расчет и конструирование

Решение. По формулам (1.41), (1.27) для  $k=1$  получим

$$F_{q_1}^x = m_1 \ddot{x}_1 + m_2 c_{12} \ddot{x}_2 + m_3 c_{13} (-d_3 \dot{q}_3^2) - s_{13} d_3 \ddot{q}_3 - m_1 \bar{i}_1 \cdot \bar{g} = F_1.$$

Из рис. 11 видно:  $\bar{i}_1 \cdot \bar{g} = g \cos(180) = -g$ ;  $c_{12} = \cos(-90) = 0$ ;  
 $c_{13} = \cos(270 + q_3) = \sin q_3 = s_3$ ;  $s_{13} = \sin(270 + q_3) = -\cos q_3 = -c_3$ .

Следовательно, УД 1-го звена имеет вид

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_3 d_3 c_3 \ddot{q}_3 - m_3 d_3 s_3 \dot{q}_3^2 + m_1 g = F_1.$$

По формулам (1.41), (1.27) для  $k=2$  получим

$$F_{q_2}^x = m_2 c_{12} \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + m_3 [c_{23} (-d_3 \dot{q}_3^2) - s_{23} d_3 \ddot{q}_3] - m_2 \bar{i}_2 \cdot \bar{g} = F_2.$$

Из рис. 11 видно:  $c_{23} = \cos q_3 = c_3$ ;  $s_{23} = \sin q_3 = s_3$ ;  $\bar{i}_2 \cdot \bar{g} = 0$ .

Следовательно, УД 2-го звена имеет вид

$$m_2 \ddot{x}_2 - m_3 d_3 s_3 \ddot{q}_3 - m_3 d_3 c_3 \dot{q}_3^2 = F_2.$$

По формулам (1.42), (1.30)–(1.32) для  $k=3$  получим

$$M_{q_3}^z = d_3 m_3 (-s_{13} \ddot{x}_1 - s_{23} \ddot{x}_2) + I_3^z \ddot{q}_3 - m_3 d_3 \bar{j}_3 \cdot \bar{g} = M_3.$$

Так как  $\bar{j}_3 \cdot \bar{g} = g \cos(180 + q_3) = -g c_3$ , получим следующее УД 3-го звена:

$$m_3 d_3 (c_3 \ddot{x}_1 - s_3 \ddot{x}_2) + I_3^z \ddot{q}_3 + m_3 d_3 g c_3 = M_3.$$

Таким образом, УД манипулятора на рис. 11 имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_{d3} (c_3 \ddot{q}_3 - s_3 \dot{q}_3^2) + m_1 g = F_1; \\ m_2 \ddot{x}_2 - m_{d3} (s_3 \ddot{q}_3 + c_3 \dot{q}_3^2) = F_2; \\ m_{d3} (c_3 \ddot{x}_1 - s_3 \ddot{x}_2) + I_3^z \ddot{q}_3 + m_{d3} c_3 g = M_3. \end{cases}$$

**Заключение.** Сформулированные алгоритмы и примеры их использования продемонстрировали, как можно просто и быстро выписать формулы вычисления динамических реакций и обобщённых движущих сил ПРМ.

### Литература

1. Телегин, А.И. Новые формулы для динамического силового анализа плоских рычажных механизмов / А.И. Телегин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2007. – Вып. 10. – № 25 (97). – С. 3–11.
2. Лурье, А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
3. Механика машин: учебное пособие для вузов / И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Коловский и др.; под ред. Г.А. Смирнова. – М.: Высш. шк., 1996 – 511 с.
4. Озол, О.Г. Теория механизмов и машин / О.Г. Озол; под ред. С.Н. Кожевникова. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 432 с.
5. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; под ред К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
6. Телегин, А.И. Уравнения динамики механических систем абсолютно твёрдых тел: учебное пособие / А.И. Телегин, А.В. Абросов – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 80 с.

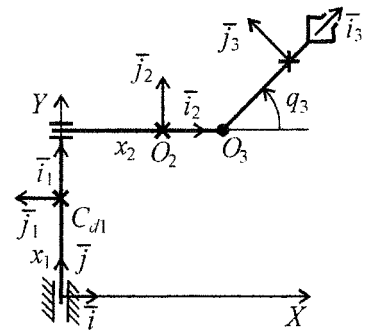


Рис. 11

## СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ С НЕКРУГЛЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

*А.И. Шагуахметов*

Представлена обобщенная модель зубчато-рычажного механизма периодического движения на основе некруглых зубчатых колес, реализующего движения с остановкой выходного звена без разрыва кинематической цепи. Представлены основные типы зубчато-рычажных механизмов с эллиптическими зубчатыми колесами, определены их предельные кинематические возможности. Получены выражения для определения сопряженных кривых (центроид) некруглых зубчатых колес для зубчато-рычажных механизмов, реализующих различное количество остановок ведомого звена.

В машинах автоматического и полуавтоматического действия широко используются механизмы, служащие для преобразования непрерывного вращательного движения ведущего звена в прерывистое движение с периодическими остановками (выстоями) заданной продолжительности ведомого звена [1].

Следует отметить, что задача воспроизведения движения с периодическими остановками может быть решена за счет разрыва кинематической цепи привода на время технологической операции с последующим ее замыканием для возобновления движения. Данный принцип реализации остановки ведомого звена лежит в основе работы муфт свободного хода, а также мальтийских, храповых и других механизмов.

Основным недостатком вышеперечисленных механизмов является наличие динамического удара при замыкании кинематической цепи привода, что приводит к интенсивному износу деталей механизмов, снижая надежность работы и срок службы [2]. Кроме того, ограниченная быстротходность и малая продолжительность остановок таких механизмов часто не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к технике в условиях современного производства.

В тех случаях, когда необходимо передавать большие нагрузки с высокой надежностью и с плавным законом изменения ускорений ведомого звена, в качестве механизмов прерывистого движения целесообразней применять рычажные или зубчато-рычажные механизмы.

Особый интерес представляют зубчато-рычажные механизмы периодического движения (ЗРМПД) [3]. Это комбинированные механизмы, в которых рычажные системы и системы зубчатых колес выполнены параллельно, при этом звенья рычажного механизма несут на себе оси зубчатых колес. Необходимо отметить, что зубчатые колеса в ЗРМПД можно выполнить как круглыми, так и некруглыми (например, овальными или эллиптическими).

Интерес к таким механизмам вызван тем, что с их помощью можно осуществить весьма разнообразные и сложные законы движения ведомых звеньев. После того, как были обнаружены их свойства регулируемости [4], ЗРМПД приобрели особое значение для использования в машинах автоматического и полуавтоматического типа. В этом отношении другие типы механизмов конкурировать с ними не могут.

На рис. 1 представлена обобщенная схема зубчато-рычажных механизмов периодического движения на основе некруглых зубчатых колес. И, конечно, предложенная схема не исключает использования традиционных круглых зубчатых колес, по сути, здесь круглое является частным случаем некруглого.

Показанный на рис. 1 ЗРМПД представляет собой совокупность рычажного кривошипно-коромыслового механизма, ведущее (кривошип  $O_1A$ ) и ведомое (коромысло  $O_2B$ ) звенья которого шарнирно соединены с шатуном  $AB$  и основанием  $O_1O_2$ , и передаточного зубчатого механизма для передачи вращения от кривошипа на ведомый вал  $O_2$ , который содержит заблокированное под углом  $Q_1$  с кривошипом  $O_1A$  некруглое колесо 1, входящее в зацепление с некруглым колесом 2. В свою очередь колесо 2 заблокировано под углом  $Q_2$  с некруглым колесом 2', которое входит в

## Расчет и конструирование

зацепление с некруглым колесом 3, соединенным с роторным рабочим органом, выполняющим движения с остановками.

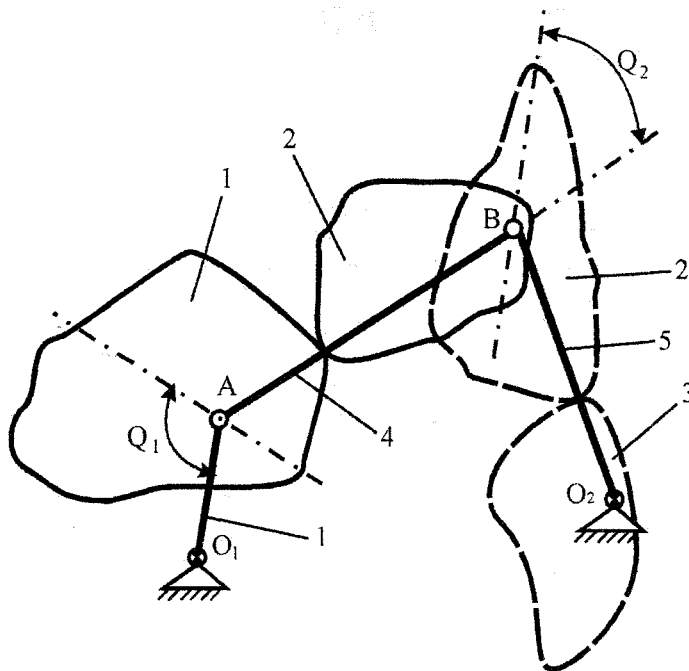


Рис. 1. Обобщенная схема зубчато-рычажного механизма с некруглыми зубчатыми колесами

При аналитическом расчете ЗРМПД, рассматривая каждое из звеньев 4 и 5 вместе со смонтированными на их концах некруглыми колесами как дифференциальную передачу, на основе теоремы Виллиса [1] можно составить следующие кинематические зависимости:

$$\frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = (-1)^a \frac{r_1}{r_2}, \quad (1)$$

$$\frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_2 - \omega_5} = (-1)^a \frac{(r_2)'}{r_3}, \quad (2)$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  – угловые скорости соответствующих звеньев (угловые скорости шатуна 4 и коромысла 5 можно определить известными методами [1]);

$r_1, r_2, (r_2)', r_3$  – мгновенные радиус-векторы центроид соответствующих некруглых колес в точке их касания, отношения  $\frac{r_1}{r_2}$  и  $\frac{(r_2)'}{r_3}$  в общем случае являются переменными величинами, для

которых выполняются условия

$$r_1 + r_2 = AB, \quad (r_2)' + r_3 = BO_3; \quad (3)$$

$a$  – коэффициент, учитывающий вид зацепления зубчатых колес:  $a$  – нечетное при внешнем зацеплении,  $a$  – четное при внутреннем зацеплении.

Решая совместно уравнения (1) и (2), получаем зависимость для определения закона периодического поворота рабочего органа

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} + \omega_4 \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} \left( (-1)^a - \frac{r_1}{r_2} \right) + \omega_5 \left( 1 - (-1)^a \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} \right) \quad (4)$$

и далее находим условие остановки рабочего органа в приводе зубчато-рычажного механизма периодического движения:

$$\omega_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} + \omega_4 \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} \left( (-1)^a - \frac{r_1}{r_2} \right) + \omega_5 \left( 1 - (-1)^a \cdot \frac{(r_2)'}{r_3} \right) = 0. \quad (5)$$



Предлагаемая схема зубчато-рычажных механизмов периодического движения позволяет охватить различные варианты выполнения некруглых зубчатых колес и их зацеплений. Например, если

$$r_2 = (r_2)', \quad \frac{r_1}{r_2} = \text{const} \quad \text{и} \quad \frac{(r_2)'}{r_3} = \text{const},$$

то данный ЗРМПД вырождается в известный трехколесный зубчато-рычажный механизм с круглыми зубчатыми колесами (рис. 2).

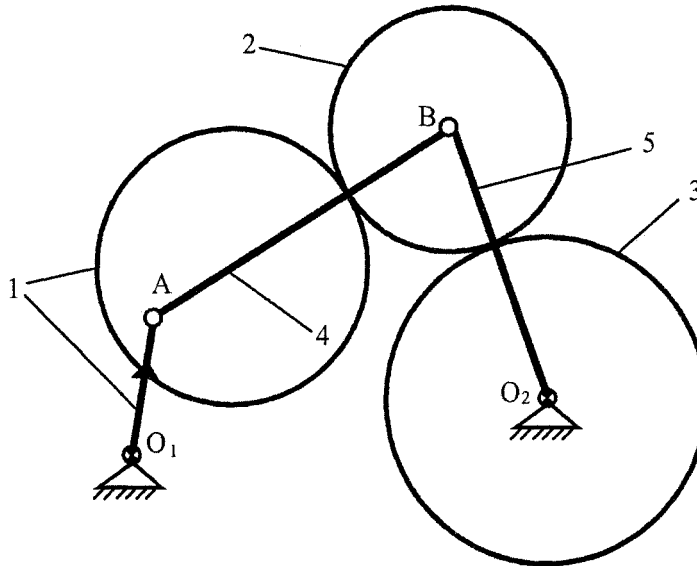


Рис. 2. Схема трехколесного зубчато-рычажного механизма периодического движения с круглыми зубчатыми колесами

В других случаях схема приводится к множеству комбинированных зубчато-рычажных механизмов, содержащих как круглые, так и некруглые зубчатые колеса. Форма некруглых зубчатых колес, входящих в зацепление, может быть разнообразной, но не произвольной. При проектировании некруглых зубчатых колес первоочередной задачей является определение таких сопряженных кривых (центроид относительного движения), которые в процессе зацепления зубьев будут перекатываться друг по другу без скольжения.

Для воспроизведения непрерывного вращательного движения центроиды некруглых зубчатых колес должны представлять собой замкнутые кривые. Ведущая и ведомая центроиды будут замкнутыми в том случае, если при повороте ведущей центроиды на угол  $\varphi_1 = 2\pi$  ведомая центроиды повернется на угол  $\varphi_2 = \frac{2\pi}{n}$ , где  $n$  — целое число (условие замкнутости центроид). При изменении числа  $n$  меняется число периодов изменения передаточного отношения за один оборот ведущей центроиды.

Если через  $r_i$  ( $i=1, 2$ ) обозначим текущие радиус-векторы некруглых колес (рис. 3), то при постоянном межосевом расстоянии  $a_w$  для такого зацепления можно записать

$$r_1 + r_2 = a_w. \quad (6)$$

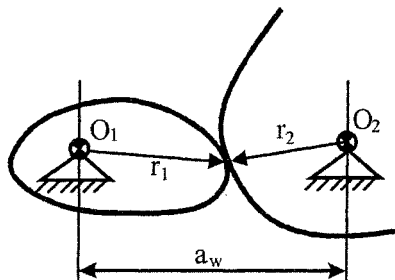


Рис. 3. Центроиды некруглых зубчатых колес

## Расчет и конструирование

Геометрию некруглых колес определяют функция положений

$$\varphi_2 = f(\varphi_1), \quad (7)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – соответствующие углы поворота ведущего и ведомого некруглых колес, и функция передаточного отношения

$$u_{12}(\varphi_1) = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{1}{f'(\varphi_1)} \quad \text{или} \quad u_{21} = f'(\varphi_1), \quad (8)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости ведущего и ведомого некруглых колес.

Используя выражения (6)–(8), можно по заданному межосевому расстоянию и функции передаточного отношения определить радиус-векторы центроид зубчатых колес в зацеплении

$$r_1 = \frac{a_w}{1 + u_{12}(\varphi_1)}, \quad r_2 = a_w \frac{u_{12}(\varphi_1)}{1 + u_{12}(\varphi_1)}. \quad (9)$$

Угол поворота ведущего колеса  $\varphi_1$  является независимой переменной, а угол поворота ведомого колеса  $\varphi_2$  может быть определен из выражения

$$u_{21}(\varphi_1) = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}, \quad (10)$$

откуда

$$\varphi_2 = \int^{\varphi_1} u_{21}(\varphi_1) d\varphi_1. \quad (11)$$

Характер изменения передаточных отношений зависит от формы сопряженных некруглых зубчатых колес, при этом наиболее приемлемой формой (с точки зрения технологичности изготовления) зубчатых колес следует считать эллиптическую или производную от нее [5].

Действительно два равных эллипса 1 и 2 с осями вращения, проходящими через фокусы  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 4), могут быть приняты за центроиды некруглых зубчатых колес, реализующие определенную функцию передаточного отношения.

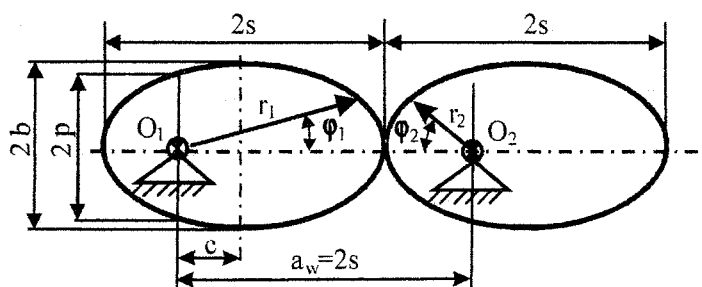


Рис. 4. Эллиптические цилиндрические зубчатые колеса

Обозначим длину большей оси эллипса через  $2s$ , длину малой оси через  $2b$ , длину хорды, проведенной через фокус эллипса перпендикулярно большей оси, через  $2p$ . Тогда уравнение эллипса в полярной форме будет иметь вид:

$$r_1 = \frac{p}{1 - e \cdot \cos \varphi_1}, \quad (12)$$

где  $e = \frac{c}{s}$  – эксцентриситет эллипса,  $\varphi_1$  – полярный угол,  $2s$  – расстояние между фокусами.

С учетом зависимости  $p = s(1 - e^2)$  радиус-вектор центроиды ведущего колеса определяется выражением

$$r_1 = \frac{s(1 - e^2)}{1 - e \cdot \cos \varphi_1}. \quad (13)$$

Радиус-вектор центроиды ведомого колеса

$$r_2 = \frac{s(1 + e^2 - 2e \cdot \cos \varphi_1)}{1 - e \cdot \cos \varphi_1}. \quad (14)$$

Передаточное отношение

$$u_{21}(\varphi_1) = \frac{1 + e^2 - 2e \cdot \cos \varphi_1}{1 - e^2}. \quad (15)$$

Функция положения ведомого колеса при среднем передаточном отношении  $u_{21}(\varphi_1) = 1$  выражается зависимостью

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{u_{12}(\varphi_1)} = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{1+e}{1-e} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \right). \quad (16)$$

Таким образом, выражения (13)–(16) вполне определяют центры сопряженных эллиптических зубчатых колес, которые можно использовать в ЗРМПД.

Следует отметить, что вследствие параллельного включения в рычажную систему механизма эллиптических зубчатых колес ЗРМПД приобретают более широкие кинематические возможности (по сравнению с ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами) за счет установочного варьирования монтажными (фазовыми) углами  $Q_1$  и  $Q_2$  и за счет использования различных законов изменения передаточных отношений зубчатых колес.

Зубчато-рычажные механизмы на основе эллиптических зубчатых колес можно разделить на три типа.

На рис. 5 представлен ЗРМПД первого типа, в котором первая пара зубчатых колес 1 и 2 выполнена в виде сопряженных эллипсов, а вторая пара – в виде круглых зубчатых колес 2' и 3.

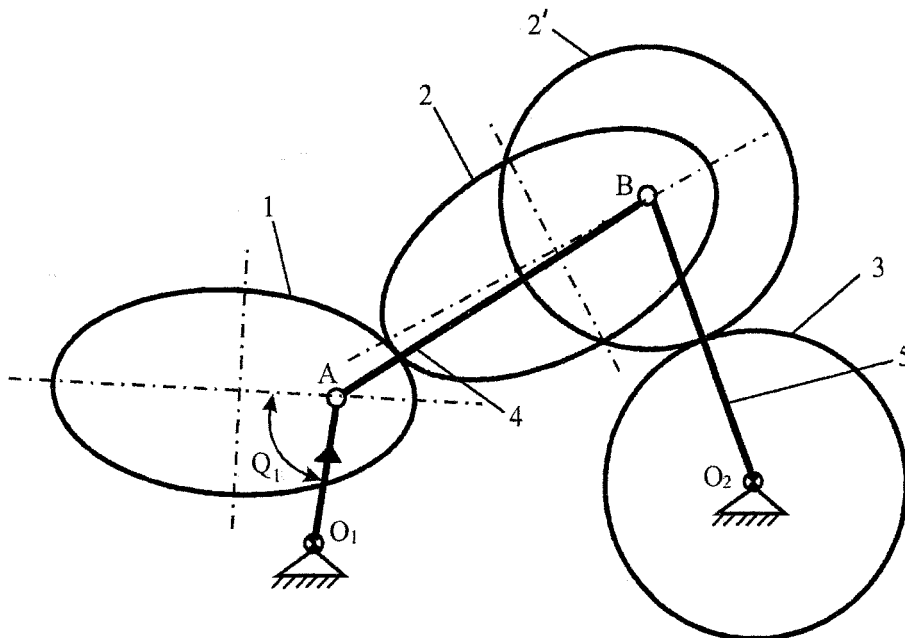


Рис. 5. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения первого типа

Кинематические возможности таких механизмов превышают возможности ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами. Продолжительность выстоя при прочих равных условиях (точность позиционирования, силовые характеристики) увеличена на 40 %, но не превышает  $70^\circ$ – $75^\circ$  угла поворота кривошипа, при котором обеспечивается остановка ведомого колеса 3. Кроме того, наличие в механизме пары эллиптических зубчатых колес обеспечивает возможность регулирования продолжительности выстоя за счет изменения фазового угла  $Q_1$ .

На рис. 6 представлен ЗРМПД второго типа, в котором первая пара зубчатых колес 1 и 2 круглая, а вторая пара выполнена в виде эллиптических зубчатых колес 2' и 3. Продолжительность выстоя таких механизмов в сравнении с ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами увеличена на 80 %, но не превышает  $90^\circ$ – $95^\circ$  угла поворота кривошипа, при котором обеспечивается остановка ведомого колеса 3. Возможность регулирования продолжительности выстоя обеспечивается за счет изменения фазового угла  $Q_2$ .

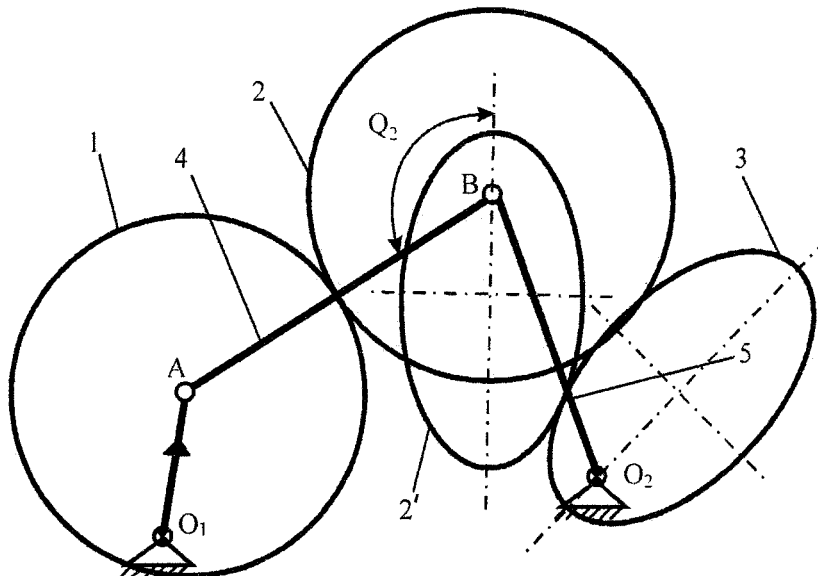


Рис. 6. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения второго типа

ЗРМПД третьего типа изображен на рис. 7.

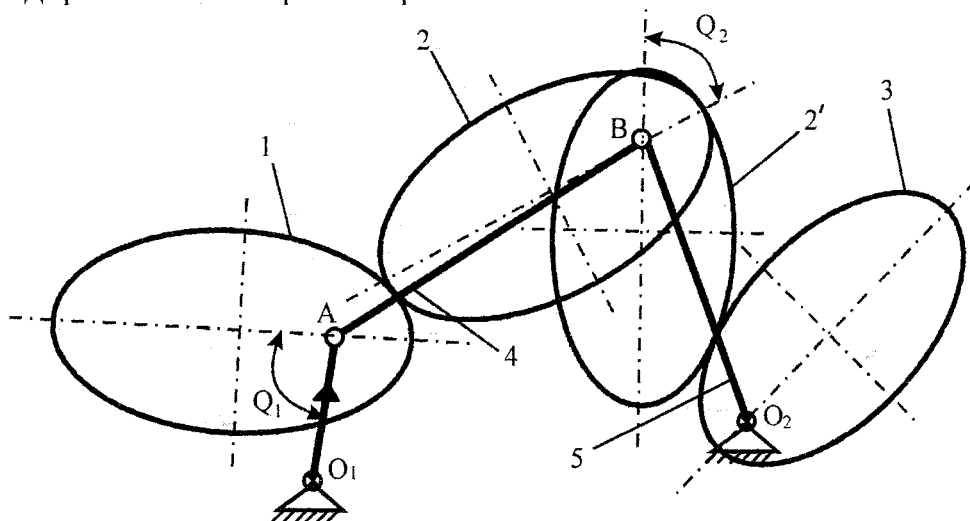


Рис. 7. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения третьего типа

В этих механизмах все зубчатые колеса выполнены в виде попарно сопряженных эллипсов, вследствие чего они обеспечивают продолжительность остановки на 150 % больше, чем ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами. Два фазовых угла  $Q_1$  и  $Q_2$  обеспечивают регулирование продолжительности остановки выходного звена от  $5^\circ$  до  $125^\circ$  без потери силовой и кинематической работоспособности ЗРМПД.

При использовании ЗРМПД в качестве привода револьверного стола, когда выходное колесо служит одновременно револьверным диском, следует учитывать, что передаточное отношение механизма зависит от числа рабочих позиций в револьверном столе. Определим уравнение центроиды для этого случая.

Допустим, если задана одна из центроид (ведущая) и межосевое расстояние, то ведомая центроида и угол поворота ведомого колеса определяется уравнениями

$$r_2 = a_w - r_1, \quad \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1}{a_w - r_1} d\varphi_1. \quad (17)$$

Используя выражение функции положения (16), а также выражения (17), получим

$$\varphi_2 = \frac{2p}{\sqrt{(a_w - p)^2 + p^2 e^2}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{(a_w - p)^2 - a_w^2 e^2}}{a_w (a_w - e) - p} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \right). \quad (18)$$

Итак, согласно условию замкнутости центроид (см. выше), выражение (18) можно представить в виде

$$n = \frac{\sqrt{(a_w - p)^2 - a_w^2 e^2}}{p}, \quad (19)$$

откуда для межосевого расстояния получим

$$a_w = \frac{p}{1 - e^2} \left( 1 + \sqrt{1 + (n^2 - 1)(1 - e^2)} \right) \quad (20)$$

и уравнение ведомой центроиды определяется по зависимостям (17).

Таким образом, значение  $n$  в выражении (20) фактически характеризует число позиций поворотного стола, для случая, когда выходное зубчатое колесо служит револьверным диском.

На рис. 8 изображен зубчато-рычажный механизм периодического движения третьего типа, отличающийся от ЗРМПД, изображенного на рис. 7, тем, что зацепление зубчатых колес 2' и 3 выполнено при среднем передаточном отношении  $n=2$ .

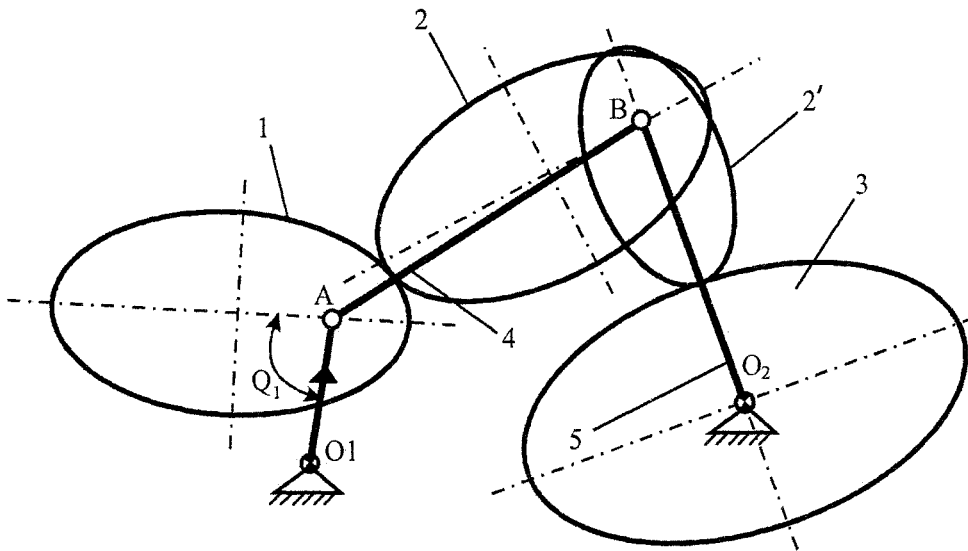


Рис. 8. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения по схеме третьего типа для двухпозиционного револьверного стола

Возможности представленного ЗРМПД позволяют использовать его в качестве регулируемого привода двухпозиционного револьверного питателя машины-автомата, обеспечивающего продолжительность остановки выходного звена от  $10^\circ$  до  $90^\circ$  угла поворота кривошипа при максимально допустимом угле давления  $\alpha_{\max} = 45^\circ$  и точности позиционирования ведомого звена  $\Delta\varphi_{\text{з.доп}} = 0,5^\circ$ .

### Выводы

1. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения позволяют осуществлять остановку ведомого звена без разрыва кинематической цепи, обеспечивая передачу значительных нагрузок с высокой надежностью.
2. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения обеспечивают остановку ведомого звена без использования дополнительных фиксирующих устройств, что ведет к упрощению конструкции, повышая технологичность изготовления.
3. Применение некруглых (в частности эллиптических) зубчатых колес в зубчато-рычажных механизмах периодического движения обеспечивает увеличение продолжительности остановки на 150 % больше, чем ЗРМПД, в котором все зубчатые колеса выполнены круглыми.

## Расчет и конструирование

4. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения на основе эллиптических зубчатых колес обеспечивают возможность регулирования продолжительности останова во всем диапазоне регулирования без потери силовой и кинематической работоспособности.

### Литература

1. Кожевников, С.Н. Механизмы (справочник) / С.Н. Кожевников. – М.: Машиностроение, 1965. – 460 с.
2. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – М.: Высшая школа, 1985.
3. Пожбелко, В.И. Структура и кинематические возможности трехколесного зубчато-рычажного механизма периодического поворота / В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.И. Ахметшин // Материалы II международной конференции «Проблемы механики современных машин». – Т. 1. – Улан-Удэ: ВСГТУ, 2003. – С. 35–39.
4. Пат. RU 2285168 С1, МПК F16H 27/04. Способ и устройство регулирования угла выстоя зубчато-рычажного механизма / В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.И. Ахметшин; заявлено 22.03.2005; опубл. 10.10.2006. Бюл. № 28.
5. Литвин, Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса / Ф.Л. Литвин. – М.: Машигиз, 1956.

## ОЦЕНКА ВЕЛИЧИН ДОПУСКОВ ПАРАМЕТРОВ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ ПО ДИСПЕРСИИ ЕГО НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

С.Г. Дадаев

Приводятся теоретические положения и методика назначения допусков параметров подшипников скольжения при их серийном изготовлении. На примере ступенчатого подшипника скольжения с несжимаемой смазкой рассчитываются допуски параметров для различных законов распределения случайных величин.

При серийном изготовлении подшипников скольжения их геометрические и другие параметры оказываются случайными величинами, которые располагаются в соответствующих полях допусков. Для обоснованного назначения допусков геометрических и других параметров подшипников скольжения необходимо установить связи между случайными отклонениями параметров от номинальных и случайными отклонениями их характеристик.

Если рассматривать геометрические и другие параметры подшипников скольжения как случайные непрерывные величины, то его характеристики будут функциями случайных величин и поэтому также должны рассматриваться как случайные непрерывные величины.

Пусть имеется [1] непрерывная функция  $U$  случайных переменных  $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$U = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

и пусть известны неслучайные характеристики случайных аргументов  $X_i$ : математические ожидания  $\mathbf{M}X_i = \nu_{X_i}$  (МО), дисперсии  $\mathbf{D}X_i = \sigma_{X_i}^2$  ( $\sqrt{\mathbf{D}X_i} = \sigma_{X_i}$  – среднее квадратическое отклонение (СКО)) и ковариации (корреляционные моменты)  $\text{cov}(X_i, X_j), i \neq j$ . Точное вычисление неслучайных характеристик  $\mathbf{M}U$  и  $\mathbf{D}U$  для случайной величины  $U$  практически невыполнимо, так как определить закон распределения  $U$  в общем случае невозможно.

Однако в том случае, когда массы вероятности распределения  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  сконцентрированы в основном в малой окрестности точки  $P(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, \dots, \nu_{X_n})$  – общего центра, как это часто бывает на практике [1], можно с некоторой точностью заменить функцию  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  её линейным приближением в разложении Тейлора около точки  $P$ :

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) \cong f(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, \dots, \nu_{X_n}) + \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_P (X_1 - \nu_{X_1}) + \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_P (X_2 - \nu_{X_2}) + \dots, \quad (2)$$

где  $\left. \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_P$  обозначает, что в частной производной аргументы  $X_i$  заменены их математическими ожиданиями  $\nu_{X_i}$ .

Следуя [1] и приравнявая математические ожидания правой и левой частей равенства (2), получаем

$$\mathbf{M}U \cong \mathbf{M}f(X_1, X_2, \dots, X_n) \cong f(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, \dots, \nu_{X_n}). \quad (3)$$

Опираясь на свойство дисперсии и теорему о дисперсии суммы [1] из равенства (2), находим

$$\mathbf{D}U = \sigma_U^2 \cong \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_1}^2 + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_2}^2 + \dots + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_n} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_n}^2 + 2 \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_P \right) \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_P \right) \text{cov}(X_1, X_2) + \dots \quad (4)$$

В случае, когда аргументы  $X_i$  независимые случайные величины (или они слабо коррелированы), для дисперсии функции  $U$  будем иметь:

$$\mathbf{D}U = \sigma_U^2 \cong \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_1}^2 + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_2}^2 + \dots + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_n} \right|_P \right)^2 \cdot \sigma_{X_n}^2. \quad (5)$$

## Расчет и конструирование

Поставим задачу оценить дисперсию (или СКО) несущей способности ступенчатого подшипника скольжения с несжимаемой смазкой (рис. 1).

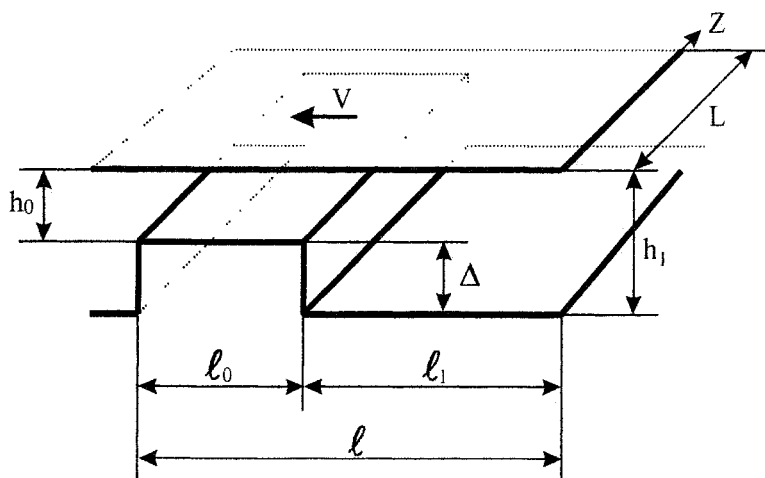


Рис. 1. Схема ступенчатого подшипника скольжения

Для несжимаемой смазки (малые скорости скольжения  $V$ ) безразмерная величина  $K_H$  несущей способности  $W$ , приходящаяся на единицу длины подшипника в направлении оси  $Z$ , равна [2]

$$K_H = \frac{W}{p_a \ell L} = \frac{3\mu V \ell}{p_a h_0^2} \cdot f(m, n), \quad (6)$$

где

$$f(m, n) = \frac{m-1}{m^3 \frac{n+1}{n} + n+1}; \quad m = 1 + \frac{\Delta}{h_0}; \quad n = \frac{\ell}{\ell_0} - 1. \quad (7)$$

В работе [2] найдены оптимальные значения  $m_{\text{опт}} = 1,866$  и  $n_{\text{опт}} = 2,549$ , определяющие максимум безразмерной несущей способности  $K_H$ . Находим оптимальные

$$\Delta_{\text{опт}} = h_0 \cdot 0,866 \quad \text{и} \quad \ell_{0\text{опт}} = \frac{\ell}{3,549}. \quad (8)$$

Для удобства расчетов представим  $K_H$  в виде

$$K_H = \chi \cdot \left( \frac{C}{h_0} \right)^2 \cdot \frac{f(m, n)}{2}, \quad (9)$$

где  $\chi = \frac{6\mu V \ell}{p_a C^2}$  – параметр сжимаемости [2];  $C$  – масштаб длины.

В качестве независимых случайных величин будем рассматривать параметры  $\Delta$ ,  $\ell_0$ ,  $h_0$  – высоту ступени, ширину ступени и зазор между валом и втулкой.

Для конкретных вычислений примем:  $\chi = 5,0$ ;  $\ell = 15$  мм;  $C = 10$  мкм.

1. Допустим, что математические ожидания параметров не совпадают с их оптимальными значениями.

Пусть  $Mh_0 = 8$  мкм;  $M\Delta = 4$  мкм;  $M\ell_0 = 8$  мм. Средние квадратические отклонения примем равными:  $\sigma_{h_0} = 1$  мкм;  $\sigma_{\Delta} = 0,5$  мкм;  $\sigma_{\ell_0} = 1$  мм, что составляет 12,5 % от математических ожиданий.

Результат расчёта: математическое ожидание безразмерной несущей способности  $MK_H = 0,21446$ , производные  $\left. \frac{\partial K_H}{\partial h_0} \right|_v = -0,05914 \frac{1}{\text{мкм}}$ ;  $\left. \frac{\partial K_H}{\partial \Delta} \right|_v = 0,01104 \frac{1}{\text{мкм}}$ ;



$\left. \frac{\partial K_n}{\partial \ell_0} \right)_v = -0,01881 \frac{1}{\text{мм}}$ ; дисперсия  $DK_n = 0,003882$ ; среднее квадратическое отклонение  $\sigma_{K_n} = 0,06231$ , что составляет 29 % величины несущей способности и что следует считать недопустимо большой величиной.

Предположим, что средние квадратические отклонения параметров уменьшились на порядок, т. е.  $\sigma_{h_0} = 0,1 \text{ мкм}$ ;  $\sigma_{\Delta} = 0,05 \text{ мкм}$ ;  $\sigma_{\ell_0} = 0,1 \text{ мм}$ .

Результат расчёта: математическое ожидание безразмерной несущей способности  $MK_n = 0,21446$ , производные  $\left. \frac{\partial K_n}{\partial h_0} \right)_v = -0,05914 \frac{1}{\text{мкм}}$ ;  $\left. \frac{\partial K_n}{\partial \Delta} \right)_v = 0,01104 \frac{1}{\text{мкм}}$ ;

$\left. \frac{\partial K_n}{\partial \ell_0} \right)_v = -0,01881 \frac{1}{\text{мм}}$ ; дисперсия  $DK_n = 0,00003882$ ; среднее квадратическое отклонение  $\sigma_{K_n} = 0,006231$ , что составляет 2,9 % величины несущей способности и что можно считать приемлемым.

2. Допустим, что математические ожидания параметров совпадают с их оптимальными номинальными значениями  $M\Delta = 6,928 \text{ мкм}$ ;  $M\ell_0 = 4,227 \text{ мм}$ . Оставим те же величины средних квадратических отклонений параметров, что и в первом случае:  $\sigma_{h_0} = 1 \text{ мкм}$ ;  $\sigma_{\Delta} = 0,5 \text{ мкм}$ ;  $\sigma_{\ell_0} = 1 \text{ мм}$ .

Результаты расчёта:  $MK_n = 0,26858$  совпадает с номинальным оптимальным значением;  $\left. \frac{\partial K_n}{\partial h_0} \right)_v = -0,06715 \frac{1}{\text{мкм}}$ ;  $\left. \frac{\partial K_n}{\partial \Delta} \right)_v = 0,86 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мкм}}$ ;  $\left. \frac{\partial K_n}{\partial \ell_0} \right)_v = -0,353 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{мм}}$ ;  $DK_n = 0,004509$ ;  $\sigma_{K_n} = 0,06715$ , что составляет 25% величины несущей способности и что следует также считать недопустимо большой величиной. Однако эта большая величина обусловлена, как нетрудно увидеть, только большой величиной СКО параметра  $h_0$ . СКО двух других параметров практически не влияют на СКО несущей способности, так как производные по этим параметрам весьма малы из за того, что МО этих параметров совпали с их номинальными оптимальными значениями. Отсюда вытекает вывод: чем ближе МО параметров к их оптимальным номинальным значениям, тем меньше СКО характеристики от оптимального значения. При этом требования к СКО параметров, доставляющих экстремум характеристике, становятся менее жёсткими.

Определив приемлемые СКО параметров для приемлемого СКО характеристики, можно назначить допуски на параметры, если известен закон распределения параметра как случайной величины.

Если закон распределения равномерный (рис. 2), то  $\frac{a+b}{2} = \nu_{h_0} = Mh_0 = 8 \text{ мкм}$  и  $Dh_0 = \frac{(b-a)^2}{12} = 0,01 \text{ мкм}^2$ . Решая эти уравнения совместно, находим:  $a = 8 - 0,173 \text{ мкм}$ ,  $b = 8 + 0,173 \text{ мкм}$ . Получается симметричное поле допуска  $0,346 \text{ мкм}$ .

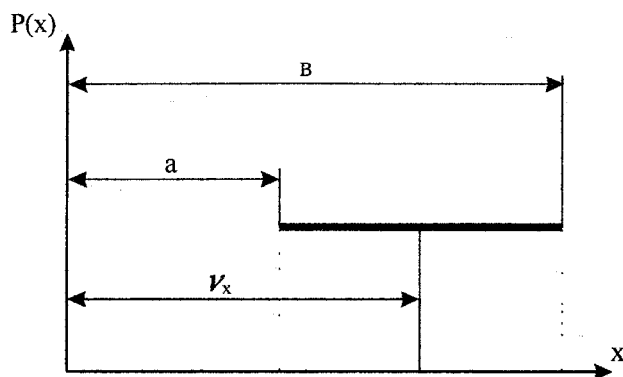


Рис. 2. Равномерный закон распределения случайной величины

При нормальном законе распределения поле допуска может быть назначено в виде  $(8-3\sigma, 8+3\sigma)$  при доверительной вероятности попадания размера в поле допуска 0,9973, или в виде  $(8-2\sigma, 8+2\sigma)$  при доверительной вероятности попадания в поле допуска 0,9500.

### Заключение

Рассматриваемый подход к назначению полей допусков на параметры подшипников скольжения может быть распространён и на случай, когда рассматривается оптимизация не по одному, а по нескольким критериям.

### Литература

1. Смирнов, Н.И. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.И. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – 3-е изд., стереот. – М.: Наука, 1969. – 512 с.
2. Опоры скольжения с газовой смазкой / С.А. Шейнберг, В.П. Жедь, М.Д. Шишеев и др.; под ред. С.А. Шейнберга. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1979. – 336 с.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭЖЕКЦИИ В ЖИДКОСТНОМ СТРУЙНОМ НАСОСЕ

*Е.К. Спиридонов, А.А. Дурасов*

Предложена уточненная физико-математическая модель рабочего процесса струйного насоса. На её основе рассчитаны и проанализированы характеристики рабочего процесса при запуске струйного насоса. Показано, что выход эжектора на стационарный режим работы сопровождается выбросом жидкости в приёмную камеру насоса на начальной стадии переходного процесса, а при определённом наборе параметров коэффициенты эжекции, достигнутые в переходном процессе, значительно превышают таковые при установившемся режиме работы устройства.

Среди гидро- и газодинамических машин струйные насосы (эжекторы) принадлежат к числу наиболее распространённых. Если учесть, что эжекторы, выполняя определённые технологические функции, работают в гидросистемах, как правило, непрерывно и длительное время, то даже незначительное повышение их эффективности приводит в итоге к существенной экономии энергии и рабочей среды (жидкой или газообразной).

Эффективное применение струйного насоса в гидросистемах требует глубокого знания гидродинамики рабочего процесса, статических и динамических характеристик аппарата. К настоящему времени для стационарных (неизменяемых во времени) режимов работы создана достаточно корректная теория эжекционных устройств с жидкими активной и пассивной средами [1–3]. Однако в большинстве гидросистем эжекторы продолжительное время работают в нестационарных условиях, например, при запуске системы или в процессе ее регулирования.

Одной из первых и содержательных работ, посвящённых моделированию нестационарной эжекции, является статья [4]. В ней анализируется физический процесс, происходящий в эжекторе при импульсно периодическом течении активной среды.

Одномерная физико-математическая модель нестационарной эжекции, полученная на основе уравнений баланса расходов и энергии потоков жидкости в смесительной камере, а также уравнений Бернулли для неустановившихся потоков в соплах и диффузоре, представлена в статье [5]. Однако эта модель требует уточнения по причине того, что в ней не учитывается знакопеременное течение жидкости на начальном этапе работы насоса. Наряду с этим заметим, что в данной публикации отсутствует численный анализ рабочего процесса эжектора при неустановившемся режиме его работы.

Исходя из вышеизложенного, составим уточнённую физико-математическую модель нестационарной эжекции и на её основе выполним численный анализ рабочего процесса в струйном насосе.

Принципиальная схема эжектора приведена на рис. 1. Струя активной (высоконапорной) жидкости устремляется из сопла 1 в рабочую камеру 3 и увлекает за собой пассивную (низконапорную) жидкость из приёмной камеры 2. В рабочей камере активная струя, смешиваясь с пассивным потоком, передает ему часть своей энергии. В результате полный напор (удельная механическая энергия) у активного потока снижается, а у пассивного растёт. В диффузоре 4 скоростной напор потока смеси частично преобразуется в статический.

В связи со сложностью гидромеханического процесса, происходящего в проточной части струйного насоса при неустановившемся режиме его работы, математическую модель нестационарной эжекции составим для упрощённой физической модели явления, основанной на следующих допущениях: срез сопла располагается во входном сечении цилиндрической рабочей камеры смешения (см. рис. 1), активная и пассивная жидкости являются несжимаемыми и однородными, процесс смешения сред целиком завершается к выходному сечению смесительной камеры, мгновенные поля скоростей на срезе сопла, границах камеры смешения и диффузора являются равномерными [5–7].

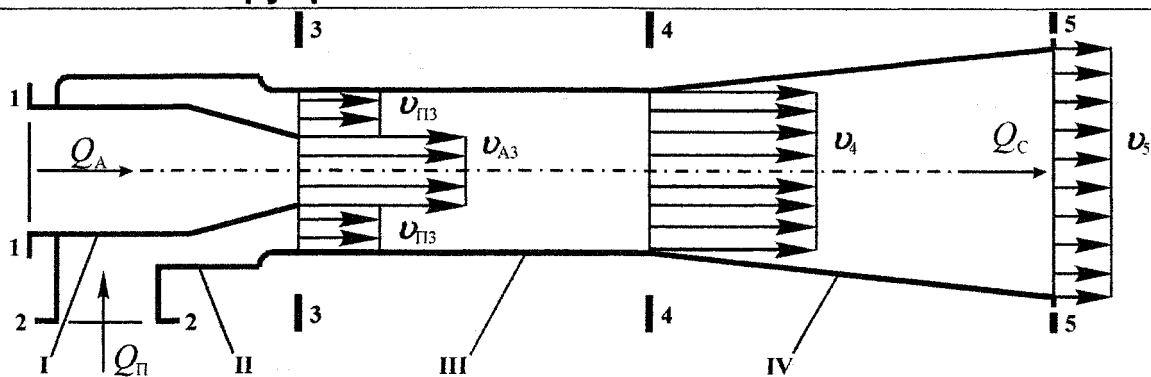


Рис. 1. Принципиальная схема насоса: I – сопло; II – приёмная камера; III – камера смешения; IV – диффузор

В работе [5] на основе уравнений баланса расходов и механической энергии в смесительной камере при неустановившемся истечении было получено выражение для повышения давления в смесительной камере аппарата:

$$p_4 - p_3 = \rho \cdot v_4 \left( \frac{v_{A3} \cdot Q_A + v_{П3} \cdot Q_П}{Q_C} - v_4 \right) - \xi_{34} \cdot \frac{\rho \cdot v_4^2}{2} - \rho \cdot l_{34} \cdot \frac{\rho \cdot dv_4}{dt}, \quad (1)$$

где  $\xi_{34}$ ,  $l_{34}$  – коэффициент гидравлического сопротивления и инерционная длина рабочей камеры;  $v_{A3}$ ,  $v_{П3}$ ,  $v_4$  – скорости активного и пассивного потоков в сечении 3–3 и скорость потока смеси в сечении 4–4 соответственно.

Уравнения Бернулли для нестационарных потоков жидкости в соплах и диффузоре [8] имеют вид

$$\bar{p}_1 = p_3 + (1 + \xi_{13}) \cdot \frac{\rho \cdot v_{A3}^2}{2} + \rho \cdot l_{1-3} \cdot \frac{dv_{A3}}{d\tau}; \quad (2)$$

$$\bar{p}_5 = p_4 + (1 - \xi_{45}) \cdot \frac{\rho \cdot v_4^2}{2} - \rho \cdot l_{1-3} \cdot \frac{dv_4}{d\tau}. \quad (3)$$

Здесь  $p_i$  – статическое давление в живом сечении проточной части эжектора;  $i = 1 \dots 5$  – номер сечения на принципиальной схеме (см. рис. 1);  $\bar{p}_i = p_i + 0,5 \cdot \rho \cdot v_i^2$  – полное давление потока жидкости перед соплом (в сечении  $i = 1$ ) и на выходе диффузора (в сечении  $i = 5$ );  $v_i$  – средняя по сечению скорость движения жидкости в подводящей (сечение  $i = 1$ ) и отводящей (сечение  $i = 5$ ) гидролиниях;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\xi_{13}$ ,  $\xi_{45}$  – коэффициенты гидравлического сопротивления активного сопла и диффузора струйного насоса;  $l_{1-3}$  и  $l_{4-5}$  – инерционные длины соплового устройства и диффузора соответственно.

Полное давление неустановившегося потока на входе в приёмную камеру  $\bar{p}_2$  зависит от направления течения жидкости и находится по уравнению Бернулли:

– для случая течения жидкости из приёмной камеры в смесительную

$$\bar{p}_2 = p_3 + (1 + \xi_{23}) \cdot \frac{\rho \cdot v_{П3}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_{2-3};$$

– для случая течения жидкости из смесительной камеры в приёмную

$$\bar{p}_2 = p_3 + (1 - \xi_{23}) \cdot \frac{\rho \cdot v_{П3}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_{2-3}.$$

Здесь  $h_{2-3}$  – инерционный напор пассивного потока во входном участке смесительной камеры;  $\xi_{23}$ ,  $\xi_{32}$  – коэффициенты гидравлического сопротивления входного участка смесительной камеры (пассивного сопла) струйного насоса при течении жидкости из приёмной камеры в смесительную и наоборот соответственно, в дальнейших расчётах примем коэффициенты  $\xi_{23}$  и  $\xi_{32}$  одинаковыми.

Объединив последние два уравнения в одно, получим выражение полного давления в приёмной камере:

$$\bar{p}_2 = p_3 + \frac{\rho \cdot v_{П3}^2}{2} + \xi_{23} \cdot \frac{\rho \cdot v_{П3}}{2} \cdot |v_{П3}| + \rho \cdot g \cdot h_{2-3}. \quad (4)$$

Выразим из уравнения (4) давление  $p_3$  на входе в камеру смешения через полное давление  $\bar{p}_2$  пассивного потока перед эжектором, а из уравнения (3) давление  $p_4$  на выходе камеры через полное давление  $\bar{p}_5$  потока смеси за эжектором. При этом инерционным напором  $h_{2-3}$  пассивного потока во входном участке смесительной камеры пренебрежем. Полученные соотношения подставим в выражение (1). После преобразований приходим к дифференциальному уравнению

$$\bar{p}_5 - \bar{p}_2 = \Omega \cdot \rho \cdot v_{A3}^2 + \frac{\rho \cdot v_{П3}^2}{2} \cdot [1 - 2 \cdot \Omega] - \xi_{23} \cdot \frac{\rho \cdot v_{П3}}{2} \cdot |v_{П3}| - \frac{\rho \cdot v_4^2}{2} \cdot (1 + \xi_{35}) - \rho \cdot (l_{34} + l_{45}) \cdot \frac{dv_4}{dt}, \quad (5)$$

которое устанавливает взаимосвязь между повышением полного давления в эжекторе ( $\bar{p}_5 - \bar{p}_2$ ) и кинематикой потоков во входном ( $i = 3$ ) и выходном ( $i = 4$ ) сечениях смесительной камеры аппарата, а также его геометрическими параметрами  $\Omega$ ,  $l_{34}$  и  $l_{45}$ . Величина  $\xi_{35} = \xi_{34} + \xi_{45}$  – суммарный коэффициент гидравлического сопротивления рабочей камеры и диффузора. Относительная площадь сопла  $\Omega = A_C / A_3$  – отношение площадей среза сопла и нормального сечения смесительной камеры.

Наконец, почленно вычитая из уравнения (2) уравнение (4) и пренебрегая, как и прежде, инерционным напором  $h_{2-3}$ , получим выражение для перепада полных давлений активного и пассивного потоков перед эжектором:

$$\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = (1 + \xi_{13}) \cdot \frac{\rho \cdot v_{A3}^2}{2} - \frac{\rho \cdot v_{П3}^2}{2} - \xi_{23} \cdot \frac{\rho \cdot v_{П3}}{2} \cdot |v_{П3}| + \rho \cdot l_{13} \cdot \frac{dv_{A3}}{dt}. \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) в рамках принятых допущений описывают рабочий процесс в струйном насосе при неустановившемся режиме его работы.

Динамические характеристики нестационарной эжекции удобно анализировать в безразмерных координатах. Для этого уравнения (5) и (6) приведем к безразмерному виду. В качестве базовых величин примем инерционную длину  $l_{13}$  канала активного потока, площадь поперечного сечения смесительной камеры  $A_3$ , скорость установившегося истечения активной жидкости из сопла в смесительную камеру при давлении на срезе сопла, равном полному давлению  $\bar{p}_2$  пассивного потока перед эжектором

$$U = \sqrt{\frac{2 \cdot (\bar{p}_1 - \bar{p}_2)}{\rho \cdot (1 + \xi_{13})}}.$$

Уравнения (5) и (6) после преобразований и перехода к безразмерным величинам сведутся к следующим системам дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} 2 \cdot \frac{d\varphi_{A3}}{d\tau} = (1 + \xi_{13}) \cdot (1 - \varphi_{A3}^2) + \varphi_{П3}^2 + \xi_{23} \cdot \varphi_{П3} \cdot |\varphi_{П3}|; \\ 2 \cdot \chi \cdot \frac{d\varphi_4}{d\tau} = -h \cdot (1 + \xi_{13}) + 2 \cdot \Omega \cdot \varphi_{A3}^2 - \varphi_4^2 \cdot (1 + \xi_{35}) + \varphi_{П3}^2 (1 - 2 \cdot \Omega) - \xi_{23} \cdot \varphi_{П3} \cdot |\varphi_{П3}|; \\ \varphi_4 = \Omega \cdot \varphi_{A3} + (1 - \Omega) \cdot \varphi_{П3} \end{cases} \quad (7)$$

и

$$\begin{cases} h = \frac{2\Omega + (\alpha^2(1 - 2\Omega) - \xi_{23}\alpha|\alpha|) \left(\frac{\Omega}{1 - \Omega}\right)^2 - \Omega^2(1 + \xi_{35})(1 + \alpha)^2 - \frac{2\Omega \cdot \chi}{q^2} \left[ (1 + \alpha) \frac{dq}{d\tau} + q \frac{d\alpha}{d\tau} \right]}{1 + \xi_{13} + \frac{2}{q^2} \cdot \frac{dq}{d\tau} - \left(\frac{\alpha \cdot \Omega}{1 - \Omega}\right)^2 - \xi_{23} \cdot \alpha \cdot |\alpha| \cdot \left(\frac{\Omega}{1 - \Omega}\right)^2}, \\ 2 \cdot \frac{dq}{d\tau} = 1 + \xi_{13} - q^2 \cdot \left[ 1 + \xi_{13} - \left(\frac{\alpha \cdot \Omega}{1 - \Omega}\right)^2 - \xi_{23} \cdot \alpha \cdot |\alpha| \cdot \left(\frac{\Omega}{1 - \Omega}\right)^2 \right]. \end{cases} \quad (8)$$

## Расчет и конструирование

Здесь  $\tau = t \cdot U / l_{13}$  – относительное время;  $\chi = (l_{34} + l_{45}) / l_{13}$  – отношение суммы инерционных длин смесительной камеры и диффузора к инерционной длине сопла;  $\varphi_{A3} = v_{A3} / U$ ,  $\varphi_4 = v_4 / U$ ,  $\varphi_{П3} = v_{П3} / U$  – относительные скорости активного и пассивного потоков в сечении 3–3, а также потока смеси в выходном сечении 4–4 смесительной камеры струйного насоса (см. рис. 1) соответственно;  $q = Q_A / (A_C \cdot U)$  – относительный расход активного потока;  $\alpha = Q_{П} / Q_A$  – коэффициент эжекции и  $h = (\bar{p}_5 - \bar{p}_2) / (\bar{p}_1 - \bar{p}_2)$  – относительное повышение полного давления (относительный напор) в эжекторе, основные безразмерные параметры, характеризующие производительность струйного насоса. Третье уравнение системы (7) получено на основании баланса расходов [5, 6].

При установившемся режиме работы струйного насоса производные  $dq/d\tau = d\alpha/d\tau = 0$  и система (8) после некоторых преобразований сводится к одному алгебраическому уравнению, описывающему в безразмерных координатах процесс стационарной эжекции [3]:

$$h = \frac{2\Omega + (1 - 2\Omega - \xi_{23}) \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \Omega}{1 - \Omega}\right)^2 - \Omega^2 (1 + \xi_{35}) \cdot (1 + \alpha)^2}{1 + \xi_{13} - \left(\frac{\alpha \cdot \Omega}{1 - \Omega}\right)^2 \cdot (1 + \xi_{23})} \quad (9)$$

Зависимости (7) позволяют определить относительные скорости активного и пассивного потоков в сечении 3–3, а также потока смеси в выходном сечении 4–4 смесительной камеры струйного насоса. Система дифференциальных уравнений (8) позволяет рассчитать безразмерные динамические характеристики, а уравнение (9) – безразмерные статические характеристики жидкостного струйного насоса.

Статические напорные характеристики жидкостного эжектора показаны на рис. 2. Они построены при нескольких относительных площадях сопла  $\Omega$  и фиксированных коэффициентах сопротивления: сопла  $\xi_{13} = 0,1$ ; входного участка камеры смешения  $\xi_{23} = 0,1$ ; смесительной камеры и диффузора  $\xi_{35} = \xi_{34} + \xi_{45} = 0,18$ . Видно, что с увеличением коэффициента эжекции относительный напор  $h$  снижается вплоть до нуля при достижении максимальной величины  $\alpha$ .

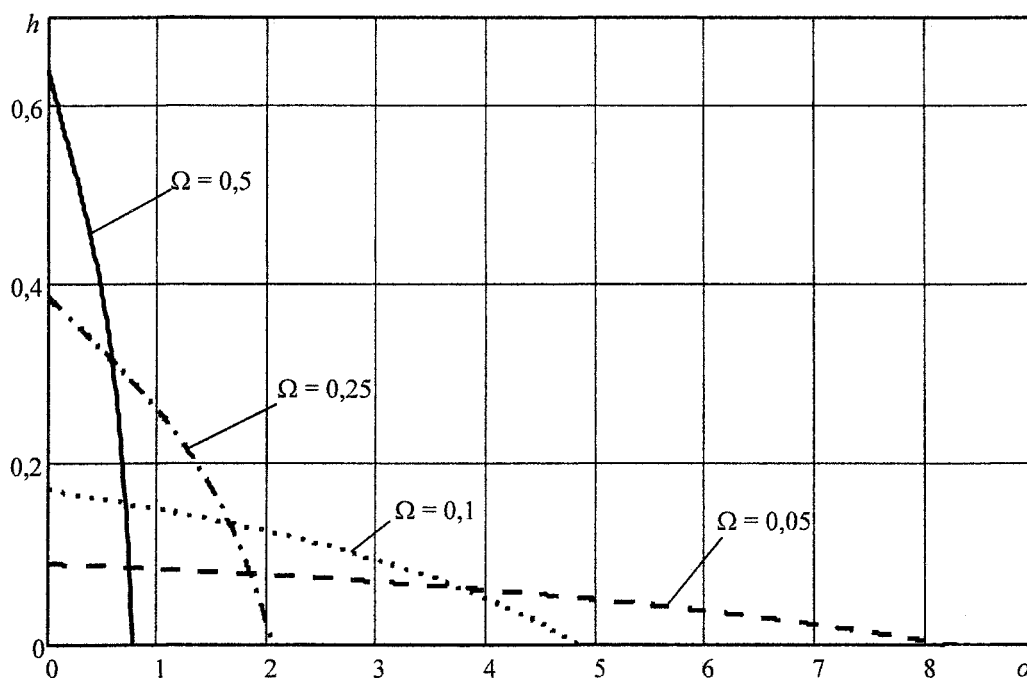


Рис. 2. Статические безразмерные характеристики струйного насоса

Закономерности изменения относительных скоростей потоков жидкости в проточной части аппарата при прежних значениях коэффициентов потерь  $\xi_{13}$ ,  $\xi_{23}$ ,  $\xi_{35}$  в элементах проточной части приведены на рис. 3, 4. Они иллюстрируют в безразмерных координатах переходный про-

цесс, связанный с выходом эжектора на стационарный режим при внезапном нагружении его относительным напором  $h = 0,08$ . Причем этот напор принят удовлетворяющим всему диапазону значений геометрического параметра  $\Omega$  на основании статической характеристики аппарата, представленной выше. Сопоставляя графики, видим, что по истечении переходного процесса относительные скорости активного, пассивного и смешанного потоков приближаются к значениям, соответствующим установившемуся режиму работы. Отрицательные значения относительной скорости пассивного потока обусловлены выбросом части жидкости из смесительной камеры в приемную, поскольку на начальной стадии переходного процесса разгон инертной массы в камере смешения и диффузоре отстает от разгона активной жидкости в сопловом устройстве.

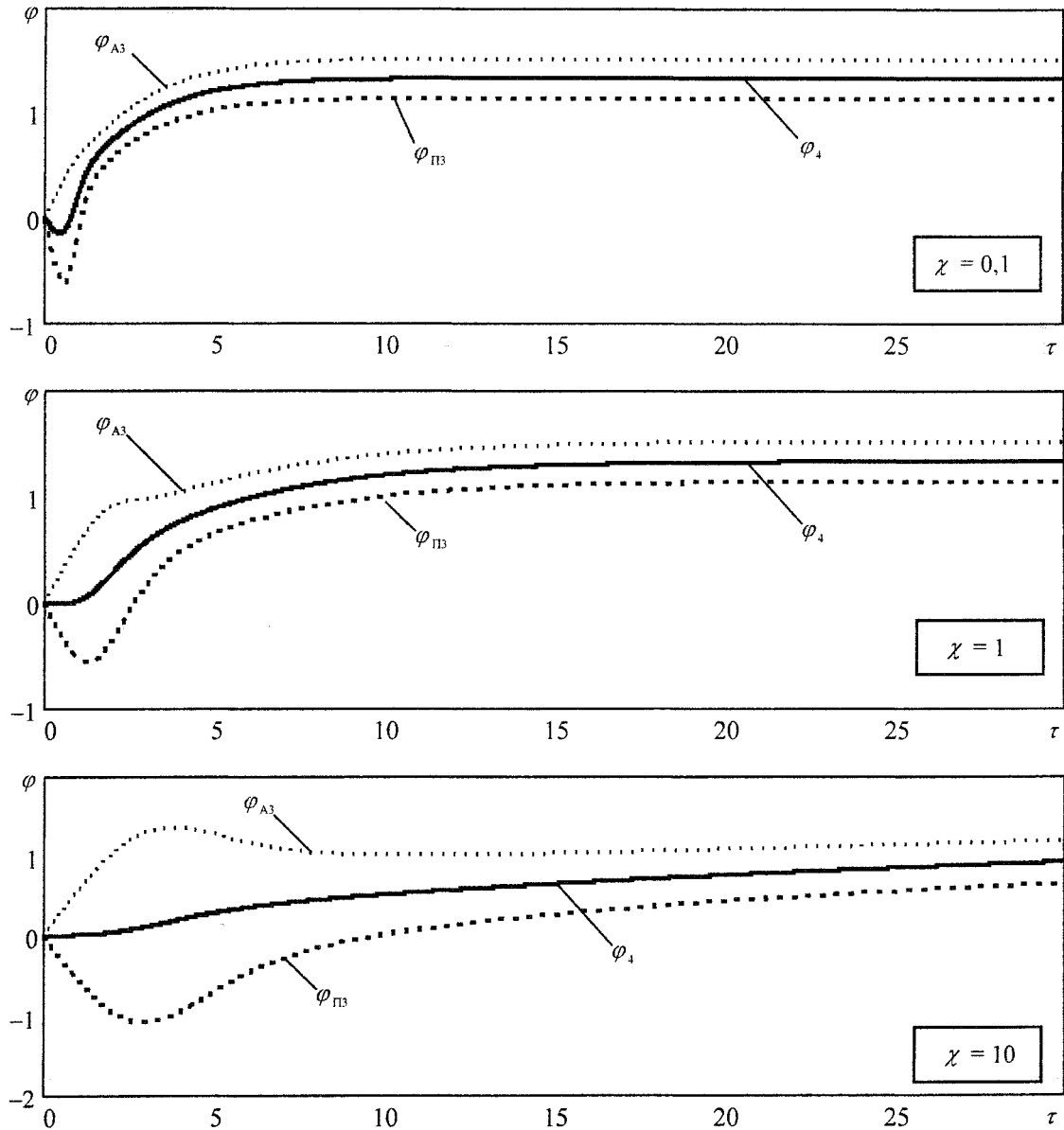


Рис. 3. Влияние отношения инерционных длин проточной части аппарата на относительные скорости потоков жидкости в эжекторе

Влияние отношения инерционных длин проточной части аппарата  $\chi$  на относительные скорости потоков жидкости в проточной части аппарата показано на рис. 3. Величина относительной площади сопла при этом постоянна и равна  $\Omega = 0,5$ . При сопоставлении графиков видно, что с ростом  $\chi$  на кривой  $\varphi_{A3} = f(\tau)$  в период разгона появляются максимумы, и одновременно увеличивается время переходного процесса. Это явление объясняется тем, что возрастает масса жидкости, находящаяся в рабочей камере аппарата по отношению к массе жидкости в сопловом

## Расчет и конструирование

устройстве, и, соответственно, увеличивается время динамического воздействия струи активного потока необходимого, для разгона потока смеси.

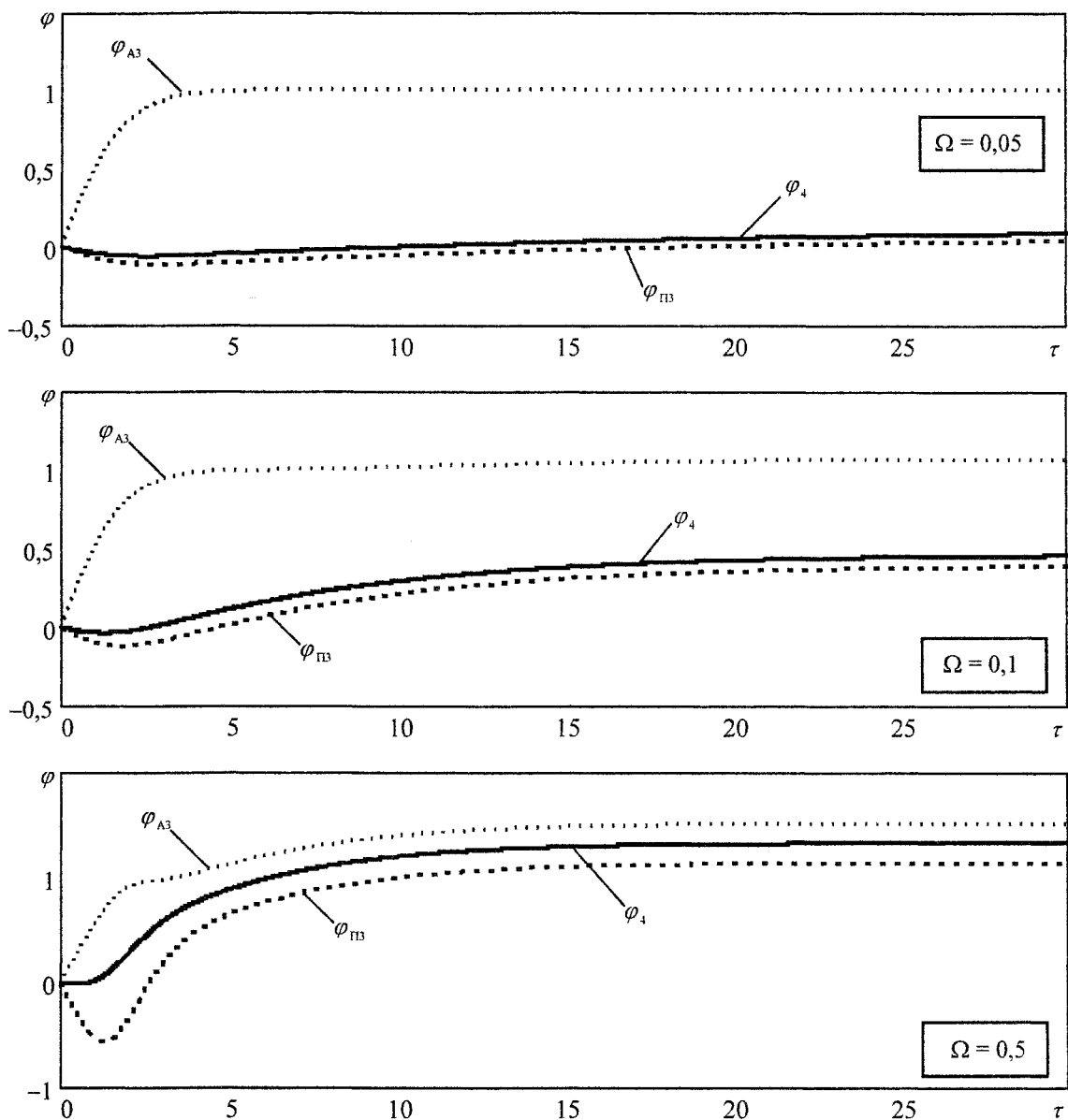


Рис. 4. Влияние относительной площади сопла насоса на относительные скорости потоков жидкости

Влияние относительной площади сопла  $\Omega$  на относительные скорости потоков жидкости в проточной части аппарата представлено на рис. 4. Величина отношения инерционных длин при этом постоянна и равна  $\chi = 1$ . Из сопоставления графиков следует, что с ростом  $\Omega$  существенно сокращается время переходного процесса и происходит рост стационарных значений относительных скоростей активного, пассивного и смешанного потоков. Это явление объясняется тем, что с ростом  $\Omega$  увеличивается площадь динамического воздействия потока струи активного потока на поток смеси, следовательно, требуется меньшее время динамического воздействия струи активного потока на поток смеси для его разгона до стационарных значений.

На рис. 5, 6 показаны коэффициенты эжекции аппарата в зависимости от относительного времени  $\tau$  при тех или иных значениях геометрических параметров  $\Omega$  и  $\chi$ . Рис. 8, 9 иллюстрируют зависимость относительного расхода  $q$  активного потока от безразмерного времени  $\tau$ . Значения коэффициентов потерь  $\xi_{13}$ ,  $\xi_{23}$ ,  $\xi_{35}$  в элементах проточной части и относительный напор  $h = 0,08$  остались прежними. Сопоставляя характеристики аппарата, видим, что по истечении переходного процесса коэффициент эжекции и относительный расход активного потока приближаются к значениям, соответствующим установившемуся режиму работы аппарата.



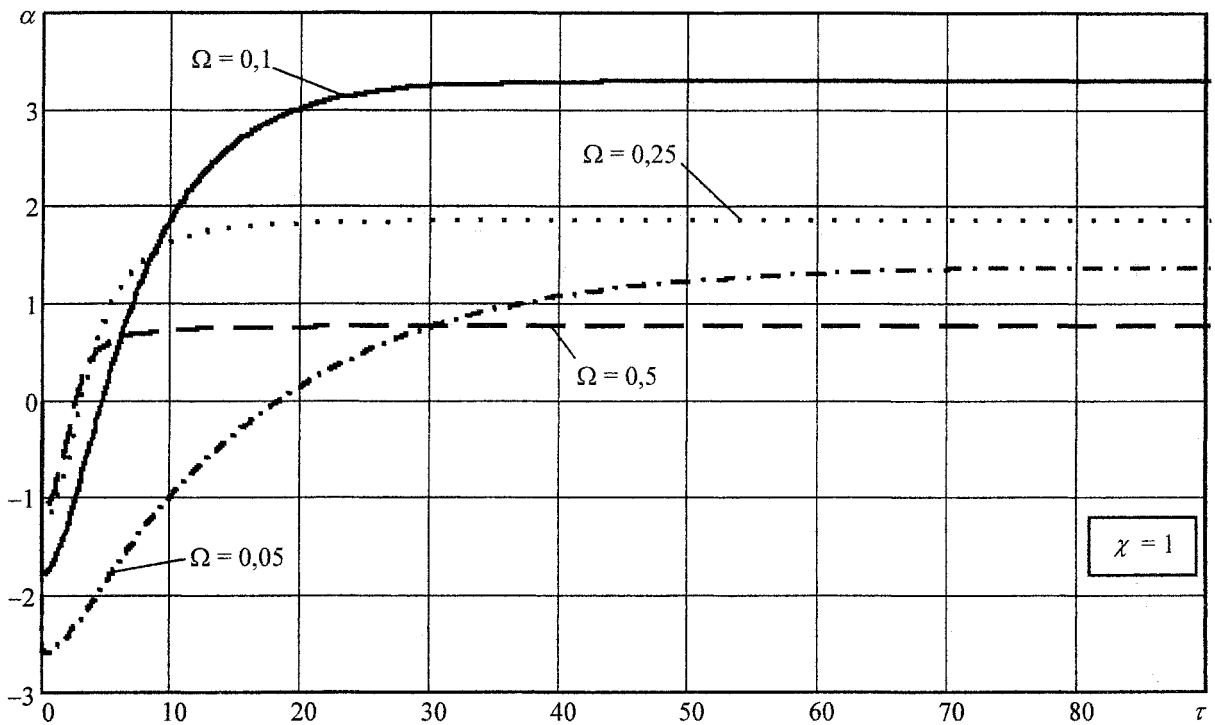


Рис. 5. Влияние относительной площади сопла на коэффициент эжекции

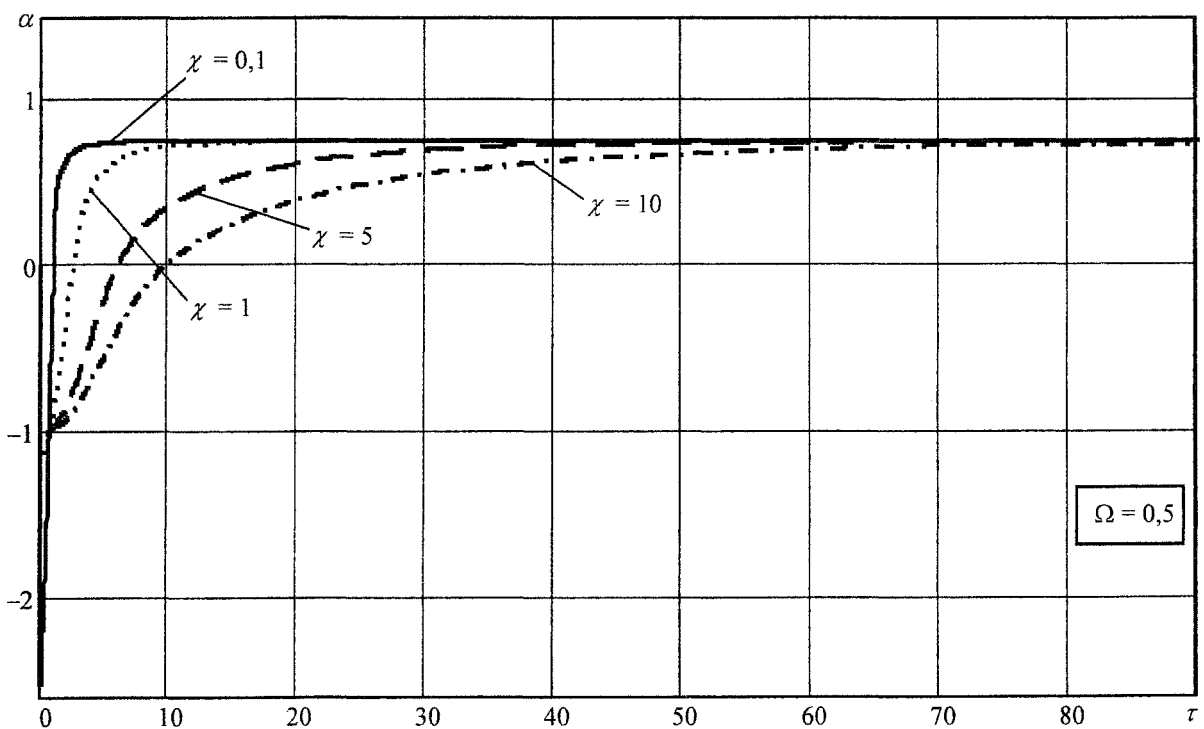


Рис. 6. Влияние отношения инерционных длин проточной части аппарата на коэффициент эжекции

При этом для большинства сочетаний параметров  $h$ ,  $\Omega$ ,  $\chi$  коэффициент эжекции  $\alpha$  сначала резко уменьшается, принимая отрицательные значения, а затем после прохождения минимума нарастает, меняет знак и, наконец, приближается к стационарному (не изменяемому во времени) значению. Отрицательные коэффициенты эжекции обусловлены отрицательными значениями относительной скорости пассивного потока, природа которых описана выше. Вместе с тем, при

## Расчет и конструирование

некотором наборе параметров  $\Omega$ , и  $h$  наблюдаются режимы, при которых кривая  $\alpha = f(\tau)$  имеет максимумы, заметно превышающие значения  $\alpha$ , соответствующие установившемуся режиму работы аппарата. Например, при  $h = 0,55$  коэффициент эжекции после выхода на установившийся режим работы равен 0,192, а максимальное его значение в период разгона составляет 0,31.

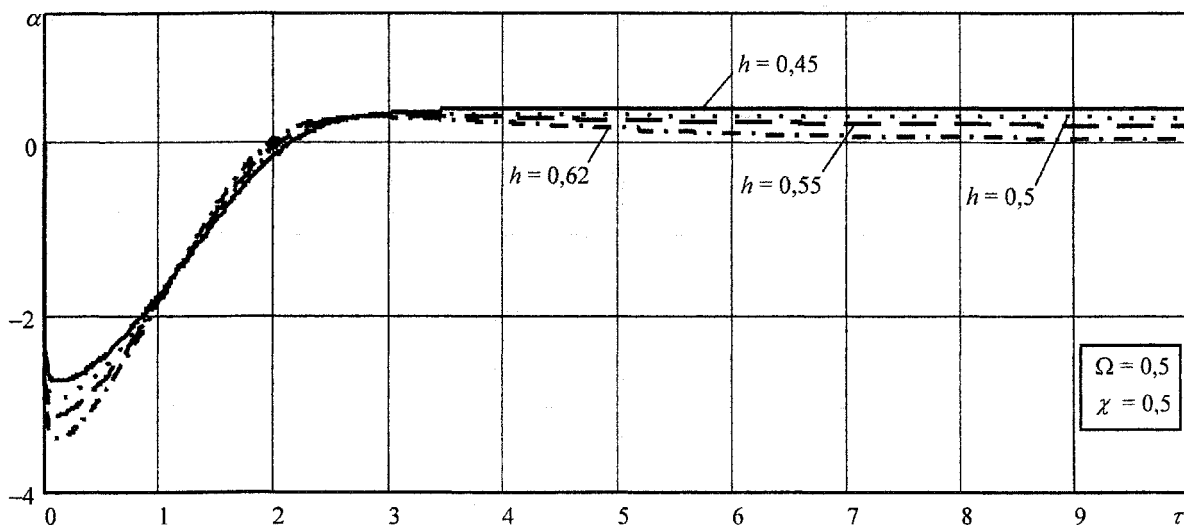


Рис. 7. Влияние относительного напора на коэффициент эжекции в переходном процессе

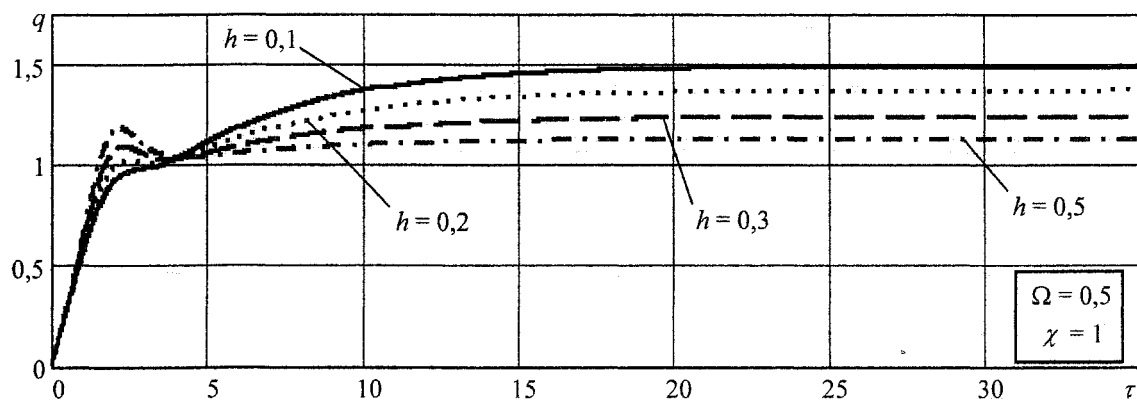


Рис. 8. Влияние относительного напора на относительный расход активного потока

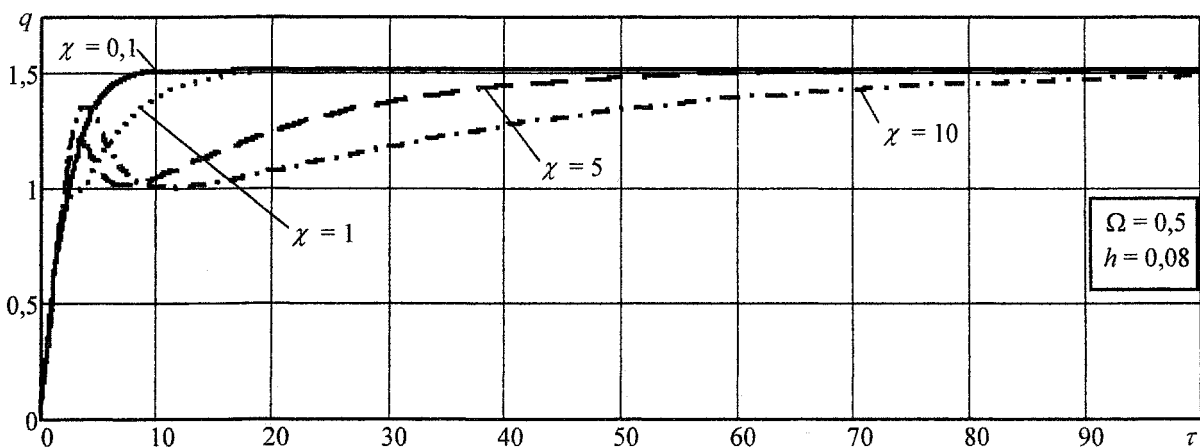


Рис. 9. Влияние отношения инерционных длин на относительный расход активного потока

Вид кривой  $q(\tau)$  в значительной степени зависит от параметров  $h$  и  $\chi$ : при их малых значениях переходный процесс является монотонным. С увеличением относительного напора и отношения инерционных длин проточной части эжектора переходный процесс становится колебательным (см. рис. 8, 9).

**Выводы**

1. Численный анализ динамических характеристик жидкостного эжектора полностью подтверждает наличие выброса жидкости в приёмную камеру насоса на начальном этапе его работы.

2. Статическая напорная характеристика  $h = f(\alpha)$  зависит в основном от относительной площади сопла  $\Omega$ , на динамическую напорную характеристику  $h = f(\alpha, \tau)$  вместе с геометрическим параметром  $\Omega$  существенное влияние оказывает соотношение инерционных длин  $\chi$  элементов проточной части.

3. Геометрические параметры  $\chi$  и  $\Omega$  существенно влияют на продолжительность переходного процесса, которая возрастает как при увеличении соотношения инерционных длин проточной части аппарата, так и при уменьшении относительной площади сопла.

4. При определённых значениях геометрических параметров ( $\Omega$  и  $\chi$ ) и относительного напора  $h$  кривая  $\alpha = f(\tau)$  имеет максимумы, заметно превышающие значения  $\alpha$ , соответствующие установившемуся режиму работы аппарата. Этот теоретически обнаруженный эффект резкого увеличения коэффициента эжекции струйного аппарата при нестационарных условиях работы может быть многообещающим (при экспериментальном подтверждении), ибо даёт ключ к существенному увеличению производительности эжекторов.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Челябинской области.

**Список литературы**

1. Соколов, Е.Я. Струйные аппараты. – 3-е изд., перераб. / Е.Я. Соколов, Н.М. Зингер. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 352 с.
2. Лямаев, Б.Ф. Гидроструйные насосы и установки / Б.Ф. Лямаев. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1988. – 256 с.
3. Темнов, В.К. Расчёт и проектирование жидкостных эжекторов: учебное пособие / В.К. Темнов, Е.К. Спиридонов. – Челябинск: ЧПИ, 1984. – 44 с.
4. Подвидз, Л.Г. Эжектирование жидкости при импульсном периодическом течении активной струи / Л.Г. Подвидз, В.В. Калачёв // Динамика пневмогидравлических систем: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧПИ, 1985. – С. 52–62.
5. Спиридонов, Е.К. Математическое моделирование нестационарной эжекции в струйном насосе / Е.К. Спиридонов // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Машиностроение». – 2003. – Выпуск 3. – № 17. – С. 151–155.
6. Спиридонов, Е.К. Математическая модель и характеристики нестационарной эжекции в струйном насосе / Е.К. Спиридонов // Современное состояние и перспективы развития гидромашиностроения в XXI веке. Труды Междунар. научно-технической конф. – СПб.: Несто, 2003. – С. 361–365.
7. Спиридонов, Е.К. Гидродинамика нестационарной эжекции / Е.К. Спиридонов // Аэрокосмическая техника и высокие технологии – 2002. Материалы Всероссийской научно-технической конф. / под ред. Ю.В. Соколина и А.А. Чекалина. – Пермь: ПГТУ, 2002. – 249 с.
8. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика: учебник для вузов по специальности «Гидравлические машины и средства автоматизации». – 2-е изд., перераб. и доп. / Б.Т. Емцев. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СГОРАНИЯ В ДВС С ВОСПЛАМЕНЕНИЕМ ГОМОГЕННОГО ЗАРЯДА ОТ СЖАТИЯ

*В.Г. Камалтдинов, Е.В. Абелиович, А.С. Теребов*

Разработана модель процесса сгорания топливно-воздушной смеси в двигателях внутреннего сгорания, основанная на уравнениях химической кинетики и учитывающая динамику изменения параметров рабочего тела. Введен новый параметр – условная продолжительность реакции окисления молекулы топлива. Произведена серия расчетов рабочего цикла двигателя с воспламенением гомогенного заряда от сжатия при использовании в качестве топлива диметилового эфира и метана.

Процесс сгорания – основной процесс в двигателях внутреннего сгорания (ДВС), от которого зависит большинство его параметров. Моделирование этого процесса позволяет выявлять закономерности его протекания и на их основе совершенствовать существующие и прорабатывать новые способы организации рабочего процесса.

Все известные модели процесса сгорания можно разделить на следующие основные группы:

- модели, в которых тепловыделение описывается предварительно заданным законом в функции от времени или угла поворота коленчатого вала;
- модели, описывающие детальную химическую кинетику процесса сгорания;
- модели, основанные на общем законе химической кинетики с применением уравнения Аррениуса.

К первой группе относятся простые и практичные модели процесса сгорания, из которых наибольшую известность и распространение получила модель И.И. Вибе [1]. В моделях этой группы не принимается во внимание реальное изменение параметров рабочего тела (давления, температуры и концентраций реагирующих веществ) в течение процесса сгорания.

Ко второй группе относятся модели, рассматривающие процесс окисления топлива кислородом воздуха как совокупность огромного числа химических реакций с образованием промежуточных веществ. Для каждой из таких реакций определены свои конкретные константы скорости реакции, энергии активации и концентрации реагирующих веществ. Например, схема химических процессов для описания объемной реакции метана с кислородом содержит 270 обратимых реакций с участием 43 компонентов [2], а кинетическая схема окисления изооктана составлена из 1303 реакций и 324 компонентов [3]. Модели этой группы очень трудно реализовать в практическом инженерном расчете, так как потребуются большие вычислительные мощности и высокая квалификация обслуживающего персонала.

К третьей группе относятся модели, описывающие процесс сгорания в общем виде и учитывающие такие важные физические параметры, как температура рабочего тела и концентрации топлива и кислорода [4]. В то же время в моделях этой группы отсутствует непосредственный учет инертных компонентов (азота, продуктов сгорания и др.), которые, как известно, замедляют процесс сгорания. В них остается неопределенной периодичность изменения количества прореагировавшего топлива или скорости реакции по текущим параметрам топливно-воздушной смеси при постоянно уменьшающейся концентрации топлива и кислорода и значительном росте температуры.

Этих недостатков лишена предлагаемая модель процесса сгорания, которая представляет собой дальнейшее развитие модели процесса самовоспламенения топлива в дизеле [5]. Особенностью модели является введение нового параметра – условной продолжительности реакции окисления молекулы топлива  $\tau_y$ . Она определяется как интервал времени, в течение которого полностью прореагируют активные молекулы топлива  $Z_E$ , имеющие энергию больше условной средней энергии активации для процесса окисления  $E_y$ .

Выражение для определения условной продолжительности реакции окисления топлива имеет вид:

$$\tau_y = \frac{Z_T}{\text{const} \cdot V \cdot C_T^p \cdot C_{O_2}^q} = \frac{V}{\text{const} \cdot Z_T^{p-1} \cdot Z_{O_2}^q}, \quad (1)$$

где  $Z_T$  – общее количество молекул топлива в рассматриваемом объеме  $V$  цилиндра двигателя;  $C_T = Z_T/V$  и  $C_{O_2} = Z_{O_2}/V$  – концентрации молекул топлива  $Z_T$  и кислорода  $Z_{O_2}$  в объеме  $V$  соответственно;  $p, q$  – показатели степени, причем  $p+q = n$  – кинетический порядок реакции,  $n = 2$ .

Выражение (1) получается из общего уравнения скорости химической реакции

$$w = \frac{1}{V} \cdot \frac{dN}{dt},$$

где  $dN$  – изменение количества вещества в результате реакции;  $dt$  – интервал времени.

Для этого процесс сгорания представляется как совокупность промежуточных стадий окисления  $dN = Z_E = Z_T \cdot e^{-\frac{E_y}{RT}}$  количества молекул топлива, происходящих за интервал времени  $dt = \tau_y$  при температуре смеси  $T$ . А мгновенная скорость окисления принимается по общепринятому выражению  $w = \text{const} \cdot e^{-\frac{E_y}{RT}} \cdot C_T^p \cdot C_{O_2}^q$ .

Условно постоянные величины  $p$  и  $q$ , зависящие от степени влияния концентраций топлива и кислорода на скорость сгорания, определяются на основании обработки экспериментальных данных по сгоранию конкретного топлива.

Для моделирования влияния на процесс окисления инертных компонентов, продуктов сгорания и турбулентности внутри камеры сгорания константу в выражении (1) предлагается разделить на три составляющие:

$$\text{const} = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3,$$

где  $C_1$  – константа, учитывающая количество активных соударений молекул реагирующих веществ в единицу времени в единице объема;  $C_2$  – коэффициент, учитывающий влияние инертных составляющих рабочего тела и продуктов сгорания через долю количества молекул кислорода в общем количестве молекул рабочего тела;  $C_3$  – коэффициент, учитывающий турбулентность внутри камеры сгорания.

Тогда выражение (1) примет вид:

$$\tau_y = \frac{V}{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot Z_T^{p-1} \cdot Z_{O_2}^q}. \quad (2)$$

Из выражения (2) видно, что условная продолжительность реакции окисления топлива  $\tau_y$  определяется мгновенными параметрами топливно-воздушной смеси, константой  $C_1$  и коэффициентами  $C_2$  и  $C_3$ .

При допущении неизменности параметров топливно-воздушной смеси за рассматриваемый интервал времени  $dt$  количество прореагировавших молекул топлива  $dZ_i$  можно определить по выражению

$$dZ_i = \frac{Z_E}{\tau_y} \cdot dt.$$

Тогда масса прореагировавшего топлива за этот интервал времени  $dt$  будет

$$dm_{cz} = dZ_i \cdot \mu_T \cdot A_0 = \mu_T \cdot A_0 \cdot \frac{Z_E}{\tau_y} \cdot dt, \quad (3)$$

где  $\mu_T$  – молярная масса топлива;  $A_0 = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг – атомная единица массы.

С учетом выражения (3) количество теплоты, выделившееся при сгорании этой массы топлива, будет

$$dQ_{cz} = dm_{cz} \cdot H_u = H_u \cdot \mu_T \cdot A_0 \cdot \frac{Z_E}{\tau_y} \cdot dt,$$

## Расчет и конструирование

где  $H_u$  – низшая теплота сгорания топлива.

Отсюда получаем искомую характеристику тепловыделения во времени:

$$Q_{cz} = \int dQ_{cz} = H_u \cdot \mu_T \cdot A_0 \cdot \int \frac{Z_E}{\tau_y} \cdot dt = H_u \cdot \mu_T \cdot A_0 \cdot \int \frac{Z_T \cdot e^{-\frac{E_y}{RT}}}{\tau_y} \cdot dt.$$

Известно, что каждой из последовательности многочисленных химических реакций в процессе сгорания индивидуального углеводорода соответствует своя величина энергии активации. В то же время экспериментально установлено, что энергия активации низкотемпературного процесса меньше, чем при высоких температурах [6].

На основании этого сделано предположение, что условная средняя энергия активации  $E_y$  в течение процесса сгорания увеличивается за счет изменения механизма окисления. Поэтому в данной модели процесса сгорания за начальное значение принимается энергия активации, соответствующая процессу воспламенения, с дальнейшим увеличением по мере роста температуры смеси.

Предлагаемая модель процесса сгорания отработана при расчете рабочего цикла одноцилиндрового дизеля 1Ч15/16 на пусковых режимах при моделировании внешнего смесеобразования и факельного подогрева впускного воздуха. Полученные результаты показали хорошую сходимость с экспериментальными данными [7].

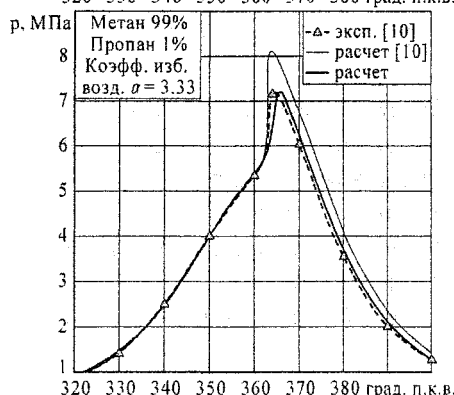
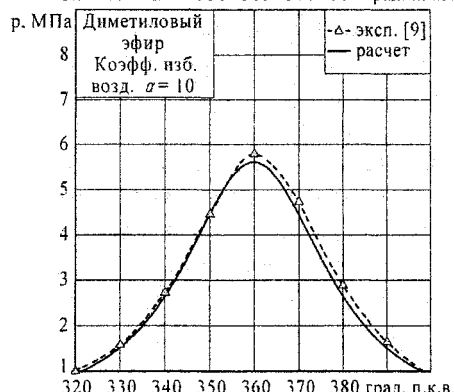
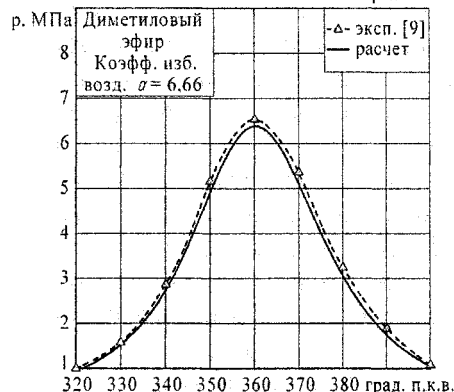
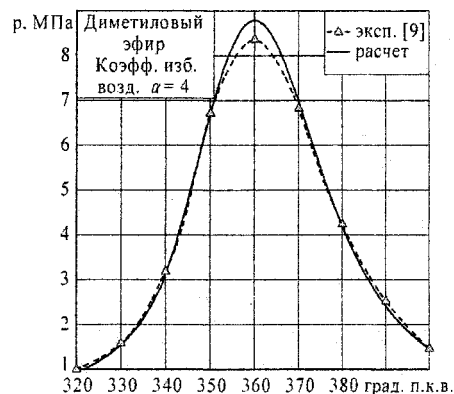
Для моделирования рабочего цикла ДВС с объемным самовоспламенением гомогенного заряда (НССИ процесс) за рубежом широко применяются однозональные модели (с одинаковыми давлениями, температурами и концентрациями по всей камере сгорания), которые дают достаточно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных по давлениям, температурам в цилиндре двигателя и его индикаторным показателям [8]. Поэтому на основании представленной модели процесса сгорания разработана также однозональная модель расчета рабочего цикла ДВС с воспламенением гомогенного заряда от сжатия.

В качестве топлива были выбраны диметиловый эфир ( $\text{CH}_3\text{OCH}_3$ ) и метан ( $\text{CH}_4$ ). Диметиловый эфир представляет интерес как контролирующий агент в НССИ двигателях и как альтернативное топливо.

Сравнение результатов расчета рабочего цикла ДВС по предлагаемой модели с экспериментальными данными приведено на рисунке. Расчетные давления в цилиндре ДВС для диметилового эфира удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными [9] в широком диапазоне коэффициентов избытка воздуха  $\alpha$  (от 4 до 10). Расчетные давления в цилиндре ДВС по предлагаемой модели для метана меньше отличаются от экспериментальных, чем расчеты авторов статьи [10].

На основании полученных результатов можно сделать следующий вывод.

Предлагаемая модель процесса сгорания в ДВС с объемным воспламенением гомогенного заряда от сжатия, учитывающая основные физико-химические свойства углеводородов, удовлетворительно описывает сгорание раз-



Расчетные и экспериментальные [9, 10] кривые давления при гомогенном самовоспламенении диметилового эфира и метана от сжатия в ДВС

личных топливно-воздушных смесей на основе диметилового эфира (кислородосодержащего топлива) и метана (с добавлением 1% пропана). Это позволит перейти к расчету рабочего цикла ДВС, работающего на смеси нескольких топлив.

Представленная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Губернатора Челябинской области (договор № Г2007366).

### Литература

1. Вибе, И.И. Новое о рабочем цикле двигателей / И.И. Вибе. – М. – Свердловск: Машиз, 1962. – 271 с.
2. Даутов, Н.Г. К вопросу о выборе кинетической схемы при описании объемной реакции метана с воздухом / Н.Г. Даутов, А.М. Старик // Кинетика и катализ. – 1997. – Т. 38. – № 2. – С. 207–230.
3. Ranzi, E. A wide-range modeling study of iso-octane oxidation / E. Ranzi, T. Faravelli, P. Gaffuri, A. Sogaro, Andrea D'Anna, A. Ciajolo // Combustion and Flame. – 1997. – V. 108. – P. 24–42.
4. Кавтарадзе, Р.З. Локальный теплообмен в поршневых двигателях // Р.З. Кавтарадзе. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 592 с.
5. Камалтдинов, В.Г. Самовоспламенение топлива в дизеле на пусковых режимах / В.Г. Камалтдинов, А.М. Шитиков // Исследование силовых установок и шасси транспортных и тяговых машин: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧПИ, 1986. – С. 63–67.
6. Свиридов, Ю.Б. Смесеобразование и сгорание в дизелях / Ю.Б. Свиридов. – Л.: Машиностроение, 1972. – 224 с.
7. Расчет рабочего цикла форсированного транспортного дизеля типа 2В на режимах холодного пуска / В.Г. Камалтдинов, Т.С. Камалтдинова, П.В. Никонов, Е.В. Абелиович // Актуальные проблемы теории и практики современного двигателестроения: труды международной научно-практической конференции. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – С. 336–340.
8. Aceves, S.M. HCCI combustion: analysis and experiments / S.M. Aceves, D. Flowers, J. Martinez-Frias, R. Smith, R. Dibble, M. Au, J. Girard // SAE Paper 2001-01-2077.
9. Lim, O.T. The effects of inhomogeneity in DME/n-butane-air mixture in combustion chamber on homogeneous charge compression ignition combustion / O.T. Lim, S. Ketadani, K. Kumano, N. Iida // ISAF XV International Symposia on Alcohol Fuels. – 2005.
10. Fiveland, S.B. Experimental and simulated results detailing the sensitivity of natural gas HCCI engines to fuel consumption / S.B. Fiveland, R. Agama, M. Christensen, B. Johansson, J. Hiltner, F. Mauss, D.N. Assanis // SAE Paper 2001-01-3609.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ СИСТЕМЫ ТОПЛИВОПОДАЧИ ДИЗЕЛЯ С ЭЛЕКТРОННЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

*В.С. Гун, В.С. Морозова, В.В. Шешуков*

Приводится методика расчета коэффициентов обратных связей, обеспечивающих заданные динамические свойства электромеханических систем. В качестве примера рассмотрена электронная система управления перемещением рейки топливного насоса высокого давления (ТНВД) дизеля. Получены зависимости коэффициентов обратных связей системы управления от длительности переходного процесса (ПП). Построена математическая модель.

Задача улучшения экономических и экологических характеристик транспортных дизелей особенно актуальна при нестационарных (переходных) режимах, для которых наблюдается несогласованное снабжение цилиндров воздухом и топливом, что приводит к снижению эффективности использования топлива и увеличению содержания сажи в отработанных газах. Поэтому исследование и моделирование совместной работы дизелей и систем управления топливоподачей, в частности, регуляторов разных типов представляет собой практически важную и актуальную задачу, весьма сложную и трудоёмкую.

В работе рассматриваются некоторые принципы построения математической модели функционирования системы «дизель – электронный регулятор» в переходных режимах (рис. 1).

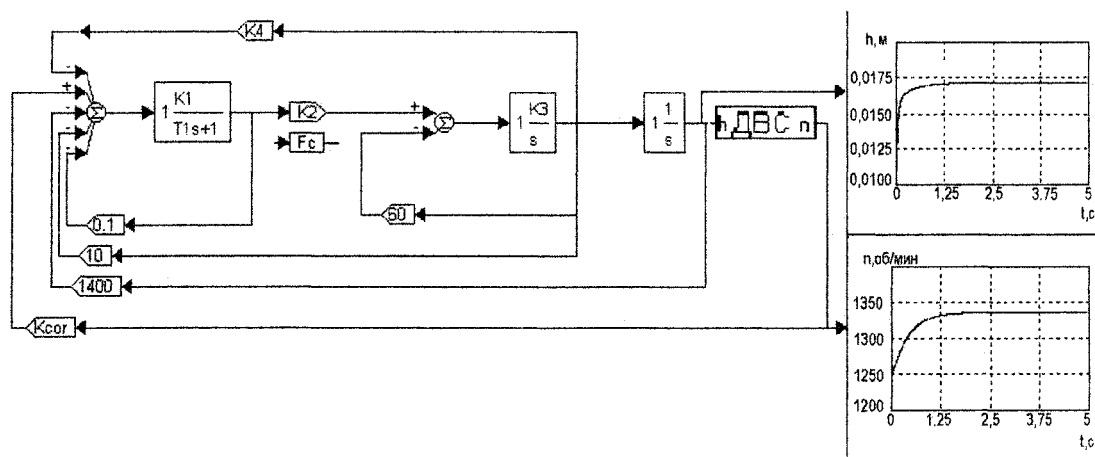


Рис. 1. Контур управления переходными режимами дизеля с электронным регулятором

Принятая в работе математическая модель содержит описание трех блоков: регулятора частоты вращения, регулятора положения рейки и дизеля [1].

Динамика системы «дизель – электронный регулятор» во многом определяется параметрами звеньев обратных связей, поэтому встает задача поиска методики их оптимального выбора. В настоящей работе предложен простой алгоритм определения этих параметров, достаточный для большинства инженерных приложений. Для исключения перерегулирования все корни характеристического уравнения, описывающие переходный процесс системы «дизель – электронный регулятор» должны быть равны.

В зависимости от режима эксплуатации дизеля время ПП необходимо регулировать: для экологических режимов увеличивать, для улучшения динамики – уменьшать. Алгоритм предназначен для:

а) определения коэффициентов обратных связей (ОС) регулятора, исходя из коэффициентов усиления и постоянных времени его звеньев;

б) определения тех же величин для системы «дизель – электронный регулятор», исходя из коэффициентов усиления и постоянных времени звеньев регулятора и линеаризованной модели дизеля.



## Расчет и конструирование

Изложим работу алгоритма для случая (а). Согласно [2], с большой степенью общности разомкнутый контур управления в рассматриваемом случае описывается системой линейных дифференциальных уравнения  $m$ -го порядка. В матричной записи эта система выглядит так:

$$y' = Ay + Dx, \quad (1)$$

где  $y$  – вектор-столбец переменных управления, задаваемых регулятором;

$A, D$  – матрицы коэффициентов звеньев регулятора;

$x$  – вектор-столбец входных переменных.

Пусть в устройстве введена обратная связь по всем переменным:

$$x = f - R \cdot y, \quad (2)$$

где  $K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & k_m \end{bmatrix}$  – диагональная матрица коэффициентов ОС,  $m$  – порядок системы диф-

ференциальных уравнений;

$f$  – вектор-столбец сигналов заданий.

Авторами работы [2] показано, что характеристический полином замкнутого контура электронного регулятора после преобразований принимает вид:

$$\text{Det}\{A - DK - \lambda E\} = 0, \quad (3)$$

где  $E$  – единичная матрица, или, в скалярной форме:

$$\lambda^m + C_1(k)\lambda^{m-1} + \dots + C_m(k) = 0. \quad (4)$$

Можно показать, что выражения для коэффициентов  $C_i$  характеристического полинома (4) не содержат произведений коэффициентов ОС  $k_i$ . Поэтому в настоящей работе предложен простой алгоритм их нахождения методом перебора:

1. Задаемся диапазонами допустимых значений коэффициентов обратных связей.

2. Перебираем с определенными шагами значения этих коэффициентов.

3. Для каждого набора  $k_1, \dots, k_m$  коэффициентов определяем значения корней  $\lambda_i$  характеристического полинома (4).

4. Тот набор значений коэффициентов обратных связей, который дает подходящий корень характеристического полинома из набора корней  $\lambda_i$  при отсутствии в наборе комплексно сопряженных корней, считается оптимальным [5].

Если порядок системы не превышает 4, задача нахождения коэффициентов ОС решается аналитически.

В качестве примера случая (а) рассмотрим электронный регулятор частоты вращения с электромагнитным приводом рейки ТНВД (рис. 2).

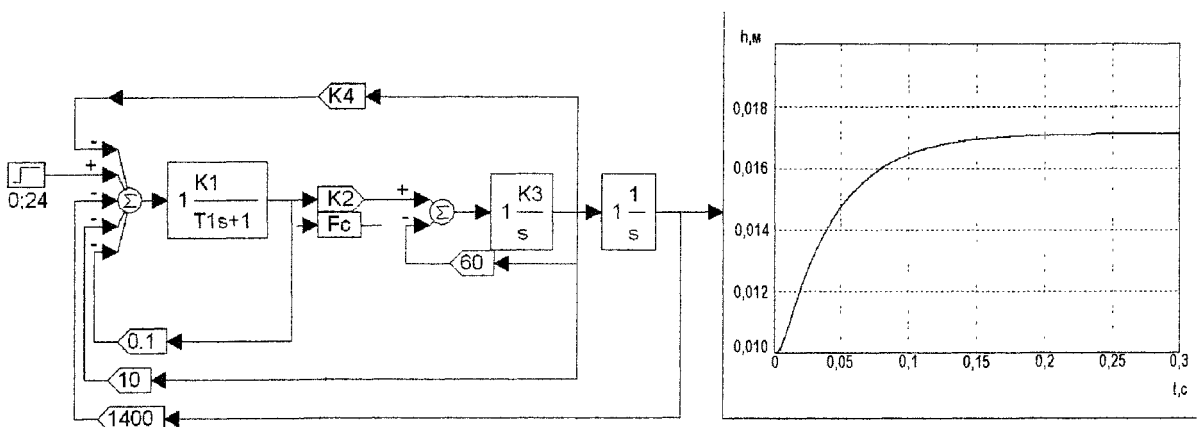


Рис. 2. Контур управления переходными режимами электромагнитного привода рейки ТНВД

Система дифференциальных уравнений, описывающая переходные режимы электромагнитного привода рейки ТНВД, имеет вид [3]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v; \\ \frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{M}i - \frac{c}{M}v; \\ \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{Bl}{L}v - \frac{k_0}{L}x - \frac{k_1}{L}v - \frac{k_2}{L}i + \frac{u}{L}, \end{cases} \quad (5)$$

где:  $i$  – ток якоря электромагнита;

$u$  – напряжение на обмотке якоря;

$v$  – скорость перемещения рейки;

$x$  – положение рейки;

$M$  – масса подвижных частей;

$R$  – сопротивление обмотки якоря;

$c$  – электромеханический коэффициент;

$L$  – индуктивность обмотки якоря;

$k_0$  – коэффициент обратной связи по перемещению рейки;

$k_1$  – коэффициент обратной связи по скорости перемещения рейки;

$k_2$  – коэффициент обратной связи по току;

$l$  – длина проводника.

В матричной форме:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \\ i \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ v \\ i \end{pmatrix}; \quad (6)$$

где матрица  $A$  имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{c}{M} & -\frac{Bl}{M} \\ -\frac{k_0}{L} & -\left(\frac{k_1}{L} + \frac{Bl}{L}\right) & -\left(\frac{R}{L} + \frac{k_2}{L}\right) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Так как система уравнений (5) линейна, то решение задается экспонентой:

$$\begin{pmatrix} x \\ v \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \\ i_0 \end{pmatrix} \exp(\lambda t). \quad (8)$$

Подставляя решение вида (8) в уравнения системы (5), получаем:

$$\lambda \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \\ i_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \\ i_0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

или, в эквивалентном виде:

$$(A - \lambda E) \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \\ i_0 \end{pmatrix} = 0. \quad (10)$$

Выражения (10) – система линейных дифференциальных уравнений с нулевой правой частью, которая имеет нетривиальное решение только, когда ее определитель равен нулю. Это дает уравнение для определения собственных значений матрицы  $A$ :

## Расчет и конструирование

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda - \frac{c}{M} & \frac{Bl}{M} \\ -\frac{k_0}{L} & -\left(\frac{k_1}{L} + \frac{Bl}{L}\right) & -\lambda - \left(\frac{R}{L} + \frac{k_2}{L}\right) \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

или

$$\lambda^3 + \lambda^2 \left( \frac{c}{M} + \frac{R}{L} + \frac{k_2}{L} \right) + \lambda \left( \frac{c}{M} \left( \frac{R}{L} + \frac{k_2}{L} \right) + \frac{Bl}{M} \left( \frac{Bl}{L} + \frac{k_1}{L} \right) \right) + \frac{Bl k_0}{M L} = 0. \quad (12)$$

Решая уравнение (12) относительно собственных значений  $\lambda$ , проанализируем движение объекта, описываемого системой уравнений (5). Для его устойчивости необходимо, чтобы все собственные значения имели отрицательные действительные части. Следовательно, для заданных значений коэффициентов обратной связи можно определить, устойчиво ли движение. С практической точки зрения важна обратная задача: каковы должны быть коэффициенты обратных связей для заданных значений  $\lambda$ , обеспечивающих, например, требуемые параметры переходного процесса.

Если даны значения,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , то характеристическое уравнение (12) приводится к виду

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) = 0, \quad (13)$$

что эквивалентно

$$\lambda^3 - \lambda^2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) - \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 0; \quad (14)$$

Если требуется, чтобы система уравнений (5) имела заданные корни  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , то коэффициенты при степенях переменной  $\lambda$  должны совпадать в уравнениях (14) и (12). Это дает систему уравнений для параметров определения  $k_0, k_1, k_2$  при известных  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ :

$$\begin{cases} \frac{c}{M} + \frac{R}{L} + \frac{k_2}{L} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3); \\ \frac{c}{M} \left( \frac{R}{L} + \frac{k_2}{L} \right) + \frac{Bl}{M} \left( \frac{Bl}{L} + \frac{k_1}{L} \right) = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3; \\ \frac{Bl k_0}{M L} = -\lambda_1\lambda_2\lambda_3. \end{cases} \quad (15)$$

Решая систему (15), получаем значения коэффициентов обратной связи:

$$\begin{aligned} k_0 &= -\frac{LM}{Bl} \lambda_1\lambda_2\lambda_3, \\ k_1 &= L \cdot \left( -\frac{Bl}{L} + \frac{M}{Bl} (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3) + \frac{c}{Bl} \left( \frac{c}{M} + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \right) \right), \\ k_2 &= -L \cdot \left( \frac{c}{M} + \frac{R}{L} + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Наложим на решение условия равенства собственных значений:  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -\gamma = -\frac{1}{\tau}$ , где

$\tau$  – характерное время затухания отклонений,  $\gamma$  – эффективная скорость затухания.

Получаем следующие значения коэффициентов ОС:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{LM}{Bl} \frac{1}{\tau^3}; \\ k_1 &= L \cdot \left( -\frac{Bl}{L} + \frac{M}{Bl} \frac{3}{\tau^2} + \frac{c}{Bl} \left( \frac{c}{M} - \frac{3}{\tau} \right) \right); \\ k_2 &= -L \cdot \left( \frac{c}{M} + \frac{R}{L} - \frac{3}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

В эквивалентном виде:

$$\begin{aligned}
 k_0 &= \frac{LM}{Bl} r^3; \\
 k_1 &= L \cdot \left( -\frac{Bl}{L} + 3\frac{M}{Bl} r^2 + \frac{c}{Bl} \left( \frac{c}{M} - 3r \right) \right); \\
 k_2 &= -L \cdot \left( \frac{c}{M} + \frac{R}{L} - 3r \right).
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Пусть необходимо достичь времени  $\tau = 0,0005$  с при следующих параметрах электромагнитного привода:  $V=0,5$  Тл,  $l=15$  м,  $L=0,01$  Гн,  $M=0,75$  кг,  $R=12$  Ом,  $c=60$ . Подставляя эти величины в уравнение (17), получаем следующие коэффициенты ОС:  $k_0=0,7 \cdot 10^7$ ;  $k_1=1,9896 \cdot 10^6$ ;  $k_2=47,2$ .

В свою очередь, для  $\tau = 0,1$  с при тех же параметрах электромагнитного привода, получим:  $k_0=1400$ ,  $k_1=10$ ,  $k_2=0,1$ .

Зависимости коэффициентов ОС от времени релаксации представлены на рис.3, а от скорости релаксации на рис. 4. Проанализируем их.

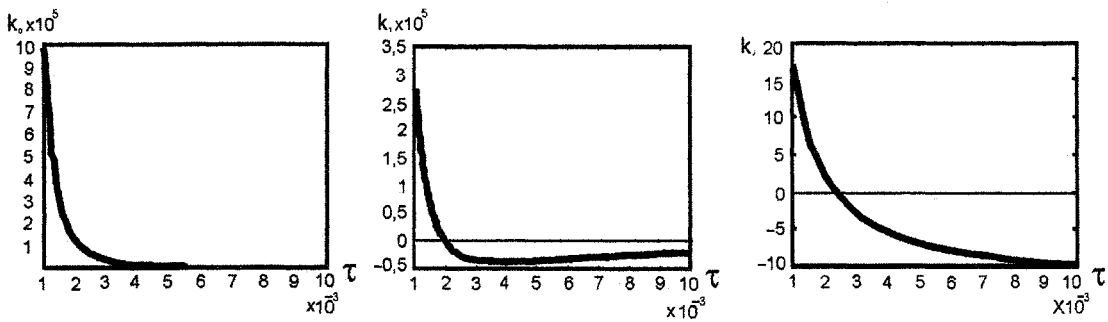


Рис. 3. Графики зависимостей коэффициентов обратной связи от времени релаксации

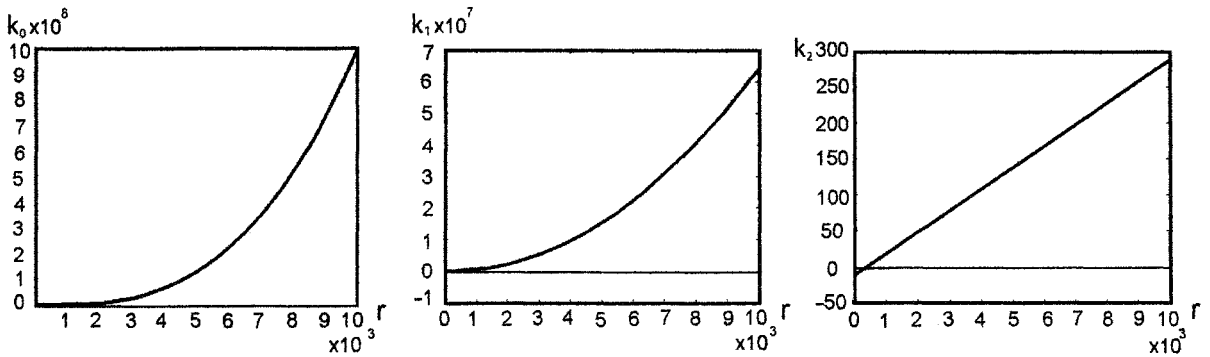


Рис. 4. Графики зависимостей коэффициентов обратной связи от скорости релаксации

Из графиков видно, что при больших значениях времен релаксации коэффициенты ОС становятся отрицательны; по-видимому, предположение об одинаковости собственных значений и их нулевой мнимой части не всегда корректно.

Для случая (б) приводятся результаты моделирования переходных процессов дизеля Д-160 с электромагнитным регулятором частоты вращения. Математическая модель дизеля описывается уравнением [4]:

$$T_D \frac{d\varphi}{dt} + k_D \varphi = \beta;$$

где  $\beta = \frac{\Delta h}{h}$ ,  $\varphi = \frac{\Delta n}{n}$ .

Для дизеля Д-160:  $T_D=4,338$ ;  $K_D=10,356$ . Система уравнений, описывающая переходный процесс дизеля с электронным регулятором, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v; \\ \frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{M}i - \frac{c}{M}v; \\ \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{Bl}{L}v - \frac{k_0}{L}x - \frac{k_1}{L}v - \frac{k_2}{L}i - k_3n + \frac{U}{L}; \\ T_d \frac{d\varphi}{dt} + k_d\varphi = \beta. \end{cases} \quad (19)$$

Коэффициенты обратных связей, найденные методом перебора:  $k_0=1400$ ;  $k_1=10$ ;  $k_2=0,1$ ;  $k_3=k_{кор}=0,018$  при  $\lambda = 0,8$ . На рис. 5 представлены зависимости перемещения рейки  $h(t)$  и изменения оборотов дизеля  $n(t)$  при изменения сигнала задания по оборотам.

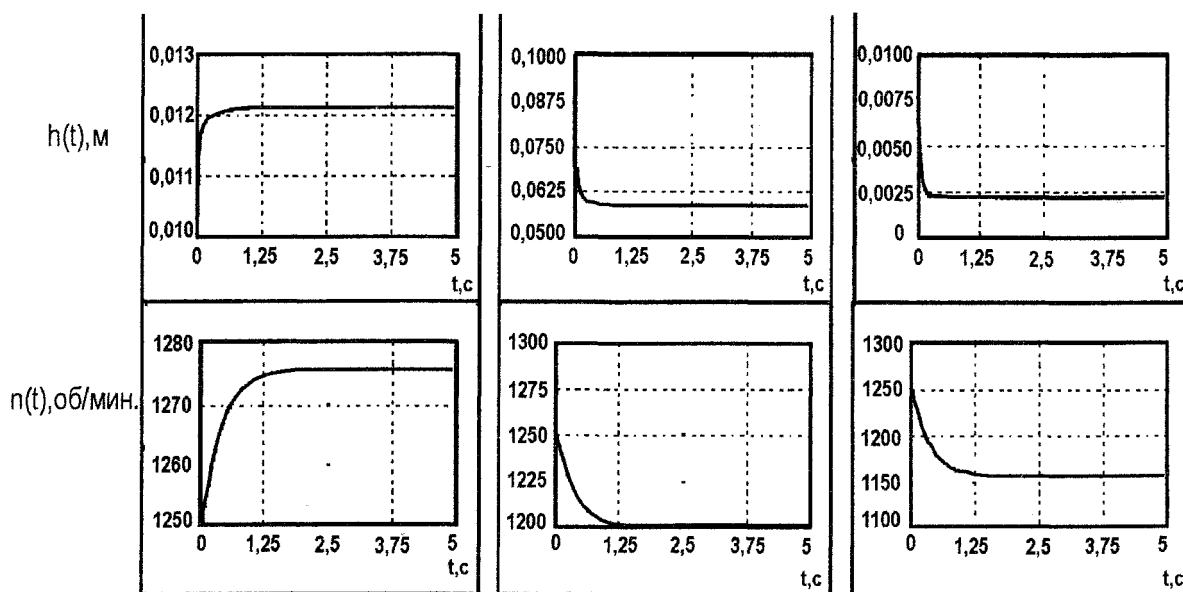


Рис. 5. Переходные процессы  $h(t)$  и  $n(t)$ : при увеличении оборотов от 1250 до 1275 об/мин; при уменьшении оборотов от 1250 до 1200 об/мин; при уменьшении оборотов от 1250 до 1150 об/мин

Разработанная методика определения коэффициентов обратных связей позволяет аппроксимировать контуры электронного управления частотой вращения любого ДВС с заданными динамическими свойствами, обеспечивая снижение токсичности и повышение топливной экономичности на переходных и установившихся режимах [5].

На основании предложенной методики создан пакет прикладных программ, позволяющий выбирать исполнительный механизм регулятора положения рейки ТНВД дизеля с электронным регулятором частоты вращения и рассчитать коэффициенты обратных связей контура управления в зависимости от выбранного критерия оценки работы дизеля на переходных режимах.

### Литература

1. Гладышев, С.П. Система управления топливоподачей тракторных дизелей / С.П. Гладышев, Г.Я. Вулах, В.С. Гун // Электронные системы управления силовыми агрегатами: Международный симпозиум по автоэлектронике 18–20 января. – Суздаль, 1994. – С. 102–103.
2. Гладышев, С.П. Динамика дискретно-управляемых полупроводниковых преобразователей. / С.П. Гладышев, В.Б. Павлов; под ред. Шидловского А.К. – Киев: Наук. Думка, 1983. – 224 с.

3. Gladyshev, S.P. *Electronic System for Control of the Fuel feed in the Diesel D-160* / S.P. Gladyshev, S.P. Mitsin, V.M. Bunov, V.S. Goon // *SAE International Congress and Exposition*. – Detroit, Michigan. – Feb. 27–Mar. 2, 1995. – P. 67–69.

4. Гладышев, С.П. *Динамические свойства одноцилиндрового дизеля с идеальным регулятором частоты вращения* / С.П. Гладышев, В.С. Гун. – Курган, 1995. – 5 с. – Деп. в ЦНИИТЭИм-ракторсельхозмаш. – 1995. – № 1604. – С. 94.

5. Bunov, V.M. *Algorithmic maintenance of a diesel engine electronic fuel controller by criterion of the contents of soot in exhaust gas* / V.M. Bunov, V.S. Morozova, V.S. Goon // *SAE World Congress* – 12–19 Apr. 2007. – № 07. – PFL-452. – P. 11–16.

# КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЗМОЖНЫХ СХЕМ И ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНЕТАРНЫХ СМЕСИТЕЛЕЙ ВЯЗКИХ МАТЕРИАЛОВ

*В.И. Пожбелко, С.С. Майборода*

Рассмотрены отличительные признаки и составлена классификация возможных схем планетарных смесителей. Приведены примеры их выполнения на основе зубчатых колес. Предложены обобщенные физическая и математическая модели планетарных смесителей и в их структуре выделены две группы месильных органов, отличающиеся кинематикой своего сложного движения.

Технологические машины для перемешивания рабочей среды широко используются в различных областях техники [1]: в строительстве (бетоносмесители для приготовления однородной среды из разных компонентов), пищевой индустрии (тестомесильные машины, установки для взбивания кремов и приготовления мороженого), фармакология (приготовление водных растворов с равномерным распределением лекарственных компонентов), лакокрасочном производстве (обеспечение температурной однородности по всему нагреваемому объему сырья в процессе изготовления лаков, достижение одинаковой вязкости по всему объему рабочей емкости с изготавливаемой краской), химической промышленности (перемешивание рабочей среды с целью ускорения протекания химических реакций при синтезе новых материалов), биотехнологии (смесители для выращивания бактерий, где требуется их постоянное взаимодействие со свежим питательным раствором для ускорения роста) и др.

Наибольшее распространение в приводе указанных технологических машин получили планетарные смесители с установкой месильных органов (далее МО) на сателлитах планетарного механизма [2, 3], что обеспечивает разнообразные сложные траектории движения МО по всему перемешиваемому объему внутри рабочей емкости.

Для составления классификации возможных схем планетарных смесителей используем следующие отличительные признаки.

1. Вид зацепления зубчатых колес.
2. Число и схема установки месильных органов.
3. Форма зубчатых колес.
4. Вид траектории движения МО (криволинейная, прямолинейная, смешанная).
5. Направление вращения соседних МО (встречное, попутное).

Полученная на основе перебора сочетаний указанных отличительных признаков классификация приведена на рис. 1.

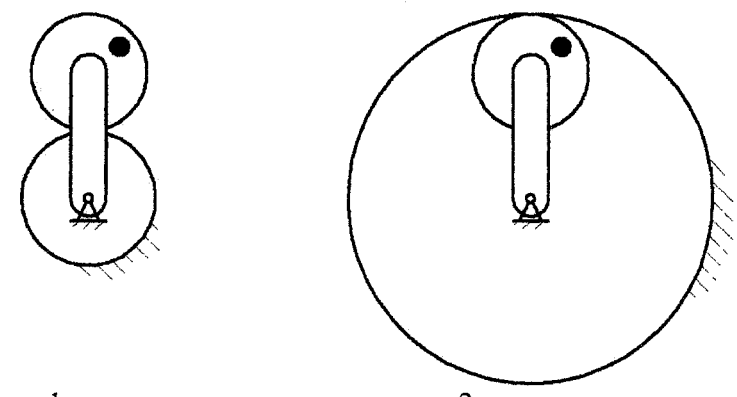
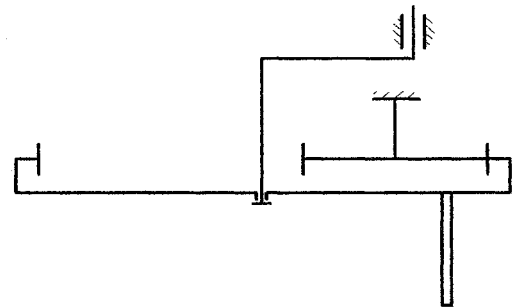
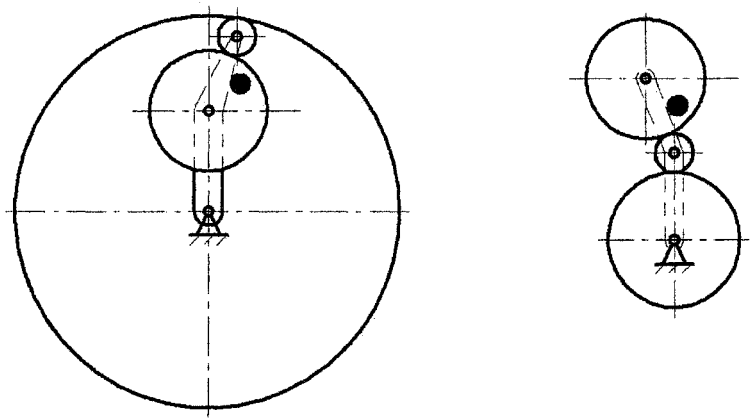
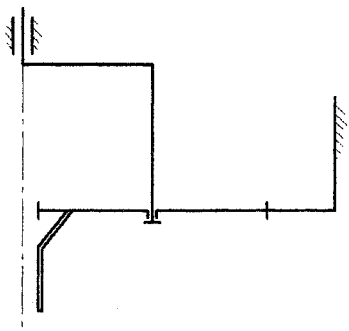


Рис.1. Классификация планетарных смесителей

# Расчет и конструирование

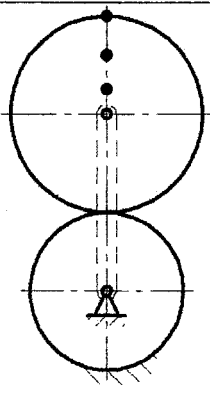
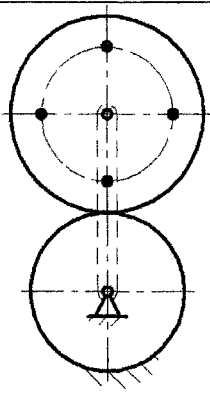
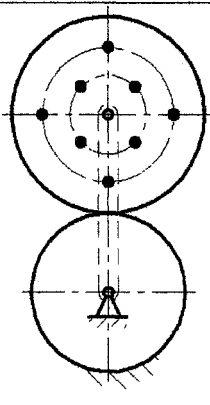
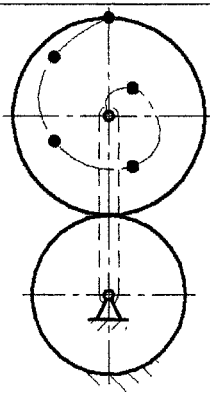
В табл. 1 приведены примеры структурной реализации показанных на рис.1 возможных схем планетарных смесителей.

Таблица 1

1. Односателлитные смесители с одним месильным органом	
<p>1. С внешним зацеплением 2. С внутренним зацеплением</p>	
<p>Сателлит с внутренними зубьями</p>	
<p>С паразитным колесом</p>	
<p>С прямолинейной траекторией МО</p>	



2. Смесители с несколькими сателлитами и МО	
<p>Со спаренными рабочими сателлитами</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Одного диаметра</li> <li>2. Разного диаметра</li> </ol>	
<p>С МО, установленными на разных неспаренных сателлитах:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Одного диаметра</li> <li>2. Разного диаметра</li> </ol>	<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">2</p>
<p>С полным планетарным рядом и плавающим водилом</p>	

3. Односателлитные смесители с несколькими МО	
<p>МО установлены на одной прямой (радиусе)</p>	
<p>МО установлены на окружности одного радиуса</p>	
<p>МО установлены на окружностях разных радиусов</p>	
<p>МО установлены по спирали Архимеда</p>	

4. Комбинированные	
Комбинированные с прямолинейной и криволинейной траекториями	

Анализ приведенных в табл. 1 схем планетарных смесителей по законам движения месильных органов позволяет разделить различные МО на 2 группы:

Месильные органы первой группы (их количество обозначим буквой  $i$ ) – их абсолютная скорость в сложном движении ( $\omega_i = \gamma$ ) определяется суммой угловых скоростей в переносном с водилом движении ( $\omega_H = \varphi_H$ ) и относительном движении ( $\omega_0 = \varphi_i$ ):

$$\gamma_i = \varphi_H + \varphi_i; \omega_i = \omega_H + \omega_0 = \omega_H \left(1 + \frac{\omega_i}{\omega_H}\right) \tag{1}$$

Месильные органы второй группы (их количество обозначим буквой  $j$ ) – их абсолютная скорость в сложном движении ( $\omega_j = \gamma_j$ ) определяется разностью угловых скоростей в переносном с водилом движении ( $\omega_H = \varphi_H$ ) и относительном движении ( $\omega_0 = \varphi_j$ ):

$$\gamma_j = \varphi_H - \varphi_j; \omega_j = \omega_H + \omega_0 = \omega_H \left(1 - \frac{\omega_j}{\omega_H}\right). \tag{2}$$

Отметим, что только МО второй группы в частном случае ( $\omega_0 = \varphi_H$ ) будут совершать криволинейное поступательное движение ( $\omega_j = 0$ ).

С учетом установки на водило обеих выделенных групп месильных органов предлагаемая обобщенная физическая модель будет иметь вид, показанный на рис. 2, а, и может быть легко реализована в виде конкретных структурных схем (рис. 2, б, в, г). Обобщенная схема планетарного смесителя с обозначениями дана на рис. 3.

С учетом соотношений (1), (2) и представленных на рис. 2 и 3 обобщенной физической модели и обобщенной схемы планетарного смесителя получаем следующую систему уравнений (3) и (4), описывающие движение месильных органов (точки  $K$  и  $M$ ) и представляющие обобщенную математическую модель различных возможных схем планетарных смесителей (некоторые из них показаны в табл. 1).

$$\left\{ \begin{aligned} X_1 &= \lambda r \sin[(u+1)\varphi_H] - r(u+1) \sin \varphi_H; \\ Y_1 &= \lambda r \cos[(u+1)\varphi_H] - r(u+1) \cos \varphi_H; \\ \dots\dots\dots & \\ X_i &= \lambda r \sin[(u+1)\varphi_H] - r(u+1) \sin \varphi_H; \\ Y_i &= \lambda r \cos[(u+1)\varphi_H] - r(u+1) \cos \varphi_H, \end{aligned} \right. \tag{3}$$

## Расчет и конструирование

$$\left\{ \begin{array}{l} x_j = \lambda r \sin[(u-1)\varphi_H] + r(u-1) \sin \varphi_H; \\ y_j = \lambda r \cos[(u-1)\varphi_H] + r(u-1) \cos \varphi_H; \\ \dots\dots\dots \\ x_j = \lambda r \sin[(u-1)\varphi_H] + r(u-1) \sin \varphi_H; \\ y_j = \lambda r \cos[(u-1)\varphi_H] + r(u-1) \cos \varphi_H, \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $\lambda$  – отношение радиуса установки МО  $\rho$  к радиусу соответствующего спутника;  $u$  – передаточное число в относительном движении от спутника к центральному колесу;  $r$  – радиус спутника, на котором установлен МО;  $\varphi_H$  – угол поворота водила.

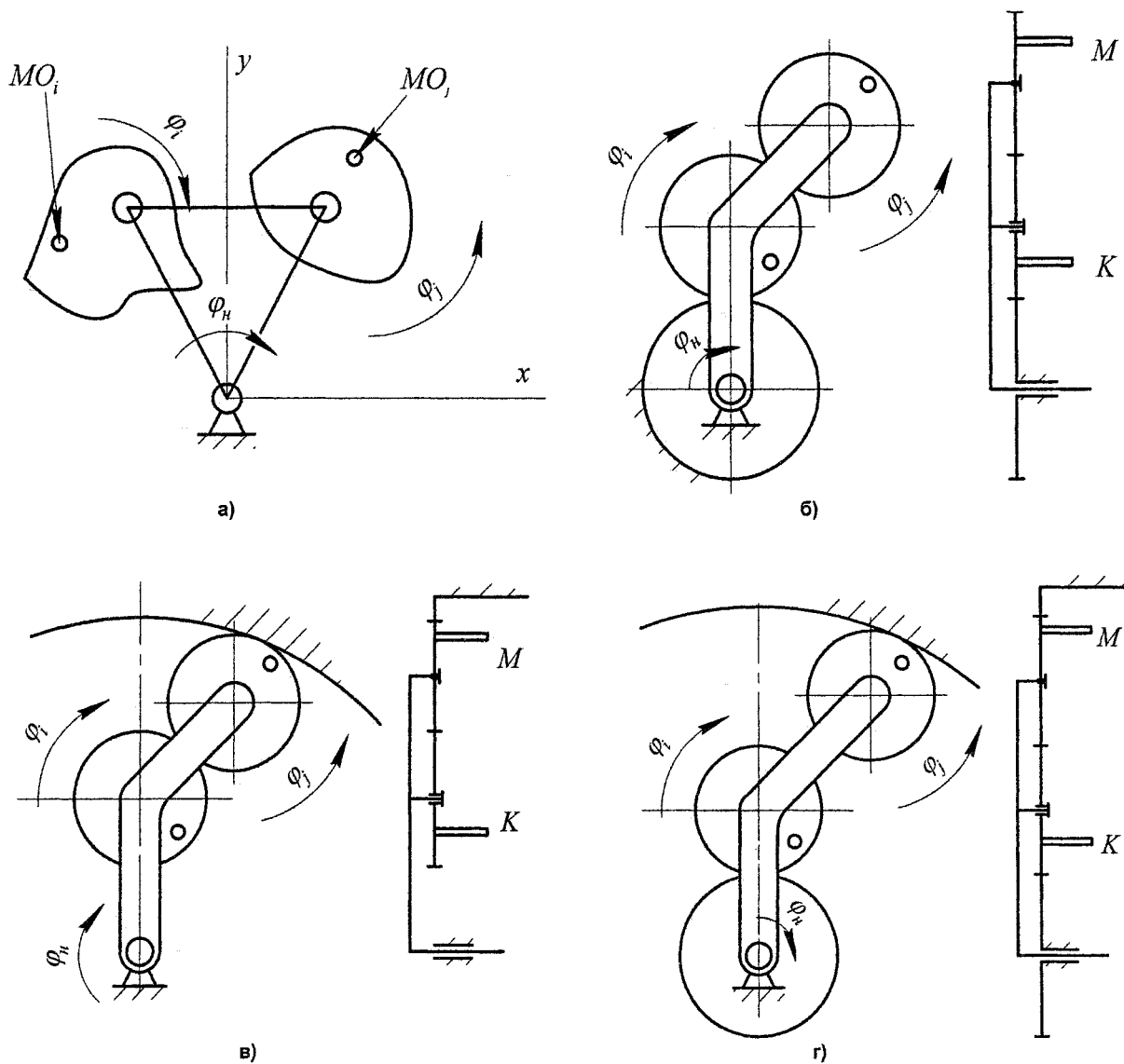


Рис. 2. Обобщенная физическая модель (а) и варианты ее конструктивной реализации (б, в, г)

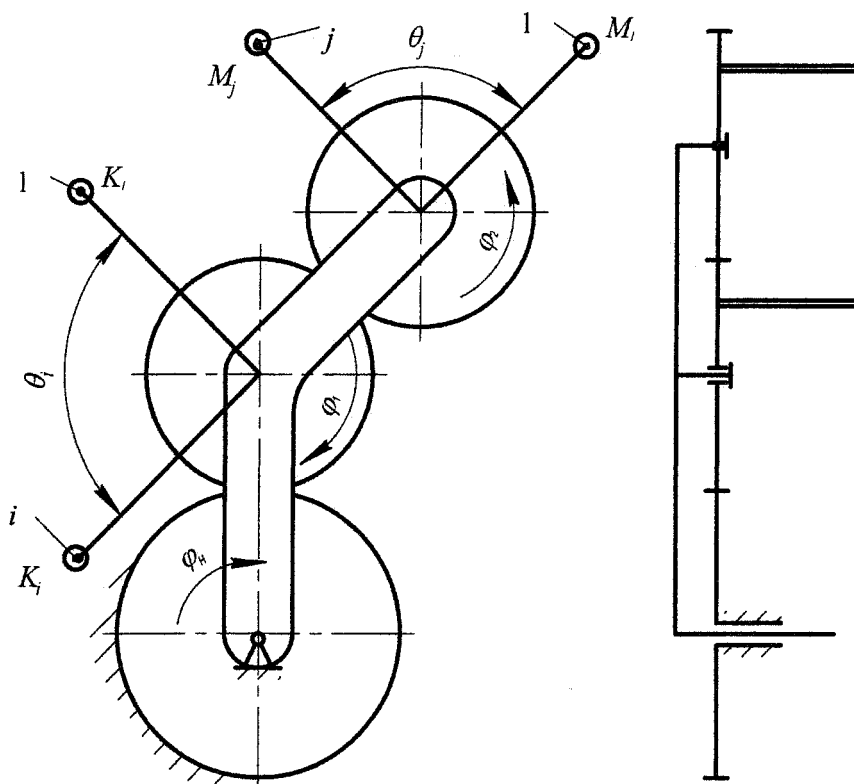


Рис. 3. Обобщенная схема планетарного смесителя

При конкретном выполнении планетарных смесителей с зубчатыми колесами (круглыми и некруглыми) величину передаточного числа  $u$  можно выразить через текущие радиусы центроид:

$$u = \frac{R}{r_i}; \quad u = \frac{R}{r_j}, \tag{5}$$

где  $R$  – радиус центрального колеса,  $r_i$  и  $r_j$  – радиусы соответствующих сателлитов.

В случае круглых зубчатых колес указанные радиусы можно заменить соотношением чисел зубьев центрального колеса  $z$  и сателлитов  $z_i, z_j$ :

$$u = \frac{z}{z_i}; \quad u = \frac{z}{z_j}. \tag{6}$$

#### Выводы

1. На основе обобщенной классификации возможных схем планетарных смесителей выделено 2 группы месильных органов, отличающиеся различным соотношением направлений относительной и переносной скоростей в их сложном движении.
2. Предложены обобщенные физическая и математическая модели планетарных смесителей, включающие обе выделенные группы месильных органов и потому реализующие все возможные варианты выполнения смесителей планетарного типа.

#### Литература

1. Богданов, В.В. Эффективные малообъемные смесители / В.В. Богданов, Е.И. Христофоров, Б.А. Клаунг. – Л.: Химия. Ленингр. отд-ние, 1989. – 224 с.
2. Пожбелко, В.И. Критерии оптимизации проектирования планетарных смесителей вязких материалов / В.И. Пожбелко, С.С. Майборода // XXVII Российская школа по проблемам науки и техники (краткие сообщения). – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 45–49.
3. Пат. RU 2258558 С1, В01 F 7/30. Планетарный смеситель вязких материалов / В.И. Пожбелко, А.В. Ковнацкий. – № 2004119613; заявлено 28.06.2004; опубл. 20.08.2005, Бюл. №23.– 7 с.

## КРИТЕРИИ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ СМЕСИТЕЛЕЙ ВЯЗКИХ МАТЕРИАЛОВ

*В.И. Пожбелко, С.С. Майборода*

Установлена зависимость между проектными параметрами планетарных смесителей и технологическими характеристиками процесса перемешивания. Предложена целевая функция для комплексной оценки проектного образца.

Планетарные смесители могут быть использованы в хлебопекарном производстве для приготовления опар и теста, в кондитерском деле для сбивания кремов и белковых масс, в химической и нефтехимической промышленности для ускорения реакций при перемешивании реагентов, в строительстве и промышленности строительных материалов для приготовления растворов и бетона, в фармацевтической, лакокрасочной, нефтедобывающей и других отраслях промышленности [1]. В связи со столь широкими возможностями применения возникает проблема объективного выбора проектных параметров смесителей на начальной стадии проектирования, обеспечивающих наилучшие технологические характеристики. На рис. 1 приведена принципиальная схема планетарного смесителя, с месильным органом, установленном на сателлите.

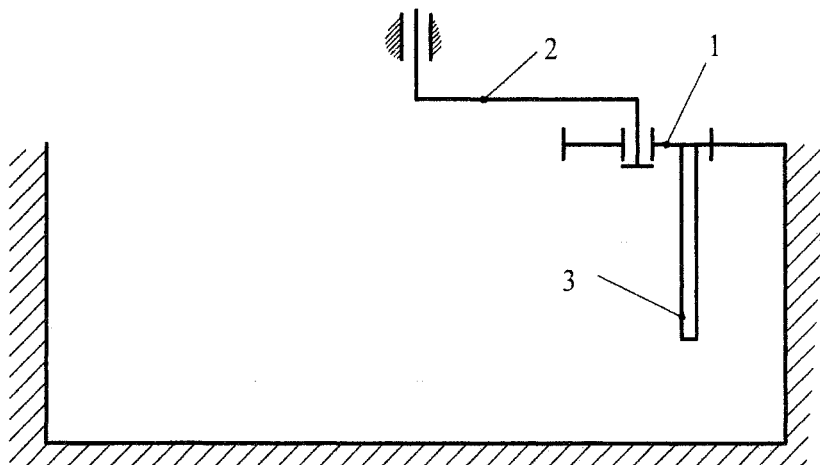


Рис. 1. Принципиальная схема смесителя: 1 – водило; 2 – сателлит; 3 – месильный орган

При конструировании смесителей можно выделить следующие основные проектные параметры.

1. Передаточное отношение, его величина и знак.
2. Число месильных органов (далее МО).
3. Число сателлитов.
4. Радиус и угол установки МО.
5. Соотношение радиусов сателлитов.
6. Схема установки нескольких МО на сателлитах.

При выполнении данного технологического процесса необходимо обеспечить следующие технологические характеристики.

1. Качество перемешивания.
2. Сравнительно малая энергоемкость.
3. Производительность.

Оптимизация проектных параметров при создании новых механизмов и машин выполняется на основе составления целевой функции и поиска ее экстремума [2].

При составлении целевой функции решалась задача связать проектные параметры и технологические характеристики процесса через траекторию движения МО. На рис. 2 приведен предлагаемый алгоритм получения целевой функции.

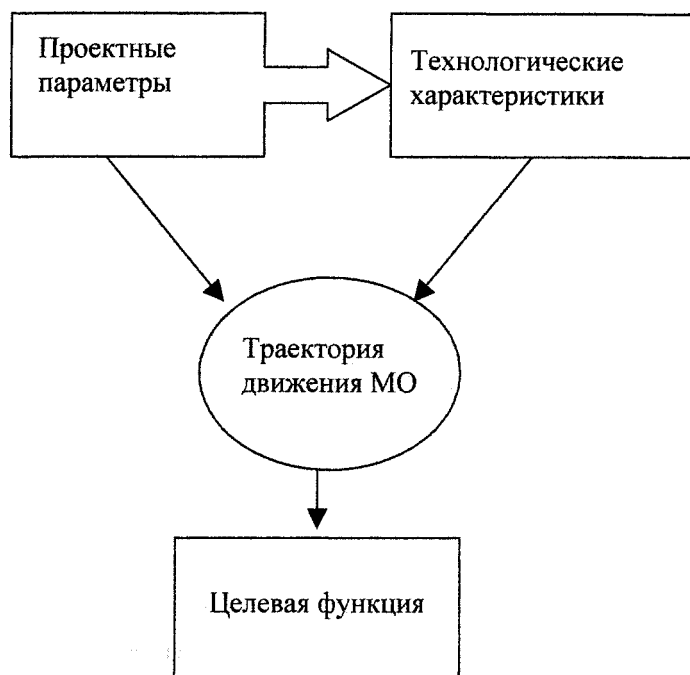


Рис. 2. Предлагаемый алгоритм получения целевой функции

Для составления целевой функции введем следующие количественные показатели технологического процесса.

1. Коэффициент однородности  $K$ , характеризующий качество перемешивания и указывающий долю перемешанных областей в общем объеме. Для расчета коэффициента однородности объем (поверхность перемешивания) делится на равное число квадратов, строится траектория движения месильного органа (органов) при определенном соотношении проектных параметров, определяется число пересеченных квадратов  $n_x$  и общее число квадратов  $n_\Sigma$ , после чего определяется коэффициент  $K$ :

$$K = \frac{n_x}{n_\Sigma} \tag{1}$$

2. Энергоемкость перемешивания определяется затратами мощности при движении МО в вязкой среде, которая будет пропорциональна длине  $L$  траектории МО:

$$N \approx \left(\frac{L}{T}\right)^2 \tag{2}$$

где  $T$  – единица времени, кратная числу оборотов ведущего водила за цикл движения МО.

3. Производительность  $\Pi$  характеризуется объемом перемешивания  $V$  за единицу времени:

$$\Pi = \frac{V}{T} \tag{3}$$

С учетом выражений (1), (2), (3) предлагаемая целевая функция будет иметь следующий вид:

$$\Phi = K^a \left(\frac{V \cdot T}{L^2}\right)^b \rightarrow \max, \tag{4}$$

где  $a, b$  – коэффициенты весомости (значимости) технологических характеристик. Можно дополнительно отметить, что в выражении (4) величина в скобках представляет собой удельные энергозатраты на единицу объема перемешивания.

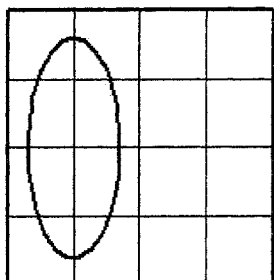
Возможно несколько вариантов выбора коэффициентов  $a$  и  $b$ :

- 1)  $a = 1, b = 1,$
- 2)  $a < 1, b > 1,$
- 3)  $a > 1, b < 1,$

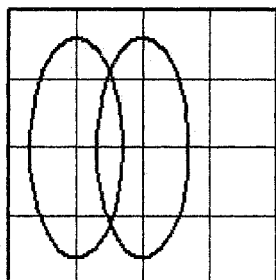
## Расчет и конструирование

- 4)  $a=1, b < 1,$
- 5)  $a=1, b > 1,$
- 6)  $a < 1, b=1,$
- 7)  $a > 1, b=1,$
- 8)  $a < 1, b < 1,$
- 9)  $a > 1, b > 1.$

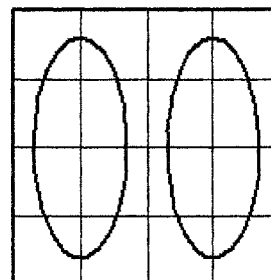
Для выбора одного из этих вариантов рассмотрим следующие вероятные случаи перемешивания (рис. 3).



Случай 1 –  $n_x=6, n_z=16$



Случай 2 –  $n_x=12, n_z=16$



Случай 3 –  $n_x=16, n_z=16$

Рис. 3. Вероятные траектории движения МО

С учетом выражения (4) получим значения целевой функции для этих случаев перемешивания. Логично предположить, что последний случай характеризует процесс, при котором весь объем оказался перемешанным, т. е. значение целевой функции для подобного случая должно быть выше, чем для случая, в котором перемешано 75 % объема и заведомо выше, чем в первом случае. Исходя из этого можно выбрать коэффициенты  $a$  и  $b$  такими, чтобы они давали необходимую разницу в значении целевой функции, значение которой по возможности не превышало бы единицу. Значения целевой функции при различных значениях коэффициентов  $a$  и  $b$  сведены в таблицу. Необходимая разница в значениях целевой функции обеспечивается при значениях коэффициентов:  $a=4, b=0,5$ .

Значения целевой функции при различных значениях коэффициентов  $a$  и  $b$

$a$	1	0,5	4	1	1	0,5	4	0,5	4
$b$	1	4	0,5	0,5	4	1	1	0,5	4
Случай 1	0,375	0,612	0,020	0,375	0,375	0,612	0,020	0,612	0,020
Случай 2	0,188	0,003	0,158	0,375	0,003	0,217	0,079	0,433	0,001
Случай 3	0,250	0,004	0,500	0,500	0,004	0,250	0,250	0,500	0,004

На рис. 4 приведен один из возможных вариантов графиков зависимости значений целевой функции (при значениях коэффициентов весомости  $a=4, b=0,5$ ) от передаточного отношения планетарного смесителя для двух способов установки МО на спутнике.

Обе кривые имеют ярко выраженные экстремумы, что позволяет однозначно определить наилучшее передаточное отношение проектируемого смесителя, обеспечивающее наиболее высокие технологические характеристики процесса перемешивания.

### Выводы

1. Разработаны количественные характеристики, оценивающие еще на этапе проектирования качество перемешивания проектного образца.

2. Предложена целевая функция, позволяющая однозначно, в виде безразмерного числа, связать проектные параметры смесителя с технологическими характеристиками, оценить удельные энергозатраты на единицу объема перемешивания.

3. Составленная целевая функция имеет четко выраженный экстремум при изменении величины проектных параметров, что позволяет определить оптимальное значение этих параметров еще на стадии проектирования планетарных смесителей.



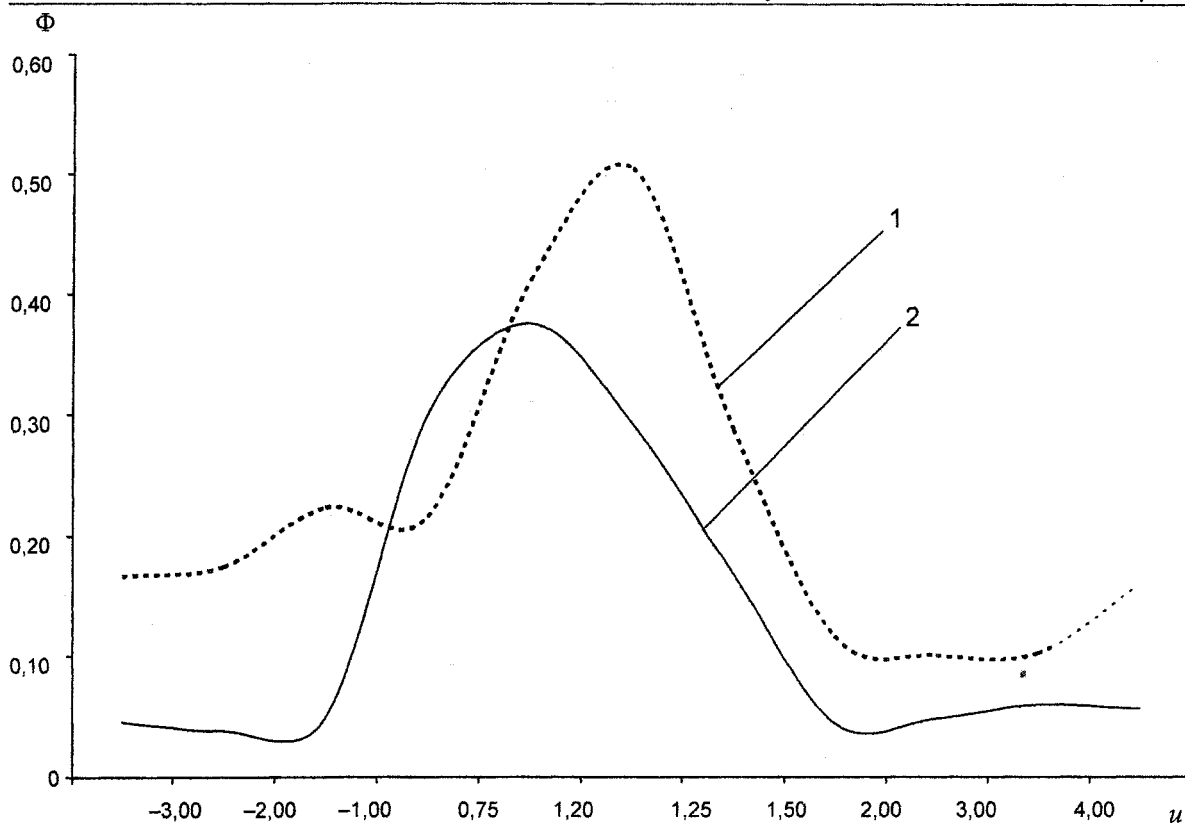


Рис. 4. Графики зависимости значений целевой функции от передаточного отношения планетарного смесителя: 1 – радиус установки МО больше радиуса сателлита; 2 – радиус установки МО меньше радиуса сателлита

#### Литература

1. Пат. RU 2258558 C1, B01 F 7/30. Планетарный смеситель вязких материалов / В.И. Пожбелко, А.В. Ковнацкий. – № 2004119613; заявлено 28.06.2004; опубл. 20.08.2005, Бюл. №23.– 7 с.
2. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин: учебник для машиностроит. спец. вузов / О.Н. Левитская. – М.: Высш. шк., 1978. – 269 с.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ПЕРЕДАЧ ТРАНСМИССИИ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

*В.Б. Держанский, И.А. Тараторкин, А.В. Рылеев, Е.А. Бураков*

Излагается метод прогнозирования цикличности переключения передач в трансмиссиях транспортных машин, при котором движение рассматривается как непрерывный случайный процесс. Показана особенность применения аппарата марковских процессов для многомерной системы. Приводится пример прогнозирования цикличности переключения передач и предлагаются меры по ее снижению при автоматическом управлении поступательной скоростью движения транспортной машины.

Обеспечение долговечности фрикционных элементов управления переключением передач трансмиссий транспортных машин во многом определяется цикличностью их включения. Существующие методы прогнозирования цикличности [1, 2] базируются на экспериментальных данных для ранее спроектированных машин и не позволяют учесть потенциальные свойства проектируемых машин, условия эксплуатации и др. Анализ экспериментальных данных показывает, что действительное число переключений гораздо выше расчетного значения, оно зависит от интенсивности изменения сопротивления движению, имеющего случайный характер, квалификации водителя и до пяти раз возрастает при автоматизации управления поступательной скоростью машины.

Статья посвящена разработке метода прогнозирования цикличности переключения с позиции вероятностного и случайного характера процессов, при рассмотрении движение машины как непрерывного марковского процесса. Такой подход позволяет по виду математической модели движения эффективно определить плотность вероятностей с использованием дифференциального уравнения Фокера–Планка–Колмогорова (ФПК).

В теории марковских процессов [3] и статистической динамики транспортных машин [4] показано, что процессы в динамической системе являются марковскими, если соблюдаются следующие три условия.

1. Поведение системы в будущем не зависит от прошлого, т. е. скорость движения является случайной функцией без последствия.

2. Движение по координате  $x$  описывается дифференциальным уравнением первого порядка в виде

$$\dot{x} + Q(x) = y(t),$$

где  $Q(x)$  – в общем случае нелинейная функция координаты  $x$ .

3. Входное возмущение  $y(t)$  является центрированной стационарной  $\delta$ -корреляционной функцией случайного процесса, т. е. корреляционная функция входного возмущения имеет вид  $K(\tau) = 0,5N_0\delta(\tau)$ , где  $0,5N_0$  – интенсивность  $\delta$ -функции в точке  $\tau = 0$ .

Первые два условия для математической модели управляемого поступательного движения машины выполняются, так как уравнение может быть представлено в форме:

$$\dot{v} - g\delta_i^{-1}f_D(v, \alpha_{ПТ}) = g\delta_i^{-1}f_C(t), \quad (1)$$

где  $v, \dot{v}$  – скорость и ускорение машины;  $\delta_i$  – коэффициент учета вращающихся масс на  $i$ -й передаче;  $f_D, f_C$  – удельная сила тяги и коэффициент сопротивления движению соответственно;  $\alpha_{ПТ}$  – положение педали подачи топлива.

Однако третье условие не выполняется, так как  $\delta$ -корреляционная функция случайного процесса соответствует постоянной спектральной плотности – «белому шуму» во всем интервале частот  $S(\omega) = 0,5N_0$ , а дисперсия «белого шума» стремится к бесконечности, что противоречит физическому представлению реальных процессов.

Внешнее возмущение, как правило, описывается гауссовскими процессами в узкополосном спектре, а спектральная плотность аппроксимируется дробно-рациональной функцией

$$S_y(\omega) = 4\sigma_y^2 \alpha \frac{\alpha^2 + \omega^2}{[\omega^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] + 4\alpha^2 \omega^2},$$

которой соответствует дважды дифференцируемая корреляционная функция

$$K_k(\tau) = \sigma_k^2 \exp(-\alpha|\tau|) \left( \cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \cdot |\tau| \right),$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры функций.

В связи с этим для использования аппарата марковских процессов исследуемая система расширяется последовательным присоединением динамического звена с квадратом модуля передаточной функции

$$|W(\omega)|^2 = \frac{S_y(\omega)}{0,5N_0}.$$

В работе [5] показано, что вышеприведенная функция с присоединенным динамическим звеном описывается дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\alpha \frac{dy}{dt} + (\alpha^2 + \beta^2)y = n(t).$$

Соответственно порядок исходного дифференциального уравнения (1) повышается на два порядка. При введении фазовых координат  $\dot{x}_1 = x_2$ ,  $\dot{x}_2 = x_3$ ,  $\dot{x}_3 = f(\dot{v})$  уравнение приводится к трем уравнениям первого порядка в нормальной форме Коши, т. е. происходит преобразование исходного уравнения в многомерный вектор. Для использования аппарата марковских процессов необходимо, чтобы по крайней мере одна из компонент вектора многомерной системы была марковской. По виду полученного уравнения представляется возможным составить уравнения ФПК относительно неизвестной совместной плотности вероятностей случайных функций [4].

Задача прогноза цикличности сводится к расчету числа пересечений скорости, как случайной функции  $v(s)$  пути  $s$  некоторого заданного уровня  $v_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) – максимального значения скорости на  $i$ -й передаче. Число переключений передач на единицу пути определяется как число положительных выбросов случайной стационарной функции  $v(s)$  за уровень  $v_i$ , которое определяется по уравнению [3]:

$$N_S(v_i) = \int_0^{\infty} \dot{v}_s \cdot \varphi_S(v_i, \dot{v}_i) dv,$$

где  $\varphi_S(v_i, \dot{v}_i)$  – плотность вероятности функции  $v(s)$  и ее производной  $\dot{v}_i(s)$ .

При движении гусеничной машины в характерных условиях скорость ограничивается тяговыми свойствами, плавностью хода и управляемостью, а реализация удельной силы тяги осуществляется по внешним, регуляторным и тормозным характеристикам, которые нелинейны. В.А. Савочкин предложил линеаризацию этих функций относительно переменной удельной кинетической энергии  $T$  ( $T = 0,5v^2$ ) [4]. С учетом этого число переключений передач при действии тяговых ограничений скорости составляет

$$N_i(T) = \frac{\lambda_{Ti} \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{Ti}} \cdot \exp\left(-\frac{(T_i - m_{Ti})^2}{2 \cdot \sigma_{Ti}^2}\right) \text{ переключений на километр,}$$

где  $m_{Ti}$ ,  $\sigma_{Ti}$  – числовые характеристики функции распределения удельной кинетической энергии  $T$  движения машины на  $i$ -й передаче;  $\lambda_{Ti}$  – параметр функции распределения производной  $\dot{T}_i$ .

Ниже приводится пример прогнозирования числа переключений передач с линеаризованной зависимостью  $f_D(T) = a_i - b_i T$ , показанной на рис. 1: в табл. 1 приведены основные параметры линеаризованной характеристики, в табл. 2 – результаты прогнозирования в условиях, когда корреляционная функция коэффициента сопротивления движению определяется уравнением

## Расчет и конструирование

$K_{fc}(\tau_s) = \sigma_{fs}^2 \exp(-\alpha(\tau_s))$  при следующих значениях параметров:  $m_{fc} = 0,15$ ,  $\sigma_{fc}^2 = -0,0016$ ,  $\alpha = 0,005 \text{ м}^{-1}$ .

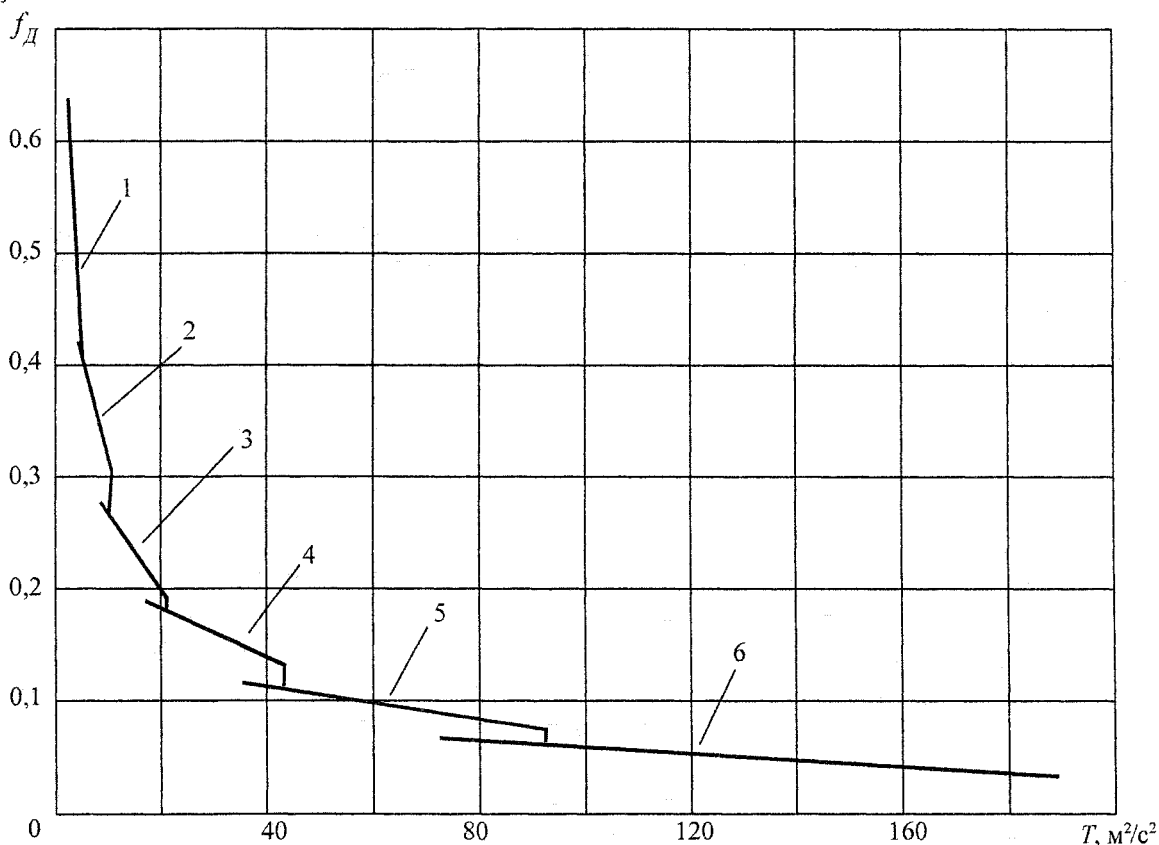


Рис. 1. Линейризованная зависимость удельной силы тяги гусеничной машины от удельной кинетической энергии (1,..., 6 – номера передач)

Из результатов расчета следует, что число переключений достаточно велико. Данная оценка относится к числу переключения с низшей передачи на высшую. При учете ограничений по плавности хода и управляемости эта величина существенно увеличивается. В связи с этим рассматривается возможность сокращения их числа.

Таблица 1

Основные параметры линейризованной характеристики

Номер передачи		1	2	3	4	5	6
Коэффициенты линейризации	$a$	0,741	0,493	0,331	0,227	0,144	0,089
	$b, \text{ с}^2/\text{м}^2$	0,062	0,020	0,007	0,002	0,0008	0,0003
Коэффициент учета вращающихся масс $\delta_i$		3,580	2,365	1,800	1,551	1,424	1,366

Таблица 2

Результаты прогнозирования среднего числа переключения передач для быстроходной гусеничной машины

Параметры	Номер передачи (направление переключения)				
	1→2	2→3	3→4	4→5	5→6
$m_{Ti}, \text{ м}^2/\text{с}^2$	9,596	17,271	25,747	34,222	-7,895
$\sigma_{Ti}, \text{ м}^2/\text{с}^2$	0,64	1,956	5,351	15,292	37,636
$\lambda_{Ti}, \text{ м}^2/\text{с}^2$	0,019	0,04	0,074	0,129	0,193
$N_i(T_i), \text{ км}^{-1}$	0,025	1,568	1,221	1,169	0,253

Законы автоматического переключения построены по статическим характеристикам так, чтобы при равенстве удельных силы тяги и сопротивления  $f_D = f_C$  происходило переключение.

Однако при движении с допустимым кратковременным замедлением  $\dot{v}_3$  временные перегрузки могут быть преодолены кинетической энергией гусеничной машины. Из основного уравнения движения машины (1) нетрудно установить, что условием движения является  $f_D + \frac{\dot{v}_3 \delta}{g} \geq f_C$ .

Однако продолжительность использования кинетической энергии ограничена. Наибольшая длительность  $t_{\max}$ , в течение которой можно преодолеть повышенное сопротивление движению, оп-

ределяется по уравнению [6]  $\int_0^t dt = \frac{\delta_i}{g \cdot f_C} \cdot \int_{\Delta v} dv$ , где  $\Delta v$  – допускаемое снижение скорости в процессе переключения.

Из этих уравнений следует, что длительность  $t_{\max}$  может быть увеличена двумя путями:

- увеличением диапазона угловой скорости двигателя, определяющего пределы интегрирования, т. е. применении высокооборотных двигателей с низкой устойчивой частотой вращения;
- разъединением двигателя с трансмиссией при замедленном движении в процессе преодоления перегрузок.

В первом случае в определенной степени снижаются скоростные качества. Во втором случае двигатель не глохнет, но длительность ограничивается предельно допустимой скоростью движения. Для количественной оценки возможности уменьшения числа переключений необходимо определить случайную протяженность отрезка пути между последовательными моментами изменения сопротивления движению и величину этого изменения (колебательные свойства случайной величины  $f_C(s)$ ).

Другим путем сокращения числа нерациональных переключений является создание полуавтоматического режима переключения передач, при котором реализуются такие свойства водителя как предвидение и прогнозирование ситуации [6]. Электронная система управления на основе сигналов датчиков определяет номер передачи, обеспечивающий наилучший режим работы моторно-трансмиссионной установки в данных условиях движения. Номер этой передачи, как рекомендуемой, высвечивается на дисплее водителя в мигающем режиме. Номер включенной передачи находится в режиме постоянного свечения. Водитель, анализируя дорожную обстановку и прогнозируя дальнейшее ее развитие, принимает решение переключиться на рекомендуемую передачу или двигаться на ранее включенной передаче. Если водитель считает нецелесообразным переход на рекомендуемую передачу (например, при движении на спуске, за которым начинается подъем), то переключение не происходит. При таком управлении исключается цикличность и снижается число переключений.

#### Литературы

1. Зальцерман, И.М. Фрикционные муфты и тормоза гусеничных машин / И.М. Зальцерман, Д.М. Каминский, А.Д. Оношко. – М.: Машиностроение, 1965. – 240 с.
2. Тарасик, В.П. Фрикционные муфты автомобильных гидромеханических коробок передач / В.П. Тарасик. – Минск: Наука и техника, 1973. – 216 с.
3. Тихонов, В.И. Марковские процессы / В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
4. Савочкин, В.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин / В.А. Савочкин, А.А. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1993. – 320 с.
5. Стратонович, Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике / Р.Л. Стратонович. – М.: Сов. радио, 1961. – 557 с.
6. Держанский, В.Б. Адаптивное управление переключением передач гидромеханической трансмиссии на основе мониторинга технического состояния и режимов функционирования / В.Б. Держанский, И.А. Тараторкин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2005. – Вып. 7. – № 14(54). – С. 75–84.

## ЗАДАЧИ ПАССИВНОГО ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ (ПОСТАНОВКА, МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ)

*Б.М. Позин, И.П. Трояновская, В.Г. Апанасик*

Ставится задача неуправляемого (пассивного) поворота гусеничной машины, составляется модель её движения при уводе в виде квазистатического процесса. Предлагается алгоритм численного решения задачи движения, основанный на теории криволинейного интеграла и модели взаимодействия гусеницы с деформируемым грунтом.

Теория поворота гусеничных машин развивалась сначала как теория управляемого криволинейного движения. Потребности практического проектирования скоростных машин и его научного обеспечения определили круг задач и методы их решения: расчёт тягового и мощностного балансов, условий заноса, устойчивости, управляемости и др. [3, 7, 14].

Развитие тракторного парка машин и современное производство тихоходных тяговых машин и агрегатов на их базе выдвигает необходимость постановки и решения проблем неуправляемого (пассивного) поворота со своими задачами и методами решений.

Пассивным поворотом будем называть криволинейное движение машины под действием внешних сил без управляющего воздействия со стороны водителя. Исследования пассивного поворота немногочисленны и, как правило, посвящены частным задачам [5, 11, 13], тем более, что они, в отличие от задач управляемого поворота, не всегда имеют однозначное решение.

Наибольший интерес из задач пассивного поворота представляют задачи страгивания и увода.

Под **страгиванием** в теории поворота понимается начало или конец движения, когда угловая скорость машины равна нулю [1]. Решение этой задачи позволяет определить тягово-сцепные качества машины при сдвиге ее внешней силой, а также возможные угловые ускорения для определения динамических нагрузок в самой конструкции машины [1].

Задача страгивания (сдвига) с изотропным и анизотропным трением была сформулирована и решена еще Ф.А. Опейко [11] на основе трудов Н.Н. Шиллера и Н.Е. Жуковского о равновесии площадки с трением [6, 16]. Независимо от значения углового ускорения, для каждой линии действия сдвигающей силы задача страгивания имеет единственное решение относительно величины предельной силы и координат центра вращения.

Теоретические и экспериментальные исследования [2, 17] показали, что на деформируемом грунте задача страгивания гусеничной машины с места решается так же, как на твёрдом. Коэффициенты анизотропного трения в этом случае принимаются равными максимальным значениям продольных и поперечных коэффициентов сцепления гусеницы с грунтом.

Таким образом, задача страгивания гусеничной машины с места под действием внешней сдвигающей силы достаточно полно исследована, имеет теоретическое обоснование и экспериментальную проверку. Страгивание движущейся машины под действием внешней внецентренно приложенной нагрузки имеет некоторые особенности и является началом увода.

**Уводом** называется отклонение машины от заданного курса. Оценивается увод величиной отклонения, определяемого в результате построения траектории движения. Последняя формируется, как правило, в результате решения дифференциальных уравнений. Однако, для тихоходных машин, когда центробежные силы инерции малы, внешняя сила и силы от грунта можно считать уравновешенными, радиус кривизны траектории в этом случае изменяется крайне медленно, тогда общий случай нестационарного поворота можно рассматривать как квазистатический процесс.

Задача увода тихоходной гусеничной машины под действием внешней внецентренно приложенной силы на твёрдом основании с постоянными составляющими коэффициента трения решается однозначно только как задача страгивания с места. Если внешняя сила не превышает предельного значения для заданной линии её действия, машина движется прямолинейно без отклонения, в противном случае задача не имеет однозначного решения.

На деформируемом грунте задача увода решается однозначно. Рассмотрим эту задачу подробнее.

Для построения траектории увода в прямоугольной декартовой системе XY воспользуемся теорией криволинейного интеграла первого рода [15]:

$$X = X_0 + \int_{(s)} \cos \psi ds, \tag{1}$$

$$Y = Y_0 + \int_{(s)} \sin \psi ds, \tag{2}$$

где  $\psi$  – угол касательной к кривой в точке с осью X;  $ds$  – дифференциал дуги кривой в точке;  $X_0, Y_0$  – начальные координаты кривой.

Дуга S через радиус кривизны  $\rho$  и угол касательной  $\psi$  выражается соотношением:

$$ds = \rho d\psi. \tag{3}$$

Таким образом, если известны  $\rho$  и  $\psi$  как функции какого либо параметра, то траектория может быть построена. В качестве параметра, при изучении движения, обычно принимают время  $\tau$ .

Учитывая, что  $ds = Vd\tau$  и  $\psi = \int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau$ , формулы (1) и (2) при нулевых начальных условиях запишутся в виде:

$$X = \int_0^T V \cos \left( \int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau \right) dt, \tag{4}$$

$$Y = \int_0^T V \sin \left( \int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau \right) dt, \tag{5}$$

где  $t, T$  – время текущее и время процесса, соответственно.

Пусть гусеничная машина под действием внешней силы отклоняется от прямолинейного пути (рис. 1). При равных теоретических скоростях движения гусениц центры скольжения их опорных площадок совпадают (точка C на рис. 1). Радиус кривизны траектории точки C равен  $\rho_c = x_0 + x$  (рис. 2). Таким образом, задача построения траектории сводится к нахождению величин  $x_0$  и  $x$  в подвижной системе координат, связанной с машиной.

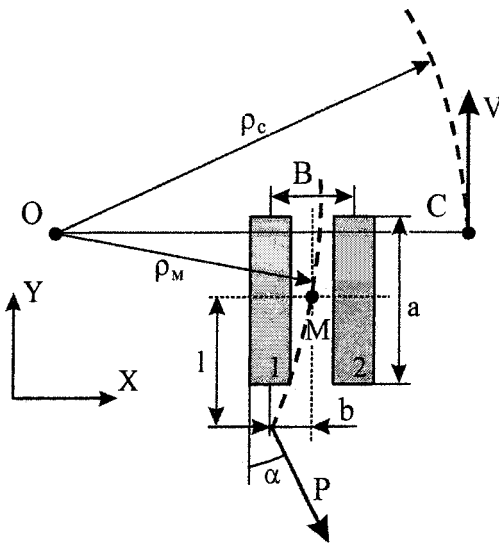


Рис. 1

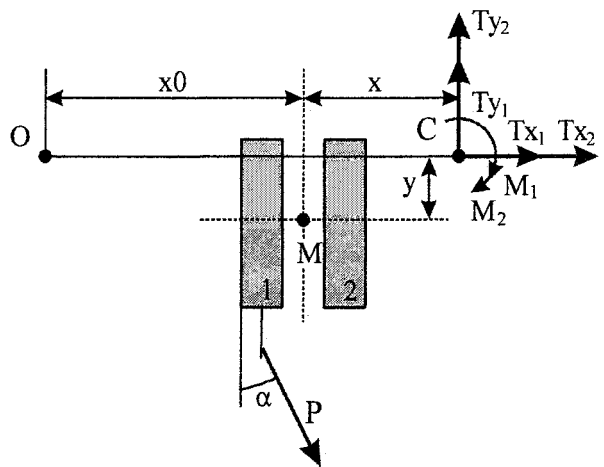


Рис. 2

Значения  $x_0$  и  $x$  легко вычисляются при решении задачи страгивания, записанной в форме условий равновесия машины в различные моменты времени:

$$\begin{cases} P \sin \alpha + T_{x1} + T_{x2} = 0; \\ -P \cos \alpha + T_{y1} + T_{y2} = 0; \\ lP \sin \alpha + bP \cos \alpha + x(T_{y1} + T_{y2}) - y(T_{x1} + T_{x2}) - M_1 - M_2 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

## Расчет и конструирование

Входящие в уравнения силовые факторы, возникающие в контакте с грунтом, являются функциями координаты  $x$  [11] и учитывают деформативные свойства грунта. В связи с незначительной по сравнению с длиной, шириной гусеницы, последней, как правило, пренебрегают, что позволяет заменить двумерный интеграл при вычислении силовых факторов одномерным [12].

В таком случае силовые факторы, входящие в уравнения равновесия и приведенные к центру скольжения  $C$  (см. рис. 2) имеют вид:

$$\begin{cases} T_{x_{1,2}} = - \int_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_x \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} d\eta; \\ T_{y_{1,2}} = \int_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_y \frac{x \pm 0,5B}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} d\eta; \\ M_{1,2} = \int_{-0,5a}^{0,5a} q \frac{(y-\eta)^2 \varphi_x + (x \pm 0,5B)^2 \varphi_y}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} d\eta, \end{cases} \quad (7)$$

где знак «+» соответствует отстающей гусенице ( $T_{x_1}, T_{y_1}, M_1$ ), а знак «-» – забегающей ( $T_{x_2}, T_{y_2}, M_2$ );  $q, \varphi_x, \varphi_y$  – удельное давление, коэффициент сцепления в поперечном и продольном направлении гусеницы в точке, соответственно.

Поскольку все характеристики взаимодействия движителя с грунтом вводятся в точке, то автоматически учитывается форма и размеры самой площадки и закон распределения удельного давления.

Учёт деформативных свойств грунта в силах взаимодействия (7) производится путем использования переменных коэффициентов сцепления  $\varphi_x, \varphi_y$ . В теории активного поворота гусеничных машин при описании взаимодействия ходового аппарата с грунтом применяются разного рода зависимости, из которых наибольшее распространение в настоящее время получили формулы В.В. Кацыгина [9]:

$$\varphi = \varphi_d \left(1 + \frac{\chi}{\operatorname{ch}(S_8 / \lambda)}\right) \operatorname{th}(S_8 / \lambda), \quad (8)$$

где  $\varphi_d$  – коэффициент сцепления при полном скольжении;  $S_8$  – перемещение точки гусеницы;  $\chi, \lambda$  – характеристики грунта.

Формула (8) используется, как правило, при описании установившегося поворота, т.к. её применение требует знания предыстории движения. Этот недостаток можно устранить, используя вместо перемещения  $S_8$  в качестве аргумента скольжение в точке  $k_8$  [4] (рис. 3):

$$\varphi = \varphi_d \left(1 + \frac{\chi}{\operatorname{ch}(k_8 / \lambda)}\right) \operatorname{th}(k_8 / \lambda). \quad (9)$$

Скольжение в точке опорной площадки колеса определяется как отношение скорости скольжения этой точки по грунту к теоретической скорости колеса. Распространим эту формулу для описания движения гусеницы.

Еще одной особенностью задачи увода являются малые боковые перемещения и скорости. Если при управляемом повороте боковые перемещения точек опорной площадки гусеницы, и связанные с ними деформации грунта, а также скорости относительного скольжения измеряются, соответственно, метрами и м/с, тогда как при уводе – миллиметрами и мм/с. Следовательно, при уводе мы находимся всегда на восходящей ветви коэффициента сцепления (см. рис.3), что позволяет воспользоваться упрощённой формулой [4]:

$$\varphi = \varphi_d \operatorname{th} \frac{k_8}{\lambda}. \quad (10)$$

Кроме того, имеет место некоторая неопределённость зависимости силы от скольжения в начальный момент движения или, строго говоря, ненулевого значения силы при нулевом скольжении (см. рис.3). Этот факт широко известен и отмечался еще в опытах В.П. Запольского [8], на базе которых получены формулы В.В. Кацыгина. Обычно это явление учитывается поправками или функциями с некоторыми специальными аналитическими свойствами [10].



Сохраняя структуру формулы (10), учтем описанное выше явление, введя в аргумент в качестве слагаемого дополнительный член  $\theta$ , величина которого равна напряжению в грунте, соответствующему началу сдвига:

$$\varphi = \varphi_d \operatorname{th} \left( \frac{k_{\delta}}{\lambda} + \theta \right). \quad (11)$$

Силовые факторы (7) с учетом изложенного выше, имеют вид:

$$\begin{cases} T_{x_{1,2}} = - \int_{-0,5a}^{0,5a} q \varphi_x \frac{y - \eta}{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th} \left[ \frac{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}}{(x_0 + x)\lambda} + \theta \right] d\eta; \\ T_{y_{1,2}} = \int_{-0,5a}^{0,5a} q \varphi_y \frac{x \pm 0,5B}{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th} \left[ \frac{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}}{(x_0 + x)\lambda} + \theta \right] d\eta; \\ M = \int_{-0,5a}^{0,5a} q \frac{(y - \eta)^2 \varphi_x + (x \pm 0,5B)^2 \varphi_y}{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th} \left[ \frac{\sqrt{(y - \eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}}{(x_0 + x)\lambda} + \theta \right] d\eta. \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя (12) в систему уравнений (6), получим квазистатическую модель криволинейного движения при уводе. Из решения системы (6) для каждого значения сдвигающей внешней силы  $\vec{P}(\tau)$  находим координаты центра скольжения гусениц  $x$  и радиус поворота  $x_0$ , что позволяет при заданных начальных условиях построить траекторию движения машины, вычислив интегралы (1) и (2).

При дискретном задании времени получаемый в результате решения системы (6) радиус кривизны траектории, а также  $V$  можно аппроксимировать любой удобной функцией.

### Литература

1. Апанасик, В.Г. Задача страгивания в теории поворота транспортных и тяговых машин / В.Г. Апанасик, Б.М. Позин, И.П. Трояновская // Сб. сообщений научн. техн. конференции «Механика и процессы управления моторно-трансмиссионных систем транспортных машин». – Курган: УРО РАН Институт машиноведения, 2003. – С. 156–159.
2. Апанасик, В.Г. Пассивный поворот гусеничной машины (задача страгивания) / В.Г. Апанасик, Б.М. Позин, И.П. Трояновская // Материалы XLIII научн. техн. конференции ЧГАУ. – Челябинск: ЧГАУ, 2004. – С. 204–208.
3. Благодоров, А.А. Динамика управляемого движения гусеничной машины / А.А. Благодоров, В.Б. Держанский. – Курган, 1995. – 162 с.
4. Вершинский, Л.В. Модель стационарного поворота колесной машины с шарнирно-сочлененной рамой / Л.В. Вершинский, Б.М. Позин, И.П. Трояновская // Вестник ЧГАУ. – 2006. – Т. 47. – С. 17–21.
5. Егоров, Л.И. Исследование некоторых вопросов управляемости гусеничных лесосечных машин: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Л.И. Егоров. – М.: МЛТИ. – 1972. – 25 с.
6. Жуковский, Н.Е. Условие равновесия твердого тела опирающегося на неподвижную плоскость некоторой площадкой и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением / Н.Е. Жуковский // Труды Отделения физических наук Общества любителей естествознания. – 1897. – Т. IX. – Вып. 1. – С. 339–354.
7. Забавников, Н.А. Основы теории транспортных гусеничных машин / Н.А. Забавников. – М.: Машиностроение, 1975. – 448 с.
8. Запольский, В.П. Исследование сцепных качеств и обоснование параметров траков гусеничных движителей: дис. ... канд. техн. наук / В.П. Запольский. – Минск, 1971. – 160 с.
9. Кацыгин, В.В. Основы теории выбора оптимальных параметров сельскохозяйственных машин и орудий / В.В. Кацыгин // Вопросы сельскохозяйственной механики. – 1964. – Т.13. – С. 5–147.
10. Умняшкин, В.А. Моделирование процесса взаимодействия движителя колесной машины с опорной поверхностью / В.А. Умняшкин // Сб. науч. трудов МАДИ(ТУ): Техника технологии строительства и эксплуатации автомобильных дорог. – М.: МАДИ(ТУ), 2000. – С. 40–45.

## Расчет и конструирование

---

11. Опейко, Ф.А. Колесный и гусеничный ход / Ф.А. Опейко. – Минск, 1960. – 228 с.
12. Позин, Б.М. Совершенствование параметров промышленных гусеничных тракторов: автореферат дис. ... докт. техн. наук. – М.: МАДИ, 1991. – 62 с.
13. Рославцев, А.В. Разработка методов и средств исследования движения машинно-тракторных агрегатов: автореферат дис. ... докт. техн. наук. – М.: НАТИ, 1996. – 64 с.
14. Фаробин, Я.Е. Теория поворота транспортных машин / Я.Е. Фаробин. – М.: Машиностроение, 1970. – 176 с.
15. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Физматгиз, 1959. – 807 с.
16. Шиллер, Н.Н. Заметки о равновесии твердого тела при действии трения на некоторую плоскую часть его поверхности / Н.Н. Шиллер // Труды Отделения физических наук Общества любителей естествознания. – 1892. – Т. V. – Вып. 1. – С. 17–19.
17. Экспериментальные исследования пассивного поворота гусеничной машины при страгивании / В.Г. Апанасик [и др.] // Материалы XLIII научн. техн. конференции ЧГАУ. – Челябинск: ЧГАУ, 2004. – С. 201–204.

## ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ДОРОЖНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

*Т.С. Волченко, В.А. Крылов, Л.А. Шефер*

Рассмотрены вопросы моделирования влияния воздействия со стороны дороги на автомобиль при расчетах динамических характеристик напряженно-деформированного состояния несущих систем автомобиля. Воздействие на автомобиль со стороны дороги (далее дорожное воздействие) моделируется с помощью зависимости Доддса, которая основана на гипотезе изотропности поля дорожного воздействия. Рассматриваются две модели воздействия: с учетом и без учета зависимости между случайными функциями микропрофиля левой и правой колеи дороги (далее зависимость).

При движении автомобиля все его узлы подвергаются различного рода динамическим воздействиям, которые обусловлены неровностями дорожного полотна. Для анализа ресурса автомобиля в целом и отдельных его составляющих необходима оценка возникающих колебательных процессов. Для того чтобы расчетным путем определить характеристики сопротивления усталости, необходимо располагать адекватными моделями воздействия на систему (автомобиль) со стороны дорожного полотна. Так как автомобиль может двигаться по всевозможным типам дорог, то требует большое количества аппроксимаций дорожного полотна, так как автомобиль подвергается различного рода воздействиям при движении по дорогам различных типов. Кроме того, сложно сформировать такое воздействие, которое описывало бы движение автомобиля при движении с постоянной скоростью, разгоне, переезде единичных неровностей, торможение и т. д.

Одна из последних разработок [1] заключается в следующем: при движении автомобиля необходимо учитывать взаимосвязь между левой и правой колеями дороги, что поможет более точно описать динамику движения транспортного средства. Ранее же проводились расчеты без учета такой взаимосвязи.

В качестве исходной информации при моделировании дорожного воздействия используются экспериментальные данные измерений микропрофилей дорог различных типов и соответствующие этим данным функции спектральных плотностей. В большинстве случаев измерения проводились по одной колее дороги, что явно недостаточно для получения пространственной модели дорожного воздействия.

Сотрудниками кафедры «Летательные аппараты» ЮУрГУ и отделом системных исследований и разработок Уральского автомобильного завода совместно разработан метод формирования дорожного воздействия, в котором используется зависимость Доддса [2]. Эта зависимость основана на гипотезе изотропности поля дорожного воздействия и позволяет получить взаимную корреляционную функцию двух колеи дорожного полотна  $R_W(\tau)$ , располагая корреляционной функцией микропрофиля одной колеи  $R(\tau)$ :

$$R_W(\tau) = R\left(\sqrt{\tau^2 + \left(\frac{B}{V}\right)^2}\right),$$

где  $B$  – ширина колеи автомобиля,  $V$  – скорость его движения. Следовательно, метод позволяет получить пространственную модель дорожного воздействия.

Для анализа применимости рассматриваемого метода формирования дорожного воздействия в практических расчетах динамического напряженно-деформированного состояния несущих систем автомобиля была проведена оценка разницы между двумя моделями объемного воздействия: с учетом и без учета взаимодействия между колеями. Оценка проводилась с помощью конечно-элементного пакета ANSYS и созданной в нем модели автомобиля «КАМА3-6520» (рис. 1).

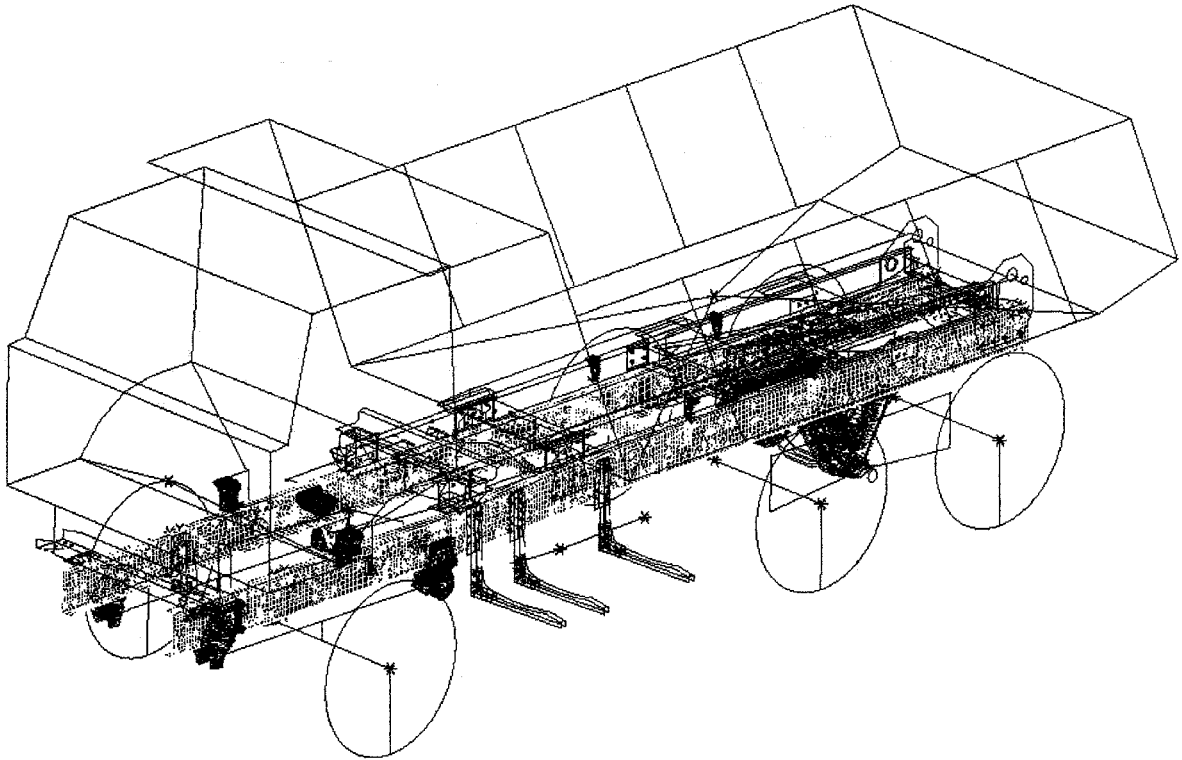


Рис. 1. Конечно-элементная модель автомобиля «КАМАЗ-6520»

В качестве примера для расчетов было выбрано движение автомобиля по двум типам дорог: по асфальту со скоростью 60 км/ч и по грунту со скоростью 45 км/ч, а исследуемыми деталями: из непродессоренных масс – передний мост, из продессоренных масс – вторая, третья и четвертая поперечины рамы. Исследуемые узлы на деталях (рис. 2) выбраны как наиболее опасные по результатам стендовых испытаний несущих систем автомобиля КАМАЗ.

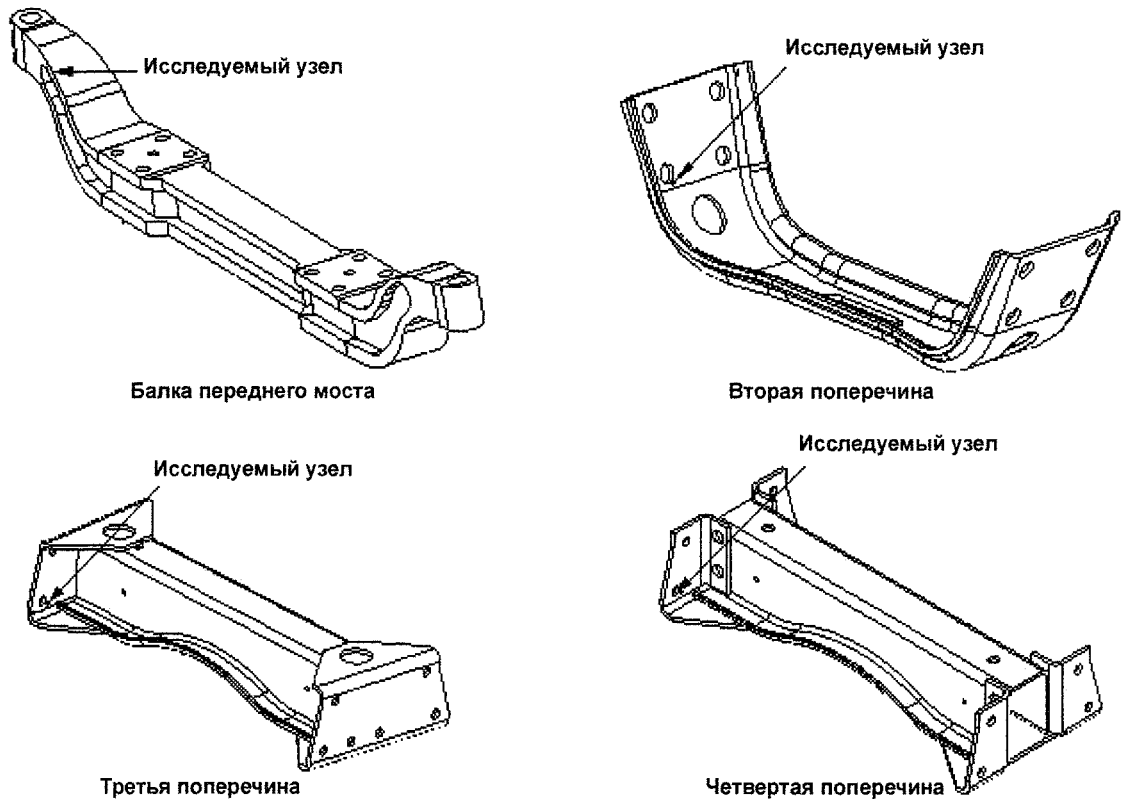


Рис. 2. Исследуемые детали

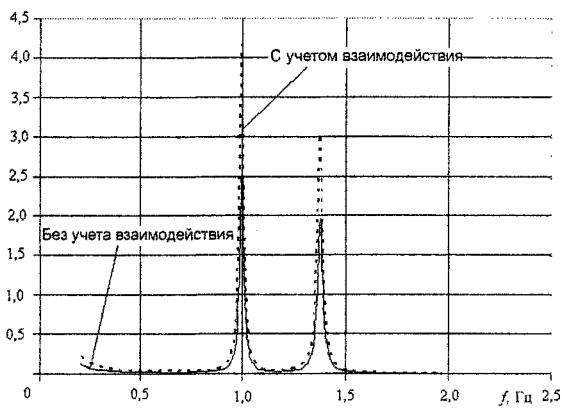
Для последующего анализа функций спектральной плотности напряжений были определены несколько первых собственных частот колебаний автомобиля (табл. 1).

В процессе исследования рассматривались случайные колебания машины в диапазоне частот 0...10 Гц, с шагом по частоте 0,2 Гц. Наиболее заметные отличия спектральных плотностей напряжений видны на пиках, соответствующих первым четырем собственным частотам автомобиля (рис. 3).

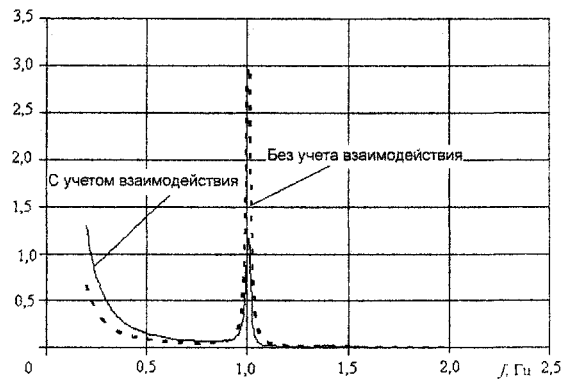
Таблица 1

Значения собственных частот колебаний автомобиля.

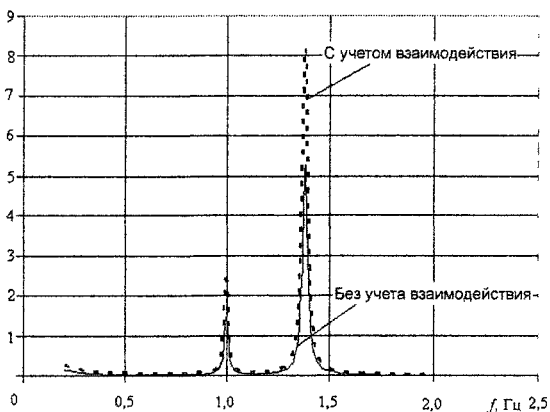
№ формы	Значение собственной частоты, Гц	Комментарий
1	0,783	Вертикальные колебания бензобака на средней опоре
2	0,962	Вертикальные колебания автомобиля на подвеске
3	0,981	Угловые колебания автомобиля на подвеске относительно продольной оси
4	1,375	Угловые колебания автомобиля на подвеске относительно поперечной оси
5	2,112	Угловые колебания кабины и грузовой платформы в противофазе относительно продольной оси
6	3,017	Вертикальные колебания подрессоренных и непрорессоренных масс
7	3,094	Угловые колебания автомобиля на подвеске



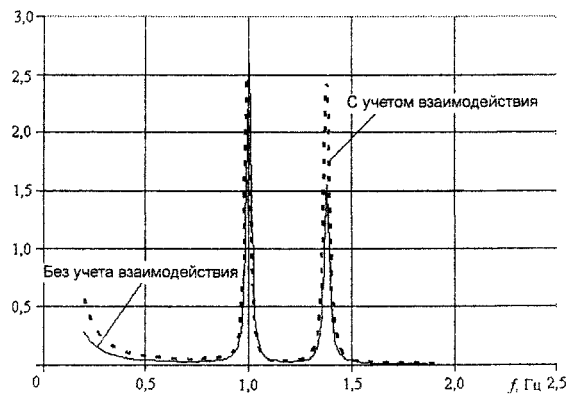
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Спектральная плотность напряжений (МПа·10<sup>14</sup>) исследуемых деталей при моделировании движения автомобиля по асфальту со скоростью 60 км/ч: а – для балки переднего моста; б – для второй поперечины рамы автомобиля; в – для третьей поперечины рамы автомобиля; г – для четвертой поперечины рамы автомобиля

На основе спектральных плотностей напряжений были получены значения среднеквадратичных отклонений (СКО) напряжений (табл. 2, 3).

## Расчет и конструирование

Расчеты показывают, что СКО напряжений при учете взаимодействия оказываются в среднем выше на 13%.

СКО напряжений при движении автомобиля по асфальту

Таблица 2

Исследуемые узлы	При учете взаимодействия	Без учета взаимодействия
2-я поперечина	6,8	6,1
3-я поперечина	72,1	57
4-я поперечина	6,4	5,4
Подвеска	5,9	5,1

СКО напряжений при движении автомобиля по грунту

Таблица 3

Исследуемые узлы	При учете взаимодействия	Без учета взаимодействия
2-я поперечина	16,8	15,9
3-я поперечина	171,8	143,1
4-я поперечина	15,7	14
Подвеска	14,5	13,1

Таким образом, можно сделать следующий вывод. Расчеты с учетом зависимости между колесами дороги математически более адекватно отражают реальное дорожное воздействие. Так как использование зависимости Доддса не требует каких-либо дополнительных данных, т. е. достаточно располагать спектральной плотностью для одной колеи, то для инженерных расчетов и исследований динамики и ресурса несущих систем автомобиля рекомендуется использовать описанный метод.

### Литература

1. Шлейхер, А. А. Методика формирования модели дорожного воздействия / А. А. Шлейхер, В.А. Крылов // Динамика машин рабочих процессов: Сборник докладов Всероссийской научно-технической конференции, 13–15 октября 2004 г. – Челябинск: изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 159.
2. Доддс, С. Дж. Воспроизведение в лаборатории эксплуатационных вибраций автомобиля / С.Дж. Доддс // Журнал американского общества инженеров-механиков. – 1974. – № 2.

## О РАЗРАБОТКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ ОБЪЕКТАХ

*С.Д. Ваулин, А.Л. Карташев, Е.В. Сафонов, А.Л. Шестаков*

Рассмотрена интегрированная система индивидуального учета, распределения и потребления энергетических ресурсов. Ядром системы является математическая модель теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах. Предложены принципы построения математической модели на основе системного подхода к анализу теплового состояния инженерных объектов. Определены требования к математической модели. Разработана функциональная структура математической модели теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах.

### *Введение*

Эффективное потребление энергетических ресурсов в эпоху нарастания энергодефицита довольно проблематично осуществлять без индивидуального учета, оптимального распределения и рационального потребления энергетических и водных ресурсов (их производство также требует больших энергетических затрат). Одним из путей решения данной проблемы является разработка интегрированной Системы индивидуального учета, распределения и потребления энергоресурсов (далее по тексту – Система) в сложных инженерных объектах.

В качестве сложных инженерных объектов могут быть рассмотрены различные технические устройства, промышленное производство, а также здания и сооружения, в которых производится распределение и потребление энергетических ресурсов.

Такая Система должна, во-первых, служить инструментом, обеспечивающим реальный учет и оплату потребленных ресурсов, во-вторых, играть роль фактора, побуждающего потребителя к рациональному использованию потребляемых ресурсов, и, наконец, позволять оперативно управлять распределением и потреблением энергоресурсов, как в пределах отдельно взятого объекта (например, здания или сооружения), так и в масштабах нескольких объектов (например, микрорайонов).

Рассматривая Систему как единый комплекс, необходимо определить состав ее компонентов и установить параметры взаимодействия между ними.

В качестве компонентов Системы можно выделить ее следующие составляющие:

- математическая модель энергосберегающей Системы индивидуального учета, распределения и потребления тепла и электроэнергии;
- алгоритмический блок управления различными подуровнями многоуровневой Системы;
- технические элементы Системы, включая беспроводные сенсорные сети и беспроводные цифровые сенсоры, разработанные на основе современных достижений отечественной микросистемной техники;
- программное обеспечение Системы и используемый интерфейс;
- организационно-правовое обеспечение внедрения и функционирования Системы.

### *Основные принципы построения математической модели*

Математическая модель теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах с функцией корреляции неэквивалентного расположения по отношению к внешним климатическим условиям эксплуатации является основой для построения алгоритма индивидуального учета, распределения и потребления энергии.

Требования к построению такой модели и ее функционированию (функциональной структуре) должны обеспечивать обобщенное применение разрабатываемой математической модели для различных типов объектов (включая жилые, офисные, производственные и возможные другие типы помещений).

## Расчет и конструирование

Наиболее эффективными для построения математической модели являются принципы системного подхода, реализуемые в модульном построении модели, в ее многоуровневом иерархическом структурировании, а также комплексном учете входных параметров (технических, экономических, организационно-правовых и т.д.).

В целом разрабатываемая математическая модель должна включать в себя несколько моделей (субмоделей) и алгоритмов, таких как:

- статическая модель теплового режима объекта и его отдельных элементов;
- динамическая модель теплового режима объекта и его отдельных элементов;
- модель неэквивалентного расположения отдельных элементов объекта (например, квартир внутри здания);
- модель корреляционного учета неэквивалентных внешних воздействий на объект;
- модель корреляционного учета действия различных источников тепла в объекте и его элементах;
- модуль обработки входных и выходных данных;
- алгоритм расчета коммерческих показателей тепловой и электрической энергии на границе балансной принадлежности;
- алгоритм индивидуального учета потребления тепловой и электрической энергии;
- алгоритм дистанционного ограничения электрической энергии.

Разрабатываемая математическая модель должна стать основой разработки перспективных технологий для создания энергосберегающей системы индивидуального учета, распределения и потребления тепловой и электрической энергии в сложных инженерных объектах.

Создание математической модели для ее реализации в системе интегрированного учета потребления и распределения тепла должно быть непосредственным образом связано с техническим исполнением Системы, в частности, с наличием необходимого количества беспроводных сенсоров, данные которых являются входной информацией для функционирования математической модели (прежде всего, ее динамического ядра) в режиме реального времени.

### *Системный подход к построению математической модели*

Для построения математической модели необходимо использовать методологию системного анализа. Иерархическая структура математической модели включает в себя общую математическую модель и набор независимых либо связанных друг с другом модулей (субмоделей), которые должны функционировать так же совместно либо независимо друг от друга. Кроме того, субмодели различных иерархических уровней должны иметь способность адекватно описывать работу интегрированной системы учета и распределения тепловой и электрической энергии без использования структуры более высоких иерархических уровней.

Рассмотрим построение математической модели теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах на примере зданий (сооружений).

Разрабатываемая математическая модель должна состоять из следующих иерархических уровней (от высших уровней к низшим).

Статическая модель теплового режима здания, как единой теплоэнергетической системы, в состав которой входят следующие субмодели:

- математическая модель теплоаккумуляционных характеристик оболочки здания;
- математическая модель теплоэнергетического воздействия наружного климата на здание;
- математическая модель теплоэнергетического баланса помещений здания.

Статическая модель должна включать в себя наиболее полное описание теплоэнергетического состояния здания с учетом всех факторов, влияющих на это состояние.

Основное назначение статической модели – проведение поверочного расчета теплового режима здания (сооружения) в соответствии с рекомендациями, приведенными в Своде Правил СП 23–101–2000 «Проектирование тепловой защиты зданий», а также расчет коэффициентов для аппроксимационных зависимостей для использования в динамической модели теплового режима здания (сооружения).

Динамическая модель теплового режима здания включает в себя:

- математическое ядро, основанное на аппроксимационных зависимостях;
- модуль обработки текущих параметров, характеризующих текущее состояние распределения и потребления энергоресурсов в здании;



– модуль формирования выходных данных.

Динамическая модель должна обеспечить:

- сбор и предварительную обработку оперативных входных данных;
- математическую обработку (усреднение, интегрирование и т.д.) исходных и расчетных данных за отчетный период;
- поверочный расчет теплового режима в зависимости от текущих климатических условий;
- формирование выходных данных (корреляционных коэффициентов), которые позволяют получить уточненные сведения о теплопотреблении того или иного помещения, учитывающих теплоэнергетическую неравноценность местоположения помещений для учетных подсистем распределения тепловой нагрузки по потребителям.

Алгоритм расчета коммерческих показателей тепловой и электрической энергии, а также водных ресурсов на границе балансной принадлежности должен обеспечить точный учет потребляемых ресурсов в соответствии с существующими нормативными документами (в настоящее время Строительные нормы и правила РФ СНиП 41–01–2003 «Отопление, вентиляция и кондиционирование»; «Правила учета тепловой энергии и теплоносителя», Москва, 1995 год; «Правила учета электрической энергии», утверждены Минтопэнерго и Минстроем РФ, 1996 год).

Алгоритм индивидуального учета потребленных ресурсов с учетом общих затрат на здание (сооружение) должен функционировать посредством учета корреляционных коэффициентов динамической модели объекта.

Алгоритм дистанционного управления ограничением электрической мощности предназначен для поэтапного ограничения электрической мощности индивидуальному потребителю в случае задержки оплаты за потребленные энергоресурсы.

Описанная структура математической модели в общем виде представлена на рис. 1.

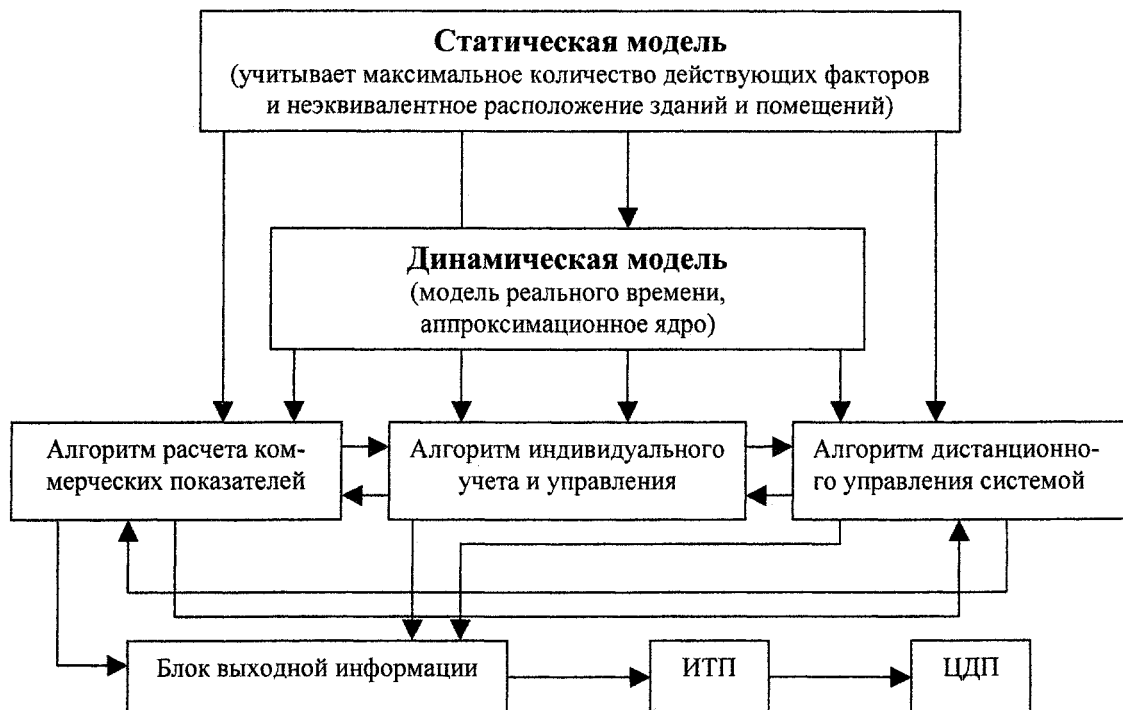


Рис. 1. Общая структура математической модели  
(ИТП – индивидуальный тепловой пункт, ЦТП – центральный тепловой пункт)

Составляющие математической модели должны строиться на следующих исходных данных, содержащихся в теплоэнергетическом паспорте здания:

## Расчет и конструирование

- общая информация: сведения о местоположении и времени возведения здания, разработке проекта и др.;
- расчетные условия: данные о функциональном назначении, типе и конструктивном решении здания, климатических характеристиках района строительства, включая данные об отопительном периоде, и параметры микроклимата помещений;
- геометрические показатели: общестроительные данные о геометрии и ориентации здания, его объем, площади помещений, площади наружных ограждающих конструкций (на основе этих данных вычисляются показатель компактности здания и коэффициент остекленности фасада здания);
- энергетические показатели: теплозащита здания, включающие приведенные сопротивления теплопередаче и воздухопроницаемость отдельных ограждений, воздухообмен; рассчитываются: приведенный коэффициент теплопередачи и приведенная воздухопроницаемость оболочки здания, тепловые потери за отопительный период, бытовые теплопоступления, теплопоступления за счет солнечной радиации.

Математическая модель, являющаяся ядром интегрированной системы индивидуального учета, распределения и потребления энергоресурсов в зданиях и сооружениях должна соответствовать следующим основным требованиям.

### Требования к математической модели теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах:

- требования к исходным данным;
- требования к детализации описания процессов и воздействующих внешних факторов;
- требования к построению математической модели;
- требования к получаемым результатам.

#### Требования к исходным данным

1. Математическая модель должна опираться на теплоэнергетический паспорт здания, содержащий расчетные условия, геометрические и энергетические показатели, включая:

- сведения о типе и функциональном назначении здания, его этажности и объеме;
- данные об объемно-планировочном решении с указанием данных о геометрии и ориентации здания и отдельных помещений, площади его ограждающих конструкций и пола отапливаемых помещений;
- климатические характеристики района строительства, включая данные об отопительном периоде;
- проектные данные по теплозащите здания, включающие приведенные сопротивления теплопередаче, как отдельных компонентов ограждающих конструкций, так и здания в целом;
- проектные данные по системам поддержания микроклимата и способам их регулирования в зависимости от изменения климатических воздействий, по системам теплоснабжения здания;
- проектные теплоэнергетические характеристики здания, включающие удельные расходы энергии на отопление здания в течение отопительного периода как по отношению к  $1 \text{ м}^2$  отапливаемой площади, так и по отношению к  $1 \text{ м}^2$  отапливаемой площади и градусо-суткам отопительного периода;
- изменения в построенном здании (объемно-планировочные, конструктивные, систем поддержания микроклимата) по сравнению с проектом;
- результаты испытания энергопотребления и теплозащиты здания после годового периода его эксплуатации;
- сопоставление проектных и эксплуатационных данных о теплозащитных и приведенных к расчетным условиям теплоэнергетических характеристиках;
- присвоение зданию категории теплоэнергетической эффективности.

2. Математическая модель должна учитывать особенности отдельного помещения на основе теплоэнергетического паспорта индивидуального помещения, включающего:

- тип и количество отопительных приборов (радиаторов), их тепловую мощность и инерционность по паспортным данным (ФГУП НИИ Сантехники, г. Москва либо иной сертифицированный центр);
- тип остекления (при отклонении от проекта здания), ориентация по сторонам света и его площадь;
- наличие дополнительной теплозвукоизоляции стен, потолка, пола;

- наличие дополнительного источника теплоснабжения и его тепловые характеристики: устройство подогрева пола, источники теплового излучения и т.д.

#### Требования к детализации описания процессов и воздействующих внешних факторов

##### 1. Математическая модель должна учитывать следующие процессы:

- теплоснабжение в здание от источника теплоснабжения;
- теплоснабжение в здание за счет солнечной радиации;
- теплоснабжение от внутренних бытовых источников, включая освещение, электрогазопотребление;
- теплопередачу через ограждающую оболочку здания, включая ограждающие стены, подвальное и чердачное перекрытие;
- теплообмен за счет инфильтрации воздуха в помещении;
- теплообмен между внутренними помещениями в результате теплопередачи через ограждающие конструкции и конвективного перемешивания воздушной массы.

##### 2. Математическая модель должна учитывать следующие факторы:

- инерционность ограждающей конструкции оболочки здания и внутренних перегородок;
- параметры окружающей среды: температуру, относительную влажность воздуха, направление и скорость ветра, атмосферное давление;
- время суток и время года.

#### Требования к построению математической модели

Математическая модель должна строиться на принципах модульности. Модулем является индивидуальное помещение (квартира), связанное по средствам теплового баланса с соседними помещениями и окружающей средой. Границей модуля является совокупность внешних и внутренних ограждающих конструкций, проведенная по их внутренней стороне (обращенной в объем помещения).

Результат разработки математической модели может быть представлен в виде программы «Теплоэнергетическая модель здания» для ЭВМ, производящей расчеты теплоэнергетических показателей здания согласно СП 23-101-2000 и СНиП II-3-79 «Строительная теплотехника».

#### Требования к результатам, получаемым с помощью математического моделирования:

- математическая модель должна позволять получать модульное (поквартирное) распределение тепловых потерь при обеспечении условий комфортного проживания, задаваемых СП 23-101-2000 и проектными данными здания по теплоэнергетическому паспорту;
- математическая модель должна предоставить возможность поквартирного определения коэффициентов понижения к расчету платы за индивидуальное теплоснабжение;
- математическая модель должна получать модульное распределение температур;
- математическая модель должна определять степень влияния на тепловые потери отклонения климатических условий от типовых (средних) для данной местности и устанавливать корреляционную связь;
- математическая модель должна определять степень влияния на тепловые потери модуля разности температур между модулями и устанавливать корреляционную связь;
- математическая модель должна позволять управлять Системой в режиме реального времени (динамическая субмодель);
- математическая модель должна позволять переходить с одного уровня управления и тарификации на другой в режиме реального времени при изменении режимов потребления энергоресурсов.

#### Особенности учета некоторых факторов в математической модели:

- учет влияния внутренних бытовых источников тепла: внутренние бытовые источники осуществляют приток тепла в модуль, обеспечивая при неизменной температуре помещения снижение индивидуального теплоснабжения; указанное снижение теплоснабжения не является бесплатным, так как оплачивается потребителем косвенно при расчете за источник: электричество, газ, горячее водоснабжение и т.д.;
- в случае снижения (например, открытое окно и т.д.) или увеличения температуры модуля, в сопряженных модулях будет наблюдаться инерционный приток или отток тепла; данные потоки приводят к снижению или увеличению теплоснабжения в модулях, не связанному с действием потребителя, поэтому необходимо установить степень влияния внешних потоков тепла

## Расчет и конструирование

на модульный (квартирный) коэффициент теплопотребления и отличие его от типового проектного значения;

– в процессе эксплуатации здания постоянно изменяются климатические условия, в связи с этим необходимо определить степень влияния отклонения климатических условий на модульные (квартирные) тепловые потери и отличие их от типовых проектных значений.

Приведенная погрешность аппроксимации функций теплоэнергетического режима не должна превышать  $\pm 3\%$ .

При выборе математического метода решения системы уравнений математической модели должен быть выбран наиболее оптимальный, обеспечивающий не только требуемую точность математического моделирования по отношению к реальным процессам, но и требуемое быстрое действие.

Динамическая модель должна функционировать в составе опытного образца энергосберегающей системы индивидуального учета, распределения и потребления тепла и электроэнергии в зданиях и сооружениях в непрерывном круглосуточном режиме в реальном масштабе времени.

Динамическая модель должна функционировать в составе программного обеспечения домового концентратора.

### *Обеспечение многоуровневости и инвариантности применения математической модели*

Математическая модель, функционирующая в составе энергосберегающей системы индивидуального учета, распределения и потребления энергоресурсов должна обеспечивать многоуровневость использования Системы и инвариантность ее применения для различных типов зданий и сооружений.

На различных этапах своего развития Система может использоваться в различных конфигурациях, обусловленных как ее техническим наполнением, так и существующей на данный момент организационно-правовой базой, в рамках которой осуществляется функционирование Системы.

В расширенном уровне Система реализует свои функции в максимальном объеме с учетом большинства факторов, определяющих учет и распределение ресурсов, при наличии требуемых для этого средств измерения (сенсоров), интервалов их опроса, функционирования динамической математической модели в режиме реального времени. Однако, такой вариант Системы достаточно дорог, а точность учета энергоресурсов в ряде случаев может быть избыточной.

В случае реализации более простых уровней (число таких уровней может быть достаточно велико и определяться конкретным исполнением Системы) Система может использовать ограниченное число сенсоров для получения информации о потреблении различных ресурсов, иметь управляемый алгоритм опроса сенсоров (в том числе, исключая их определенное количество из процедуры опроса), а также использование полученных по результатам математического моделирования алгоритмов учета неэквивалентного расположения зданий и сооружений по отношению к внешним климатическим воздействиям.

На простейшем уровне Система функционирует как средство измерения, с функцией сбора информации о количестве потребленных энергоресурсов и передаче ее в биллинговый центр.

Инвариантность использования Системы обусловлена различными типами зданий и сооружений, в которых она будет использоваться.

Указанные выше свойства Системы должны быть обеспечены соответствующими свойствами математической модели. Для этого при разработке математической модели требуемого уровня используются только те процессы и факторы из описанных выше, которые оказывают существенное влияние на функционирование Системы необходимого уровня. Кроме того, обязателен учет действующей на момент разработки Системы законодательной базы в области учета, распределения и потребления энергоресурсов.

В связи с этим необходим анализ действия различных процессов и факторов с точки зрения влияния на конечный результат работы Системы – эффективность учета, распределения и потребления энергоресурсов. В соответствии с принятым подходом выделяются процессы и факторы первого, второго и т.д. уровней, которые следует учитывать при построении Системы требуемого уровня. Решение об отнесении влияния соответствующего процесса либо фактора к тому или иному уровню решается с учетом используемых в Системе средств измерений и техническо-

го оборудования, с помощью которого осуществляется доставка энергоресурсов конечному потребителю.

### **Обеспечение диагностической функции Системы с помощью математической модели**

Одной из важнейших функций Системы является диагностическая функция, позволяющая определять состояние Системы в режиме реального времени. Для осуществления этой функции в математической модели (динамическая субмодель) должен находиться модуль, который бы выполнял следующие функции:

- диагностика несанкционированного потребления энергоресурсов;
- диагностика технических неисправностей элементов Системы;
- диагностика технических неисправностей в сетях подачи энергоресурсов потребителю;
- диагностика пиковых нагрузок потребления энергоресурсов, превышающих возможности сетей либо установленные лимиты потребления.

### **Функциональная структура математической модели**

Анализ функционирования математической модели, взаимодействия ее субмоделей и модулей может быть проведен с помощью функциональной структуры математической модели.

Разработка такой структуры позволяет детализировать требования, предъявляемые к математической модели, установить взаимосвязи элементов модели, в случае необходимости легко варьировать составом субмоделей и модулей математической модели.

Функциональная структура позволяет создавать различные уровни математической модели, о которых шла речь выше.

И, наконец, с помощью функциональной структуры математической модели можно построить процедуру оптимизации учета, распределения, потребления энергоресурсов, как в рамках индивидуального помещения, так и всего здания в целом.

Предлагаемая структура математической модели представлена на рис. 2. Следует отметить, что модульное построение системы математического моделирования позволяет при необходимости откорректировать и функциональную структуру математической модели в соответствии с Концепцией развития Системы и конкретным уровнем ее развития в данный момент времени.

Входные данные для математической модели в соответствии с ее функциональной структурой формируются на основании шести блоков.

**Блок 1 – «Условия комфортного проживания».** Условия комфортного проживания формируются на основе свода правил СП 23-101-2000 и СНиП 23-01-99 «Строительная климатология», в которых определена комфортная температура и относительная влажность внутри помещения для различных сезонов и категорий зданий.

**Блок 2 – «Типовые климатические условия».** Типовые климатические условия устанавливаются на основании СНиП 23-01-99 и СП 23-101-2000, к которым относятся:

- скорость и направление ветра ( $w_0$ );
- атмосферное давление ( $p_0$ );
- средняя температура воздуха в течение отопительного сезона по СНиП 23-01-99 ( $t_0$ );
- среднее значение суммарной солнечной радиации СП 23-101-2000 ( $q_0$ );
- относительная влажность наружного воздуха в течение отопительного сезона ( $\psi_0$ ).

Данный блок является основой для расчета типовых распределение тепловых потерь по зданию  $Q_i^{Tun}$  и вычисления модуля (помещения) с минимальными тепловыми потерями  $Q_{min}^{Tun}$ .

**Блок 3 – «Типовой проект зданий».** Блок определяет теплозащитные характеристики конструкций, элементов здания и материалов, устанавливает геометрические характеристики и типовое проектное оформление помещений, определяет район строительства. Формирование блока осуществляется на основании теплоэнергетического паспорта здания.

**Блок 4 – «Текущие климатические условия».** Текущие климатические условия определяются на основании статистических данных и показаний метеостанции, устанавливаемой на здании (группе зданий). Задаёт текущую климатическую картину и определяет текущие параметры:

- скорость и направление ветра;
- атмосферное давление;
- температуру наружного воздуха;

# Расчет и конструирование

- значение суммарной солнечной радиации;
- относительную влажность наружного воздуха.

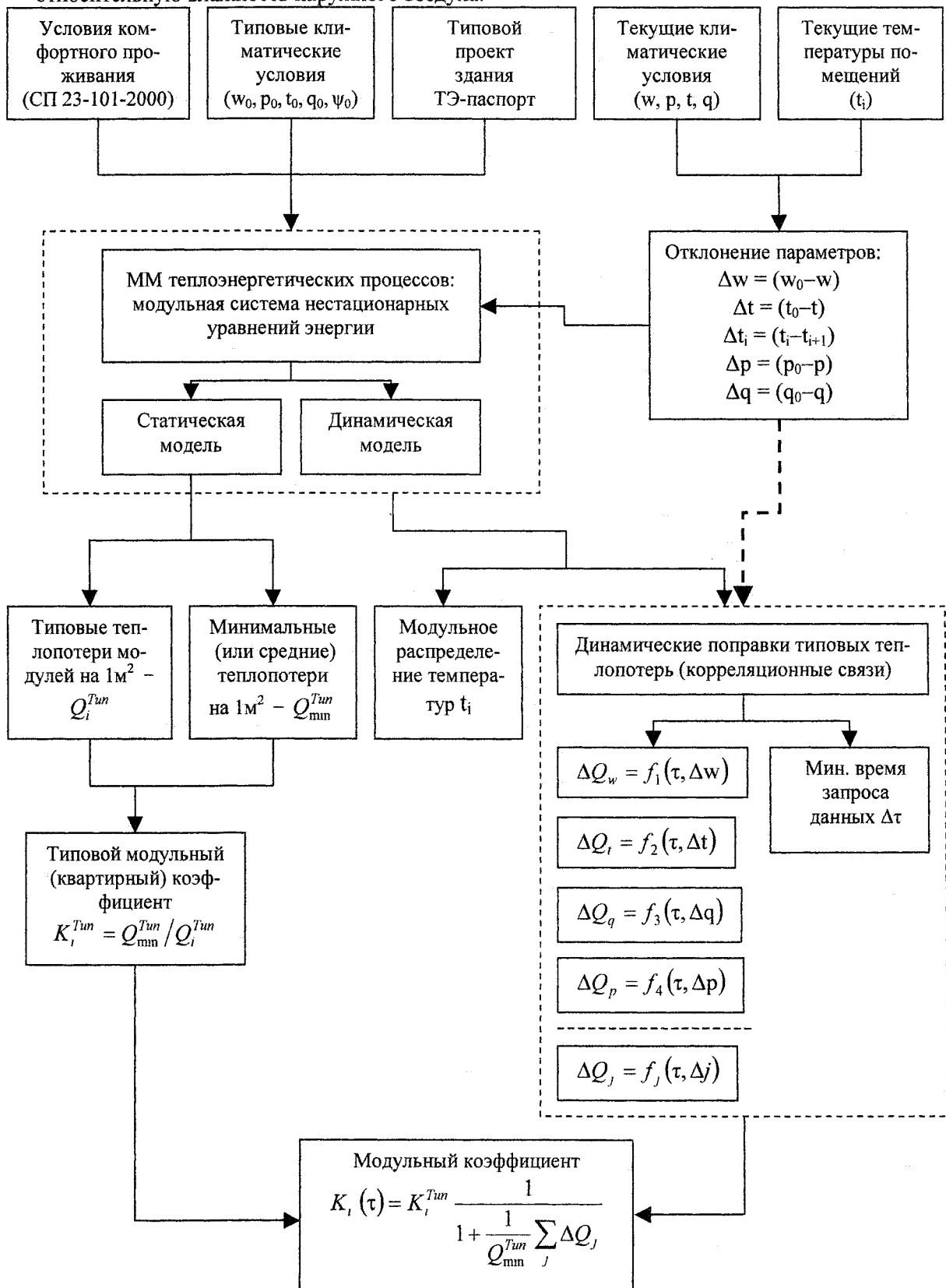


Рис. 2. Функциональная структура математической модели теплоэнергетических параметров здания

Блок 5 – «Текущие температуры помещений». На основании показаний датчиков температуры, располагающихся внутри помещений, устанавливается средняя температура по каждому ( $i$ -е значение) модулю (помещению). На этапе моделирования теплоэнергетических параметров здания в качестве входных данных используются данные статистики по средним температурам в течение сезона и интенсивность их изменений.

Блок 6 – «Отклонение параметров». Блок формирует сигнал рассогласования типовых (Блок 2) и текущих (Блоки 4 и 5) климатических условий по параметрам:

- скорость и направление ветра;
- температура наружного воздуха;
- температура внутри сопряженных соседних помещений (модулей);
- атмосферное давление;
- значение суммарной солнечной радиации;
- относительная влажность наружного воздуха.

Расчетный комплекс функциональной структуры математической модели (ММ) состоит из следующих блоков.

Блок 1 – «Математическая модель теплоэнергетических процессов». Расчетный блок основывается на реализации нестационарной динамической модели, в которой предусмотрена возможность отключения временной зависимости параметров и расчет по статической балансовой модели.

Блок 2 – «Динамические поправки типовых тепловых потерь». Устанавливает связь между дополнительными тепловыми потерями в модуле при отклонении текущих климатических условий от типовых значений, принятых согласно СНиП (учет реальных условий). Влияние каждого ( $j$ -е значение) из климатических параметров считается независимым от остальных. Дополнительные (положительные или отрицательные) поправки к тепловым потерям связаны с отклонением параметра от типового значения и длительностью этого отклонения. Корреляционные связи рассчитываются на базе нестационарной динамической модели при вариации входного воздействия отдельно по каждому из параметров.

При работе в составе системы теплового учета в режиме реального времени динамические поправки являются известными функциями двух параметров: рассогласование климатического параметра и времени. Результирующая поправка к тепловым потерям определяется как сумма поправок по всем параметрам.

Минимальное время между запросами отклонений параметров ( $\Delta\tau$ ) (данный параметр задает частоту опроса сенсоров Системы) устанавливается на этапе математическом моделирования теплоэнергетических параметров здания. Время запроса должно быть не более времени отклика по средней температуре модуля (квартиры).

Типовой модульный (квартирный) коэффициент – коэффициент для расчета платы за индивидуальное потребление тепла, обусловленное расположением модуля (квартиры) в здании согласно проектной документации. Рассчитывается на  $1 \text{ м}^2$  помещения:

$$K_i^{Tun} = Q_{\text{min}}^{Tun} / Q_i^{Tun},$$

где  $Q_i^{Tun}$  – типовые тепловые потери модулей на  $1 \text{ м}^2$ ;

$Q_{\text{min}}^{Tun}$  – минимальные (или средние) тепловые потери на  $1 \text{ м}^2$ .

Динамические поправки учитывают отклонение климатических параметров, при которых рассчитан типовой модульный коэффициент и тепловые потери, от реальных условий. Результирующая поправка к тепловым потерям определяется как сумма поправок по всем параметрам, а текущий модульный коэффициент определяется по соотношению:

$$K_i(\tau) = K_i^{Tun} \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_{\text{min}}^{Tun}} \sum_j \Delta Q_j},$$

где  $K_i^{Tun}$  – типовой модульный (квартирный) коэффициент.

## Расчет и конструирование

Блок 3 – «Модульное распределение температур». Устанавливает распределение средних температур внутри помещений (модулей), получающееся при решении нестационарной динамической модели теплоэнергетических параметров.

Режимы функционирования математической модели теплоэнергетических процессов

Режим 1 – Моделирование процессов, расчет корреляционных зависимостей, установление степени влияния различных факторов.

Входные данные:

- блок «Условия комфортного проживания»;
- блок «Типовые климатические условия»;
- блок «Типовой проект зданий»;
- блок «Текущие климатические условия»;
- блок «Текущие температуры помещений»;
- блок «Отклонение параметров».

Расчетный блок:

- блок «Математическая модель теплоэнергетических параметров».

Выходные данные:

- блок «Динамические поправки типовых тепловых потерь»;
- корреляционные зависимости;
- типовые тепловые потери;
- минимальные типовые тепловые потери;
- типовой модульный коэффициент;
- модульный коэффициент;
- модульное распределение температур.

Режим 2 – Функционирование в составе системы теплового учета.

Входные данные:

- типовой модульный коэффициент;
- минимальные типовые тепловые потери;
- блок «Условия комфортного проживания»;
- блок «Типовые климатические условия»;
- блок «Текущие климатические условия»;
- блок «Текущие температуры помещений»;
- блок «Отклонение параметров».

Расчетный блок:

- блок «Динамические поправки типовых тепловых потерь».

Выходные данные:

- поправки к тепловым потерям;
- модульный коэффициент.

Функциональная структура математической модели обеспечивает ее эффективное применение в составе разрабатываемой Системы индивидуального учета, распределения и потребления энергетических ресурсов как элемента перспективного системного решения высокого технологического уровня.

### *Заключение*

Математическая модель теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах, являющаяся ядром интегрированной Системы индивидуального учета, распределения и потребления энергетических ресурсов, представляет собой многоуровневую инвариантную систему, учитывающую целый набор процессов и факторов, определяющих характер теплоэнергетического состояния рассматриваемого объекта учета.

Разработка такой модели может быть проведена в соответствии с предложенной методологией исследования теплоэнергетических процессов в сложных инженерных объектах.



# Контроль и испытания

УДК 621.22: 621.517: 532.528

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА КАВИТАЦИОННОГО СМЕСИТЕЛЯ

*Е.К. Спиридонов, А.А. Пантюхин*

Рассмотрен рабочий процесс струйного насоса в режиме развитой кавитации и с малыми коэффициентами эжекции. Показано, что в этих условиях струйный насос выполняет функции кавитационного смесителя. Экспериментальными исследованиями подтверждена возможность формирования в проточной части камеры смешения прыжка перемешивания, переводящего сверхзвуковой парожидкостный поток в дозвуковой поток капельной жидкости и обеспечивающий вместе с кавитационным воздействием наиболее полное взаимопроникновение компонентов смеси. Результаты экспериментов сопоставлены с данными расчетов.

Устройства, служащие для проведения непрерывных процессов смешения, диспергирования, эмульгирования, гомогенизации находят широкое применение во многих отраслях промышленности: нефтегазовой, металлургической, химической, а также в строительстве при подготовке бетонных смесей. При этом основное направление совершенствования данных устройств состоит в повышении степени дисперсности готовой смеси с целью повышения ее технико-экономических и экологических показателей.

Процесс получения тонкодисперсной смеси с несущей жидкой средой включает следующие этапы: дозирование в заданных пропорциях компонентов смеси, создание условий для смешения сред и получения высокой степени дисперсности, транспортирование готового продукта. Для реализации этих этапов зачастую применяются различные технические устройства с подвижными механическими элементами. Однако можно все эти стадии приготовления высокодисперсной смеси с несущей жидкой средой совместить в одном устройстве – струйном насосе.

Действительно, соотношение расходов пассивного (эжектируемого) и активного (высоконапорного) потоков в струйном насосе (т. е. компонентов смеси) определено размерами проточной части аппарата и полными давлениями на его входе и выходе. Если эти параметры неизменны, то состав смеси и ее расход остаются постоянными. Процесс энергообмена потоков в проточной части аппарата сопровождается их интенсивным турбулентным перемешиванием и выравниванием поля скорости. В результате на выходе аппарата образуется поток готовой смеси с заданным расходом и полным давлением, достаточным для последующего транспортирования. Если же в струйном насосе инициировать кавитационные явления в струйном пограничном слое, то можно получить высококачественные тонкодисперсные и стойкие против расслоения смеси. Это связано с тем, что в условиях гидродинамического кавитационного смешения взаимодействие многокомпонентной среды происходит на микроуровне за счет импульсного выделения значительной энергии при образовании во время схлопывания кавитационных пузырьков кумулятивных микроструек и распада последних на микровихри большой интенсивности. Это позволяет получить высокую (вплоть до молекулярного уровня) однородность смешивающихся сред, при этом диспергирование осуществляется за счет разрушающего механического действия кумулятивных микроструек путем высокоскоростного проникновения их в частицы твердой либо жидкой фазы.

Из вышесказанного следует, что для получения тонкодисперсных смесей высокого качества наиболее перспективным является использование струйных насосов, работающих в кавитационном режиме – кавитационных смесителей. В данном устройстве нет механически движущихся частей, что обеспечивает его высокие показатели надежности (рис. 1).

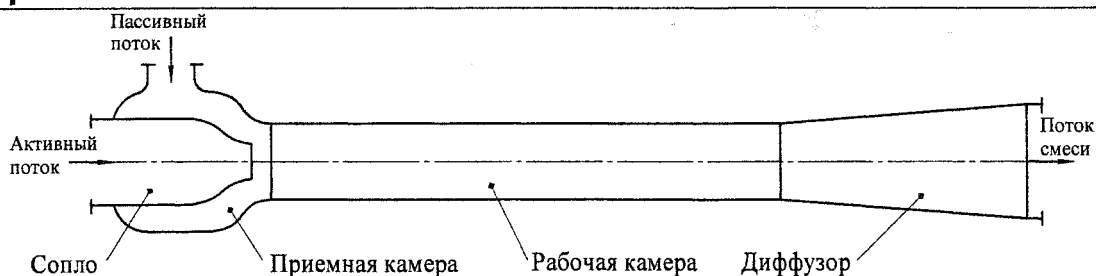


Рис. 1. Принципиальная схема струйного насоса

Активный поток жидкости, проходя сквозь сопло, разгоняется до скорости, достаточной для эжектирования пассивной среды с заданным расходом из приемной камеры. Если при этом давление в камере снижается до давления насыщенных паров, то происходит переход части жидкой фазы в парообразную за счет зарождения и роста парогазовых пузырьков. Затем в процессе энергообмена потоков и повышения давления осуществляется смешение сред в рабочей камере с одновременным схлопыванием кавитационных пузырьков и, как следствие, резким точечным повышением давления и температуры. Это кавитационное воздействие катализирует на микроуровне протекание реакций взаимодействия составляющих многокомпонентной среды.

Значительно увеличить эффект гидродинамического воздействия на поток смеси возможно, если совместить процесс схлопывания кавитационных пузырьков с ударным воздействием прыжка перемешивания [1]. Прыжок перемешивания формируется в зоне перехода сверхзвукового течения в дозвуковое и обеспечивает резкое локальное повышение давления и, как следствие, наиболее полное взаимопроникновение компонентов смеси. Последнее осуществимо, если на участке генерации пара сформирован сверхзвуковой парожидкостный поток.

Известно, что парожидкостные среды являются весьма упругими, а скорость звука в них зависит от режима течения. При создании условий для формирования однородного гомогенного течения скорость звука в парожидкостном потоке может достигать значений нескольких десятков метров в секунду, что значительно ниже скорости звука в составляющих этот двухфазный поток компонентах. Равномерность распределения парогазовых кавитационных пузырьков по нормальному сечению потока при одновременном увеличении их числа может быть достигнута с помощью многоструйного сопла, формирующего несколько высокоскоростных струй.

При создании условий для равномерного распределения парогазовых пузырьков в потоке скольжение фаз незначительно и течение смеси приближается к гомогенному. Следовательно, на начальном участке рабочей камеры формируется многоструйное сверхзвуковое течение парогазожидкостной смеси и при некотором значении противодействия на выходе аппарата в рабочей камере возникает прыжок перемешивания, в котором сверхзвуковое течение переходит в дозвуковое с одновременным схлопыванием кавитационных пузырьков и выделением значительной энергии. Из рабочей камеры тонкодисперсная смесь поступает в диффузор, где часть кинетической энергии потока преобразуется в потенциальную.

Работа струйного насоса в качестве кавитационного смесителя осуществляется зачастую при небольших расходах эжектируемого потока по сравнению с расходом рабочего потока, т. е. при коэффициентах эжекции близких к нулю, что соответствует работе струйного насоса практически в холостом режиме.

Для исследования рабочего процесса струйного кавитационного смесителя, конструкция и основные размеры проточной части которого представлены на рис. 2, в лаборатории кафедры «Гидравлика и гидропневмосистемы» Южно-Уральского государственного университета была проведена серия экспериментов.

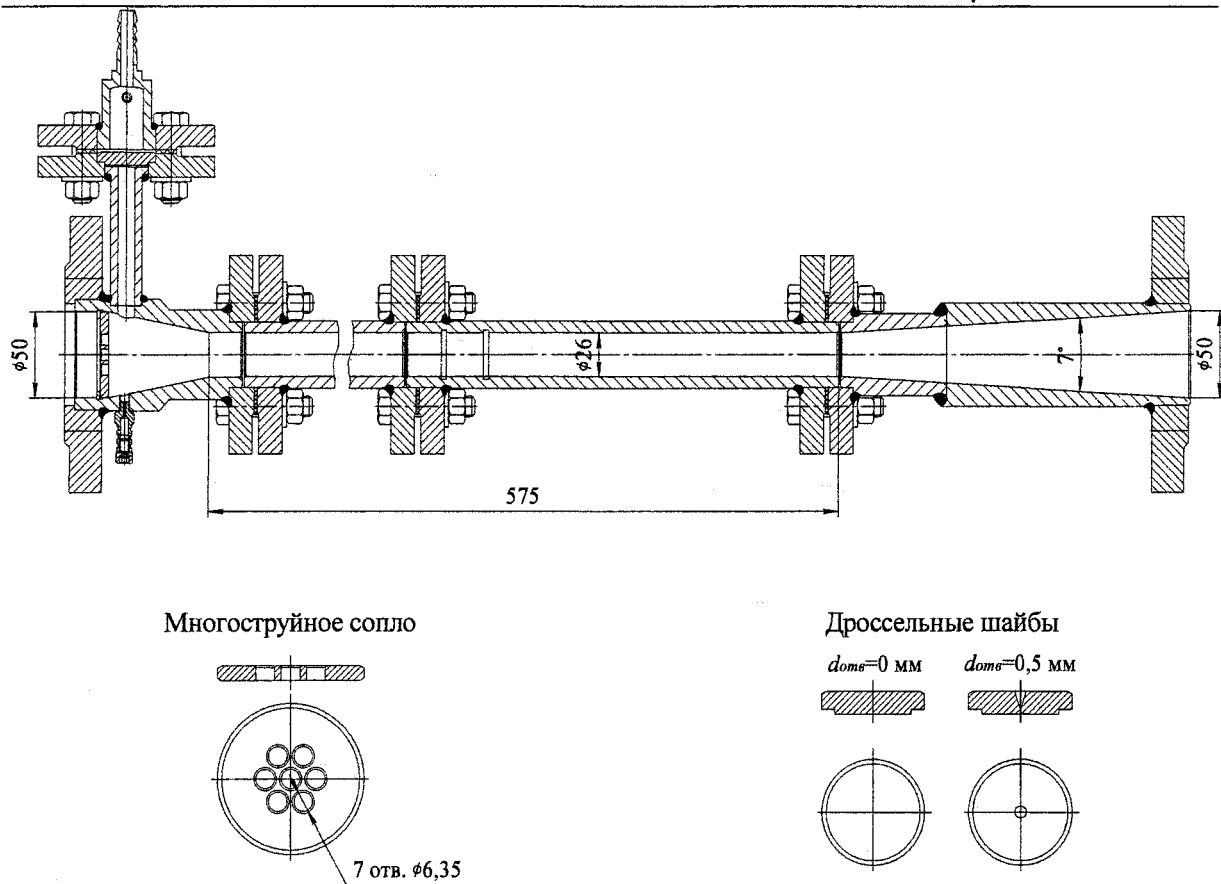


Рис. 2. Конструкция и геометрические размеры проточной части исследуемого струйного кавитационного смесителя

В состав испытательного гидравлического стенда входят: напорный бак, электронасосный агрегат ЦНСА 38-110-01, кавитационный смеситель, дроссельный расходомер и контрольно-измерительные приборы (рис. 3).

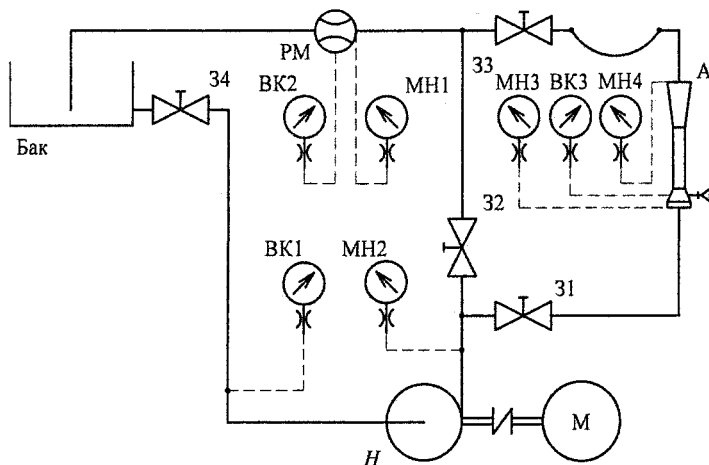


Рис. 3. Принципиальная схема испытательного стенда

К центробежному многоступенчатому секционному насосу Н, приводимому во вращение от электродвигателя М, жидкость поступает из напорного бака по подводящему трубопроводу, на котором установлена монтажная задвижка 34. При закрытой задвижке 32 нагнетаемый насосом поток жидкости по напорному трубопроводу направляется через кавитационный смеситель А и дроссельный расходомер РМ обратно в напорный бак.

## Контроль и испытания

При проведении экспериментальных исследований изменение подачи насоса осуществляется с помощью регулирующей задвижки З1; изменение противодавления на выходе исследуемого гидравлического устройства – с помощью регулирующей задвижки З3. Перепад давления в устройстве контролируется по показаниям манометров МН3 и МН4. Расход жидкости определяется величиной перепада давления на дроссельном расходомере, контролируемого по показаниям манометра МН1 и вакуумметра ВМ2.

При экспериментальном исследовании характера рабочего процесса струйного кавитационного смесителя в качестве активной среды выступала вода, а эжектируемой среды – воздух. Конструкция кавитационного смесителя позволяет исключать полностью либо изменять расход эжектируемого потока с помощью набора сменных дроссельных шайб (см. рис. 2). Проводились две серии экспериментов: первая серия с нулевым коэффициентом эжекции – исключался подсос эжектируемой среды (входной патрубков конфузора герметично закрывался заглушкой); вторая серия с малыми коэффициентами эжекции – при наличии подсоса эжектируемой среды (во входной патрубков конфузора устанавливалась дроссельная шайба с диаметром центрального отверстия  $d_{отв} = 0,5$  мм). Массовый расход воздуха в среднем составлял  $m = 4,84 \cdot 10^{-5}$  кг/с, а объемный коэффициент эжекции изменялся в диапазоне  $\alpha = 0,084...0,094$ .

В каждой серии испытаний снималась дроссельная характеристика аппарата, выражающая зависимость давления всасывания  $P_2$  от противодавления  $P_5$  при том или ином постоянном значении давления питания  $P_1$ . Методика проведения испытаний заключалась в следующем: вначале устанавливалось с помощью регулирующей задвижки З1 заданное значение давления  $P_1$  перед кавитационным смесителем, контролируемое по показаниям манометра МН3; перекрытием регулирующей задвижки З3 осуществлялось постепенное увеличение противодавления  $P_5$ , контролируемого по манометру МН4, установленному на выходе кавитационного смесителя; одновременно с помощью вакуумметра ВМ3 измерялось давление  $P_2$  в приемной камере. При увеличении противодавления  $P_5$  до некоторого критического значения происходил срыв потока и затопление приемной камеры с резким увеличением давления  $P_2$ . Некоторые результаты экспериментальных исследований представлены в табл. 1, 2 и на графике (рис. 4).

Таблица 1  
Результаты первой серии опытов (с нулевым коэффициентом эжекции)

$P_1^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$P_2^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$P_5^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$Q$ , м <sup>3</sup> /с
11	0,09	1,75	0,007
	0,09	2,48	0,007
	0,09	3,27	0,007
	0,08	4,74	0,007
	0,08	5,19	0,007
	Срыв потока – 5,23		
9	0,09	2,48	0,006
	0,09	3,46	0,006
	0,09	4,25	0,006
	0,09	4,35	0,006
	0,10	4,44	0,006
	Срыв потока – 4,49		
7	0,09	2,24	0,005
	0,09	2,83	0,005
	0,10	3,56	0,005
	0,10	3,41	0,005
	0,10	3,54	0,005
	Срыв потока – 3,56		

Таблица 2  
Результаты второй серии опытов (при малых коэффициентах эжекции)

$P_1^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$P_2^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$P_5^{abc} \cdot 10^5$ , Па	$Q$ , м <sup>3</sup> /с
11	0,07	3,98	0,007
	0,06	4,57	0,007
	0,07	5,13	0,007
	0,07	5,18	0,007
	0,08	5,23	0,007
	Срыв потока – 5,23		
9	0,07	2,97	0,006
	0,07	3,66	0,006
	0,07	3,95	0,006
	0,07	4,16	0,006
	0,08	4,35	0,006
	Срыв потока – 4,39		
7	0,08	1,99	0,005
	0,08	2,92	0,005
	0,08	3,37	0,005
	0,09	3,41	0,005
	0,10	3,50	0,005
	Срыв потока – 3,50		

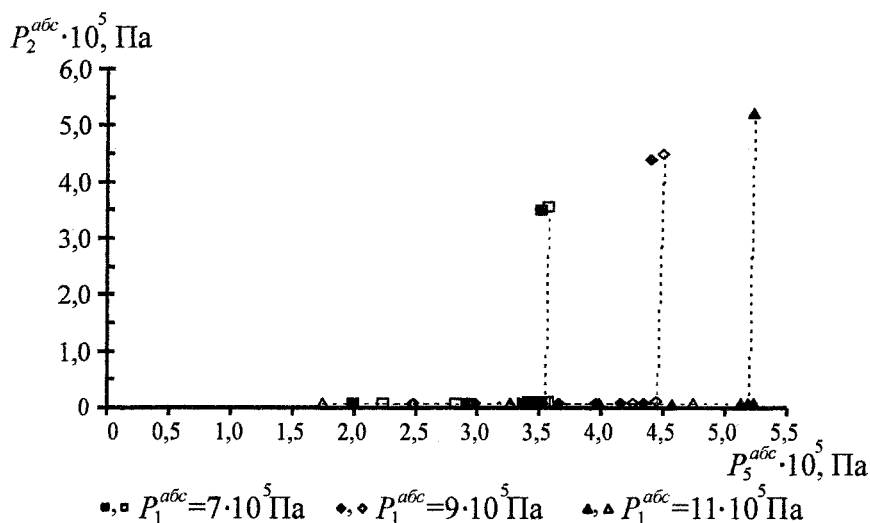


Рис. 4. Зависимость давления всасывания от противодавления при нескольких значениях давления питания

Данные, полученные в серии экспериментов с нулевым коэффициентом эжекции, представлены на графике светлыми точками, а при малых коэффициентах эжекции – темными. Из представленных на графике рис. 4 и в табл. 1 и 2 результатов опытов следует, что при постоянном давлении  $P_1$  на входе устройства и изменении противодавления  $P_2$  параметры течения парогазожидкостной смеси: объемный расход  $Q$  и давление  $P_2$  за срезом сопла не изменяются. Это является подтверждением наличия режима «запирания» в рабочей камере кавитационного смесителя, который формируется при сверхзвуковом парожидкостном течении до прыжка перемешивания. Изменение противодавления до момента срыва потока и затопления приемной камеры определяет только положение прыжка перемешивания в рабочей камере, что подтверждает предположение о том, что переход сверхзвукового течения в дозвуковое с одновременной конденсацией паров происходит в прыжке перемешивания, за которым образуется течение капельной жидкости. При повышении давления прыжок перемешивания смещается против течения к началу рабочей камеры; в момент срыва потока происходит резкое повышение давления в приемной камере и течение в струйном смесителе становится однофазным течением капельной жидкости.

Базовое уравнение расчета кавитационного смесителя, полученное в процессе математического анализа рабочего процесса [2] имеет вид:

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 - P_{nn}} = \frac{\zeta_{con} + (\zeta_{pk}^{\partial n} + \zeta_{diff}) \cdot \Omega^2 + (1 - \Omega)^2}{1 + \sigma + \zeta_{con}} \quad (1)$$

Здесь  $P_{nn}$  – давление насыщенных паров жидкости;  $\zeta_{con}$ ,  $\zeta_{diff}$  – коэффициенты сопротивления многоструйного сопла и диффузора. В работе [2] приведены предполагаемые значения коэффициентов сопротивления  $\zeta_{con} = 0,1$ ;  $\zeta_{diff} = 0,25$ ;  $\zeta_{pk}^{\partial n}$  – коэффициент потерь на трение по длине рабочей камеры;  $\Omega$  – относительная площадь сопла;  $\sigma$  – число кавитации.

Формула (1) позволяет рассчитать оптимальный перепад давления в устройстве, при котором создаются необходимые условия для возникновения сверхзвукового струйного кавитационного течения и формирования прыжка перемешивания в рабочей камере с минимальной потерей энергии.

Выразим  $P_2$  из уравнения (1) для того, чтобы сопоставить результаты расчета оптимального противодавления с опытными значениями противодавления срыва потока (табл. 1, 2):

$$P_2 = P_1 - \frac{\zeta_{con} + (\zeta_{pk}^{\partial n} + \zeta_{diff}) \cdot \Omega^2 + (1 - \Omega)^2}{1 + \sigma + \zeta_{con}} [P_1 - P_{nn}] \quad (2)$$

Для расчета оптимальных значений  $P_2$  необходимо определить фактические значения относительной площади сопла, коэффициентов сопротивления, а также числа кавитации.

## Контроль и испытания

Коэффициент потерь на трение по длине рабочей камеры [3]

$$\zeta_{pк} = \lambda \frac{l_{pк}}{d_{pк}} = 0,57,$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения;  $l_{pк}$  – длина рабочей камеры;  $d_{pк}$  – диаметр проходного сечения рабочей камеры (см. рис. 2)

Режим течения в рабочей камере развитый турбулентный, из чего следует, что коэффициент гидравлического трения находится в зоне автомодельности по числу Рейнольдса и зависит только от относительной шероховатости внутренней поверхности проточной части:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{\Delta}{d_{pк}} \right) = 0,0255,$$

где  $\Delta$  – эквивалентная абсолютная шероховатость,  $\Delta = 0,75$  мм.

Коэффициент сопротивления диффузора, согласно Идельчику [4], равен

$$\zeta_{диф} = \frac{\lambda}{8 \cdot \sin(\beta/2)} \left[ 1 - \frac{S_{pк}}{S_5} \right] + \sin \beta \cdot \left[ 1 - \sqrt{\frac{S_{pк}}{S_5}} \right]^2 = 0,34.$$

Здесь  $S_5$  – площадь проходного сечения проточной части в сечении 5-5,  $S_5 = S_1$ ;  $\beta$  – угол конусности диффузора,  $\beta = 7^\circ$ .

Значения оставшихся членов уравнения (2) определяются не только геометрией проточной части устройства, но и параметрами потока, так как в связи со сжатием струи при истечении из круглого отверстия площадь проходного сечения сопел и действительная площадь струй различны. Степень сжатия струи оценивается коэффициентом сжатия  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = S_{струи} / S_{con},$$

где  $S_{струи}$  – действительная площадь поперечного сечения струи;  $S_{con}$  – площадь проходного сечения многоструйного сопла.

Основываясь на опытных данных, определим значения коэффициента сопротивления соплового устройства, относительной площади сопла и числа кавитации исследуемого кавитационного смесителя, расчетная схема которого представлена на рис. 5.

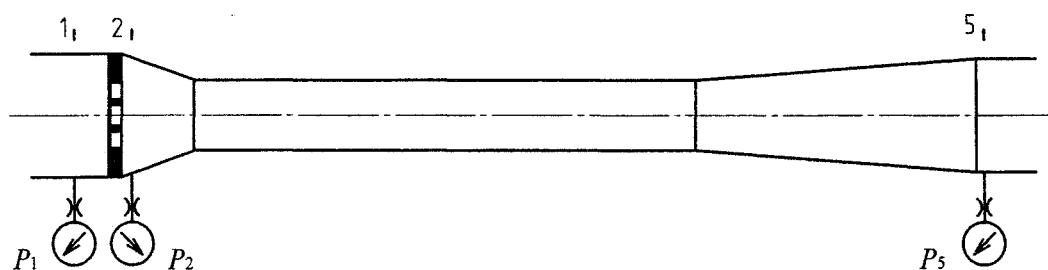


Рис. 5. Расчетная схема кавитационного смесителя

В соответствии с уравнением Бернулли потери полного давления, вызванные внезапным сужением проточной части, при движении жидкости между сечениями 1 и 2:

$$\Delta P_{1-2} = \zeta_{con} \cdot \frac{\rho}{2} v_{струи}^2 = P_1 - P_2 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_{струи}^2),$$

где  $v_1$  – скорость течения жидкости в сечении 1;  $v_{струи}$  – скорость истечения из сопловых отверстий.

Выразим коэффициент сопротивления сопла в виде

$$\zeta_{con} = \frac{2}{\rho \cdot v_{струи}^2} (P_1 - P_2) + \left( \frac{v_1^2}{v_{струи}^2} - 1 \right). \quad (3)$$

Согласно уравнению (3) для определения коэффициента сопротивления сопла необходимо определить действительную скорость течения струи  $v_{струи}$ . Для этого запишем уравнение коли-

чества движения потока жидкости с действительным расходом  $Q$  на участке между сечениями 1 и 2, предполагая, что по торцу сопла действует давление  $P_1$ , и после некоторых преобразований получим:

$$v_{струи} = v_1 + \frac{S_{con} \cdot (P_1 - P_2)}{\rho \cdot Q}. \quad (4)$$

Зная значение  $v_{струи}$ , можно рассчитать действительную площадь сечения струи и определить, в первом приближении, ее коэффициент сжатия

$$\varepsilon = Q / (S_{con} \cdot v_{струи}). \quad (5)$$

Подставляя в уравнения (3) и (5) значения действительной скорости течения струи, рассчитаем значения коэффициентов сопротивления сопла и сжатия струи и представим результат на графике (рис. 6).

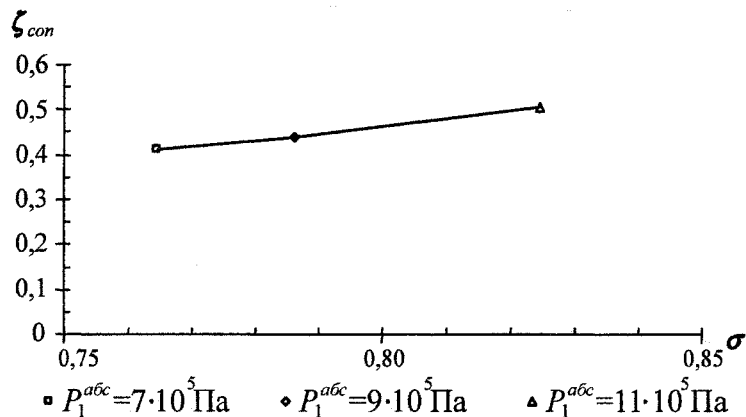


Рис. 6. Зависимость коэффициента сопротивления сопла от коэффициента сжатия струй при нескольких значениях давления питания

Из графика видно, что найденные значения коэффициентов сопротивления сопла и сжатия струи зависят от изменения параметров течения. При изменении давления на входе от  $P_1 = 11 \cdot 10^5$  Па до  $P_1 = 7 \cdot 10^5$  Па величина коэффициента сопротивления снижается в диапазоне от  $\zeta_{con} = 0,50$  до  $\zeta_{con} = 0,41$ , и это в значительной степени отличается от значения, приведенного в работе [2], где предполагается, что  $\zeta_{con} \approx 0,1$  носит универсальный характер. В действительности коэффициент соплового устройства определяется как геометрическими параметрами проточной части, так и динамическими характеристиками потока.

Относительная площадь сопла

$$\Omega = \frac{\sum S_{струи}}{S_{pk}} = \frac{\varepsilon \cdot S_{con}}{S_{pk}},$$

где  $S_{pk}$  – площадь проходного сечения рабочей камеры (см. рис. 2).

Число кавитации  $\sigma$  в зависимости от изменения параметров течения можно определить по следующему уравнению:

$$\sigma = \frac{P_2 - P_{н.н.}}{\rho \frac{v_{струи}^2}{2}}.$$

Зная действительную скорость течения струй и величину давления насыщенных паров воды в диапазоне изменения температур  $T = 25 \dots 30$  °С,  $P_{н.н.} \approx 2500$  Па, рассчитаем число кавитации, подставляя в уравнение осредненные значения давления  $P_2$  из табл. 1. Результаты расчетов представим на графике (рис. 7).

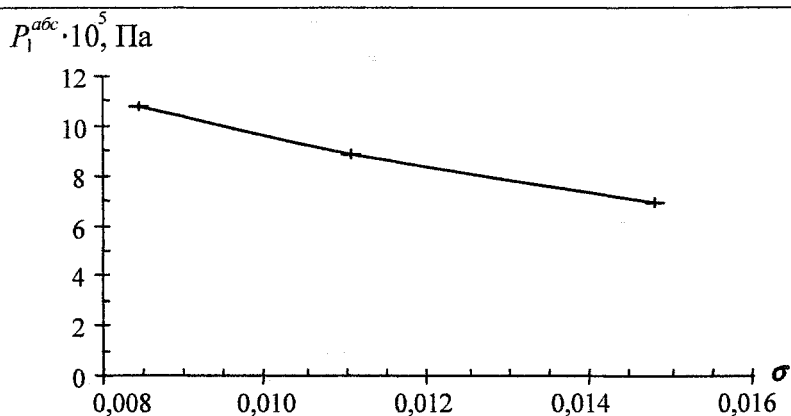


Рис. 7. Зависимость числа кавитации от давления питания

При снижении рабочего давления  $P_1$  возрастают средние значения давления  $P_2$  и снижается скорость истечения струй, что приводит к увеличению значения числа кавитации, а, следовательно, некоторому снижению интенсивности кавитационных процессов.

В работе [2] приводится следующая формула расчета числа кавитации:

$$\sigma = 0,07 + 1,36 \cdot \Omega \cdot (1 - \Omega), \quad (6)$$

согласно которой в исследованном диапазоне давлений изменение расчетных значений составляет  $0,367 \leq \sigma \leq 0,378$ , что значительно больше фактических величин числа кавитации (см. рис. 7). Из чего следует, что при расчете по формуле (6) недооценивается степень развития кавитационных процессов в исследуемом устройстве.

Рассчитаем оптимальные значения противодавления  $P_5$ , подставляя в уравнение (3) фактические значения (табл. 3) относительной площади, коэффициента сопротивления сопла, а также числа кавитации. Результаты расчетов и экспериментальные данные представим на графике.

Таблица 3  
Сводная таблица результатов расчета

$P_1^{abc} \cdot 10^5, \text{Па}$	$\Omega$	$\zeta_{con}$	$\sigma$	$P_5^{abc} \cdot 10^5, \text{Па}$
11	0,35	0,50	0,008	3,83
9	0,33	0,44	0,011	3,18
7	0,32	0,41	0,015	2,50

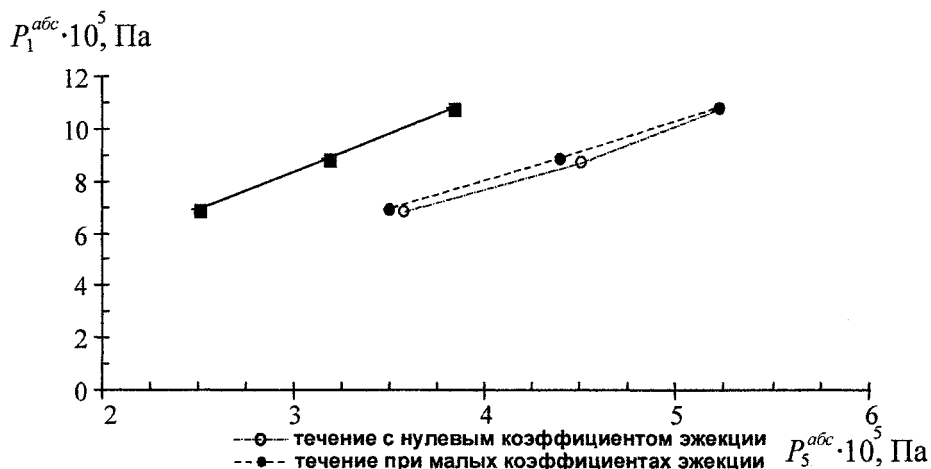


Рис. 8. Зависимость величины оптимального противодавления и противодавления срыва потока от давления питания

Исходя из экспериментальных данных, представленных на графике в виде пунктирных линий, видно, что наличие незначительного подсоса воздуха (при малых коэффициентах эжекции) практически не влияет на характер зависимости противодавления срыва потока от значения абсолютного давления на входе, из чего следует, что рабочий процесс осуществляется практически в холостом режиме. Результаты расчета по формуле (2) оптимальных значений противодавления



$P_5$  с фактическими значениями коэффициентов представлены на графике в виде сплошной линии, расположенной левее экспериментальных значений критического давления срыва потока. Это свидетельствует о том, что прыжок перемешивания располагается на значительном расстоянии от входного сечения камеры смешения, создавая условия для формирования сверхзвукового течения.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований подтверждают механизм протекания рабочего процесса кавитационного смесителя, заключающегося в формировании на некотором расстоянии от входного участка рабочей камеры прыжка перемешивания, в котором осуществляется переход от сверхзвукового течения к дозвуковому с резким локальным повышением давления – течение двухфазной парогазожидкостной смеси превращается в однофазное течение капельной жидкости. Расчет оптимальных значений перепада давления по уравнению (2) при проектировании устройства усложняется в связи с тем, что значения коэффициента сопротивления сопла и числа кавитации не универсальны и определяются не только геометрическими параметрами устройства, но и динамическими параметрами потока. Поэтому необходимы дополнительные исследования, связанные с теоретическим определением значений коэффициента сжатия струй и числа кавитации.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Челябинской области.

#### Литература

1. Спиридонов, Е.К. Энергетический анализ жидкостногазовых течений / Е.К. Спиридонов // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Машиностроение». – 2003. – Вып. 3. № 1 (17). – С. 141–151.
2. Спиридонов, Е.К. Рабочий процесс и характеристики гидродинамических кавитационных эмульгаторов / Е.К. Спиридонов, Л.С. Прохасько // Вестник ПГТУ. Серия «Аэрокосмическая техника». – Пермь, 2000. – № 5. – С. 93–98.
3. Прандтль, Л. Гидроаэромеханика / Л. Прандтль. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1951. – 575с.
4. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1992.

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОТОР-БАРАБАНОВ В СТЕНДАХ ПРОВЕРКИ ТОРМОЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМОБИЛЕЙ

*В.Н. Прокопьев, А.И. Кудрин*

Обосновано использование серийных мотор-барабанов в качестве силовых приводов роликовых стенов проверки тормозных систем автомобилей, рассмотрена возможность контроля тормозов без полной блокировки колес тормозными механизмами автомобиля.

Сравнительно недавно на рынке диагностического оборудования появились универсальные роликовые стенов для контроля тормозных систем легковых и грузовых автомобилей. Такие стенов удобны для оснащения линий государственного технического осмотра, так как позволяют контролировать автомобили без их предварительного разделения по весовым категориям. Применение универсальных стенов целесообразно и в автотранспортных предприятиях с разномарочным подвижным составом.

Однако универсальные стенов имеют значительно большие габариты, чем стенов специализированного назначения с такими же характеристиками. Это связано с тем, что привод универсального стенов рассчитывается исходя из максимальной нагрузки на стенов, а длина беговых роликов – исходя из разности самой широкой внешней и самой узкой внутренней колеи проверяемых автомобилей. Предполагаемая универсальность предопределяет конструкцию стенов с мощным приводом и длинными беговыми роликами. Габариты привода не позволяют разместить его между роликами увеличенной длины, исключая возможность применения компактной, удобной для монтажа и более дешевой моноблочной схемы стенов (рис. 1, а).

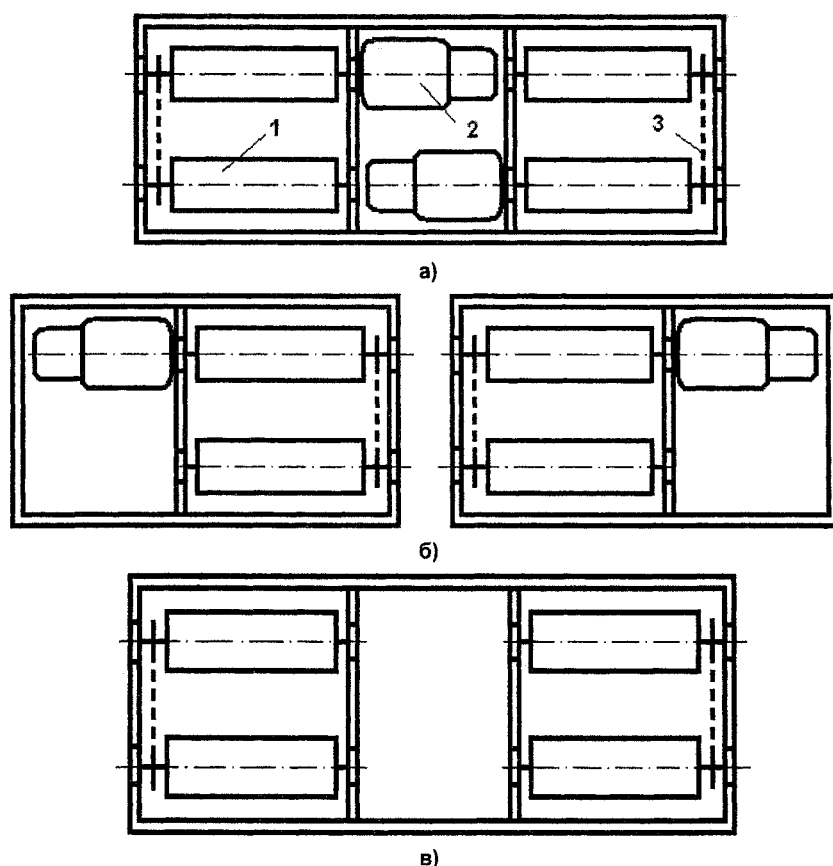


Рис. 1. Компонировочные схемы стенов проверки тормозных систем автомобилей: 1 – беговые ролики; 2 – привод; 3 – передача

Поэтому универсальные стенды проектируются в виде двух отдельных блоков роликов (стенд-бидлок), привод которых расположен с внешней стороны (см. рис. 1, б) или под роликами. В любом случае, за счет применения дополнительных датчиков веса и крепежных деталей, а также усиления рамы, стенд-бидлок дороже моноблока, а габариты его больше.

Анализ компоновочных схем стендов показывает, что вариантом решения проблемы создания универсального стенда-моноблока является размещение приводных механизмов внутри беговых роликов (см. рис. 1, в). С этих позиций интересно рассмотреть возможность применения в качестве опорно-приводного механизма стенда мотор-барабанов Псковского завода механических приводов [1].

Завод выпускает более 500 типоразмеров мотор-барабанов для несущих ленточных конвейеров, допускающих длительную работу в режиме предельных нагрузок. Электропривод, состоящий из асинхронного двигателя и цилиндрического соосного двухступенчатого редуктора, расположен внутри барабана в масляной ванне, что гарантирует высокую надежность и хорошую защищенность от внешних воздействий.

Из всего многообразия мотор-барабанов для использования в стендах пригодны 4 модели с характеристиками, указанными в табл. 1.

Таблица 1

Основные характеристики мотор-барабанов

Параметр	Значение параметра для мотор-барабанов			
	МБ2	МБ3	МБ4	МБ5
Мощность электродвигателя, кВт	1,5	4,0	7,5	18,5
Линейная скорость вращения, км/ч	1,8	1,6	2,0	4,5
Диаметр барабана, м	0,218	0,320	0,423	0,526
Частота вращения барабана, об/мин	43,8	26,5	25,0	45,3
Масса одного барабана, кг	95,6	163,6	319,9	385,0
Стоимость, в т. ч. НДС, (на 01.12.06) тыс. руб.	22,5	25,6	59,0	78,4

Отбор производился по наибольшей тяговой силе и диаметру барабана из условия [2]

$$D_б = D_к (0,2...0,35),$$

где  $D_к$  – диаметр колеса автомобиля.

Однако одной из основных характеристик стенда является возможная максимальная масса  $M$ , приходящаяся на ось проверяемого автомобиля, параметрически связанная с мощностью привода  $N$  и линейной скоростью вращения барабанов  $V$ .

Обычно решается обратная задача: зная массу, приходящуюся на ось, рассчитывают мощность электропривода. При этом подразумевается, что в процессе торможения на стенде реализуется классическая тормозная диаграмма с переходом колеса на юз (рис.2).

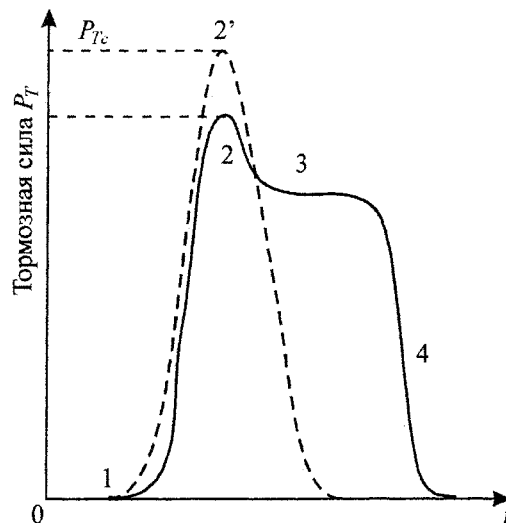


Рис. 2. Тормозная диаграмма

## Контроль и испытания

На реальных стендах фаза юза исключается применением следящих антиблокировочных роликов-датчиков. Максимальная тормозная сила, а, следовательно, и тормозная мощность развивается в точке 2, где колесо катится примерно с 20% проскальзыванием.

В этих условиях потребная мощность электродвигателя одного блока беговых роликов

$$N = \frac{1}{2\kappa\eta} \left( 0,8 \frac{Mg}{\cos \alpha/2} \cdot f \frac{V}{3,6} + \frac{Mg}{\cos \alpha/2} \cdot \varphi \frac{V}{3,6} \right), \text{ кВт.} \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое – потери на трение качения, второе – на трение скольжения колеса по роликам стенда.

После преобразований

$$N = \frac{Mg \cdot V}{7,2 \cdot \kappa \cdot \eta \cdot \cos \alpha/2} \cdot (0,8f + \varphi),$$

где  $\kappa = 2,2$  – отношение максимального момента на валу электродвигателя к номинальному;  $\eta = 0,95$  – механический КПД привода;  $\alpha = 60^\circ$  – угол между нормальными реакциями роликов и центром колеса (рис. 3);  $f = 0,03$  – коэффициент трения качения;  $\varphi = 0,82 \dots 0,85$  – коэффициент сцепления колес с ошипованными роликами; 0,8 – коэффициент, учитывающий качение колеса с 20% проскальзыванием.

Отсюда, зная параметры привода, легко определить максимально-возможную массу, приходящуюся на ось автомобиля при проверке с переходом колеса на юз

$$M = \frac{7,2 \cdot N \cdot \kappa \cdot \eta \cdot \cos \alpha/2}{gV(0,8f + \varphi)}, \text{ т.} \quad (2)$$

Значения масс, рассчитанные по этой формуле для стендов с использованием мотор-барабанов, приведены в первой строке табл. 2.

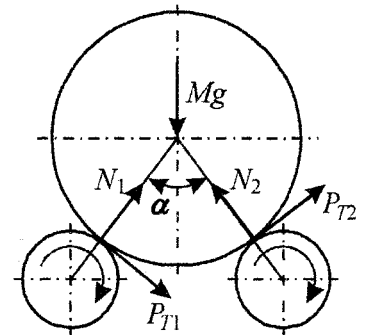


Рис. 3. Угол между нормальными реакциями роликов и центром колеса

Таблица 2

Расчетные значения максимальных масс, приходящихся на ось проверяемых автомобилей

Параметр	Значения масс для мотор-барабанов			
	МБ2	МБ3	МБ4	МБ5
Масса, при реализации цикла торможения по тормозной диаграмме, т	1,3	3,9	5,7	6,4
Масса, рассчитанная по удельной тормозной силе, т	2,1	7,2	10,9	11,9

Для автомобилей с указанной и меньшей массами на ось удельная тормозная сила

$$\gamma_T = \frac{\sum P_T}{M_a \cdot g} \quad (3)$$

равна коэффициенту сцепления  $\varphi$  и для ошипованных роликов лежит в пределах 0,82...0,85. Здесь  $\sum P_T$  – сумма тормозных сил на колесах автомобиля;  $M_a$  – масса автомобиля.

Вместе с тем, согласно требованиям ГОСТ Р 51709-2001, автомобили категории М1 признаются исправными при условии  $\gamma_T \geq 0,53$ , а всех остальных категорий – при  $\gamma_T \geq 0,46$ , что значительно меньше  $\gamma_T$ , рассчитанной по формуле (3). Запас по удельной тормозной силе указывает на недостаточную корректность формулы (2) и возможность увеличения расчетного предела нагрузки на ролики, если допустить другой цикл работы стенда, когда проверяется автомобиль с массой на ось больше расчетной (см. табл. 2). В этом случае, в начальной фазе торможения тормозная сила, достигнув максимального значения, стабилизируется, а ролики стенда останутся без проскальзывания относительно колес из-за дефицита мощности привода. Остановившийся ролик-датчик отключит электродвигатели от сети, и тормозная сила упадет до нуля (см. рис. 2).

В рассмотренном цикле торможения, исходя из трансформированной формулы (3),

$$M \leq \frac{2P_{TC}}{g[\gamma_T]},$$

где  $P_{TC}$  – максимальная тормозная сила на роликах одного блока;  $[\gamma_T]$  – допускаемая минимальная удельная тормозная сила для данной категории автомобиля.

Тормозная сила в этом случае не зависит от коэффициента сцепления колес с роликами, а определяется исключительно тяговыми характеристиками привода

$$P_{TC} = \frac{2 \cdot 9555 \cdot N \cdot K \cdot \eta}{n \cdot D_6},$$

где  $n$  – частота вращения роликов.

Окончательно, с учетом расстояния между роликами, получим

$$M \geq \frac{3,9 \cdot 10^3 N \cdot k \cdot \eta \cdot \cos \alpha / 2}{[\gamma_T] \cdot n \cdot D_6}. \quad (4)$$

Значения наибольшей массы, приходящейся на ось проверяемого автомобиля, рассчитанные по формуле (4), приведены во второй строке табл.2.

Анализ таблицы показывает, что мотор-барабаны рассмотренных типоразмеров вполне могут быть использованы в стендах проверки тормозов автомобилей. В частности, стенд на базе мотор-барабанов МБ2, допускающий нагрузку на ось до 2 тс, применим для контроля тормозных систем легковых автомобилей, а стенд с барабанами МБ4 – для грузовых автомобилей и автобусов.

Мотор-барабаны МБ3 можно использовать в универсальных стендах. Применение типоразмера МБ5 в стендах проверки тормозов нецелесообразно из-за больших габаритов, массы и стоимости. Исходя из этих же соображений, на первом этапе проектирования и освоения производства наиболее перспективны стенды с барабанами МБ2 и МБ3.

На кафедре «Автомобильный транспорт» Южно-Уральского государственного университета разработана чертежно-техническая документация на стенд проверки тормозных систем легковых автомобилей на базе мотор-барабанов МБ2 и на универсальный стенд для автомобилей с нагрузкой на ось до 8 т. Приводные и натяжные барабаны скомпонованы попарно в каждом из двух блоков роликов и соединены цепной передачей. Балансирный подвес приводных мотор-барабанов позволяет измерять тормозные силы. Блоки роликов смонтированы на одной общей раме, которая опирается на датчики весоизмерителя.

Разрабатывается вариант универсального стенда для автомобилей с нагрузкой на ось до 14 тс, в котором все четыре барабана МБ3 приводные. Кроме увеличения энергонасыщенности, применение независимых индивидуальных приводов беговых роликов позволит отказаться от соединяющей их цепной передачи, а питание электродвигателей мотор-барабанов от частотных преобразователей с плавной регулировкой частоты вращения открывает перспективы диагностирования тормозных систем с АБС и полноприводных автомобилей.

#### Литература

1. Мотор-барабаны приводные и натяжные. Технические характеристики / ОАО Псковский завод механических приводов. ISO9001: 2000.
2. Говорущенко, Н.Я. Диагностика технического состояния автомобилей / Н.Я. Говорущенко. – М.: Транспорт, 1970. – 256 с.
3. ГОСТ Р 51709-2001. Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2006. – 27 с.

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФАЗОВОЙ СТАБИЛЬНОСТИ ЭТАНОЛЬНЫХ ТОПЛИВ ДЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

*С.Н. Богданов, А.Н. Лаврик, А.С. Теремов*

В настоящее время топливная промышленность всего мира занята поиском альтернативных видов топлива, удовлетворяющих возрастающим экологическим требованиям к отработавшим газам автомобилей. В связи с истощением в обозримом будущем запасов нефти альтернативное топливо желательно получать из возобновляемых источников. На фоне указанных проблем большую перспективу представляют оксигенатные топлива, для успешного применения которых необходимо решить ряд технических задач, в том числе задачу обеспечения их фазовой стабильности.

В связи с постоянно растущими экологическими требованиями к продуктам сгорания автомобильных двигателей, истощением запасов нефти и запретам на использование в качестве антидетонационной присадки к бензинам тетраэтилсвинца, перед топливной промышленностью встала задача по созданию экологически чистых бензинов без ухудшения их антидетонационных свойств. Наибольшую перспективу представляет использование кислородосодержащих компонентов – оксигенатов. Оксигенаты имеют низкую токсичность, хорошие эксплуатационные характеристики, высокие октановые числа. При этом возможно их получение из возобновляемых источников. Наиболее распространенные из них метил-требутиловый эфир, а так же метиловый, этиловый, изопропиловый и изобутиловый спирты.

В табл. 1 приведены основные характеристики спиртов, применяемых и перспективных для применения в автомобильных бензинах.

Таблица 1

Название показателей	Базовый а/м бензин	Метанол	Этанол	Изопропанол	Изобутанол	МТБЭ
Плотность при 20 °С, кг/м <sup>3</sup>	700...770	790	794	780	802	746
Октановое число (моторный метод)	76...88	94	93	95	96	100
Октановое число (исследовательский метод)	76...98	111	108	117	108	125
Температура кипения, °С	35...215	64,7	78,4	82,4	108	55
Температура застывания, °С	-60...80	-97,8	-114,6	-89,5	-108	-108
Теплота испарения, кДж/кг	180..306	1158	913	666	–	337
Объемная теплота сгорания, кДж/кг	35300	15720	30030	25974	26306	26200
Массовая теплота сгорания, кДж/кг	42500	19950	27720	33300	32808	35160
Массовая доля кислорода, %	–	50	34,7	26,6	21,6	18,2
ПДК паров, мг/м <sup>3</sup>	100	5	1000	980	–	130

Самым доступным оксигенатом является метиловый спирт. Тем не менее, объем его использования в бензинах мал и продолжает сокращаться. Это связано с высокой токсичностью, низкими энергетическими и эксплуатационными показателями. Метил-требутиловый эфир (МТЭБ), до недавнего времени считавшийся практически идеальным оксигенатом, в настоящее время запрещен для применения в отдельных штатах США в связи с его высокой стабильностью к биологическому разложению, а, следовательно, возможностью накопления в водоемах. Этанол лишен недостатков, присущих МТЭБ, и характеризуется меньшей токсичностью. В настоящее время этиловый спирт является наиболее перспективным оксигенатом. Мощность его производства только в США составляет более 6,5 млн. т/г., в том числе около 5 млн. т/г. относится к топливному этанолу. По прогнозам в ближайшие годы производство этанола возрастет в два раза [1]. Наименьшую токсичность имеет этиловый и изопропиловый спирт, предельно допустимая концентрация паров которых в воздухе составляет соответственно 1000 и 980 мг/м<sup>3</sup>.

О возможности использования оксигенатов в качестве компонентов автомобильных бензинов известно достаточно давно. В отдельных странах накоплен значительный опыт применения, имеется большое количество публикаций. В настоящее время на оксигенатые топлива разработан ГОСТ 52201-2004 «Топливо моторное этанольное для автомобильных двигателей с принудительным зажиганием. Бензанола». Однако до сих пор оксигенаты не имеют широкого применения. Это связано с большой чувствительностью бензо-спиртовых смесей к наличию влаги. Безводные спирты смешиваются с бензином в любых соотношениях, но незначительные примеси воды вызывают потерю фазовой стабильности смеси.

На рис. 1 приведена зависимость температуры расслоения бензо-этанольных смесей (бензанола) в зависимости от концентрации спирта и наличия в нем воды [2].

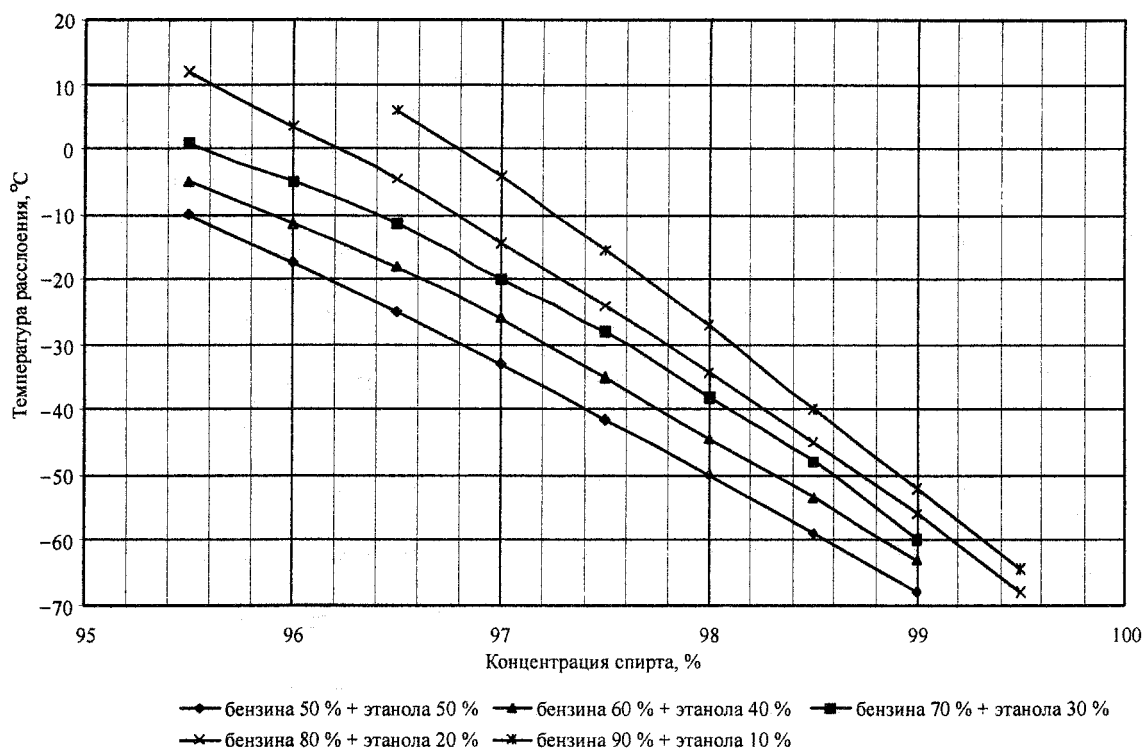


Рис. 1. Температура расслоения бензо-этанольных смесей в зависимости от концентрации этилового спирта и наличия в нем воды

Из графиков видно, что с уменьшением доли спирта в бензине и увеличением содержания воды температура расслоения смеси увеличивается, т. е. ухудшаются фазовая стабильность и низкотемпературные свойства. При этом содержание этанола в топливе, удовлетворяющем требованиям ГОСТ 52201-2004, находится в пределах от 5 % до 10 % по объему (табл. 2) [3]. Следовательно область, отмеченная ГОСТ 52201-2004, наименее благоприятна в отношении фазовой стабильности по соотношению спирта и бензина. Вместе с тем содержание спирта в автомобильном бензине в пределах от 5 % до 10 % позволяет сохранить мощностные показатели двигателя, обеспечивает значительное снижение токсичности отработавших газов, хорошие эксплуатационные свойства без ухудшения экономичности, взаимозаменяемость традиционных и композиционных бензинов.

Таблица 2

Наименование показателя	Значение
1. Объемная доля этанола, %	5,0–10,0
2. Фазовая стабильность (температура помутнения) бензанола, °C, не выше:	
на месте производства:	
для летнего вида	-10
для зимнего вида	-30
на месте применения:	
для летнего вида	-5
для зимнего вида	-25

## Контроль и испытания

В литературе описываются способы получения композиционных топлив и результаты исследования рабочего цикла двигателя в основном на абсолютированных спиртах, а информация о использовании спиртов с наличием воды практически отсутствует. Обеспечить требования ГОСТ 52201-2004 для бензанолюв возможно при использовании безводного спирта и бензина. В реальных условиях эксплуатации автотракторной техники, учитывая гигроскопичность этанола и углеводородного топлива, наличие подтоварной воды в цистернах и климатические условия, топливо не сможет соответствовать эксплуатационным свойствам в связи с нарушением его фазовой стабильности. В связи с этим при использовании оксигенатных топлив этанол с бензином смешивают непосредственно в процессе заправки, либо используются автомобили с отдельными баками. Этот подход затрудняет массовое применение бензанолюв. Для более широкого применения бензанолюв необходимо решить научно-техническую задачу обеспечения фазовой стабильности этанольных топлив. Данная задача может быть решена двумя способами: физическим и химическим. При физическом способе повышения фазовой стабильности обеспечивается воздействием на топливную смесь ультразвуком, электромагнитными полями и высокоэнергетическими импульсами. При химическом способе фазовая стабильность обеспечивается за счет добавок специальных стабилизаторов, поверхностно-активных веществ и жирных спиртов.

Авторами проведены исследования химического способа повышения физической стабильности спирто-бензиновых смесей. В ходе исследований было установлено, что в качестве стабилизатора могут быть использованы жирные спирты, в частности изопропиловый спирт (ИПС). Изопропиловый спирт выбран в связи с его доступностью, хорошими эксплуатационными и экологическими показателями.

Физическая стабильность бензо-этанольных смесей оценивалась по температуре расслаивания.

В качестве исходных компонентов использовались:

- этанол ( $92,5 \pm 0,05$ )-ной концентрации, с плотностью при нормальных условиях  $801 \text{ кг/м}^3$ ;
- неэтилированный прямогонный газоконденсатный бензин с плотностью при нормальных условиях  $719 \text{ кг/м}^3$ ;
- ИПС ( $96,5 \pm 0,5$ )-ной концентрации с плотностью  $796 \text{ кг/м}^3$  при нормальных условиях.

Используемые компоненты являются промышленными образцами. Другими словами исследование проводилось с целью определения рецептуры топлива, удовлетворяющего ГОСТ 52201-2004, при использовании промышленной продукции, а не лабораторных эталонов.

Температура расслоения измерялась на установке «Сапфир-МТК» с нижней границей температур до  $-70^\circ\text{C}$ . При подготовке промышленных образцов использовалась термокамера повышенного объема.

С целью определения закономерностей распределения температур расслоения в зависимости от содержания этанола и стабилизатора (ИПС), готовились бензо-этанольные смеси с содержанием этанола: 6,0; 8,0; 10,0; 12,0; 15,0; 17,5; 20,0 % от объема. В смеси добавляли ИПС в количествах 0,5; 1,0; 1,5; 3,5 % от объема бензо-этанольной смеси.

При измерении температуры расслоения смесей, содержащих бензин и этанол в соотношении 9:1 по объему (максимально допустимый ГОСТом) ИПС добавляли в количествах: 0,5; 1,0; 1,5; 3,5; 4,0; 5,0; 10,0 % от объема бензо-этанольной смеси.

Бензо-спиртовые смеси в количестве 100 мл помещали в пробирку диаметром 15 мм. Пробирку закрывали корковой пробкой с отверстием, в которое вставляли термометр для измерения температуры смеси. Пробирку помещали в центр резервуара с термометрической жидкостью. Пробирку смазывали с наружи глицерином для предотвращения обледенения, перемешивали содержимое и помещали в морозильную камеру.

При достижении температуры, близкой к ожидаемой температуре расслоения, пробирку вынимали из установки, взбалтывали и вновь помещали в холодильную камеру.

Пробирку выдерживали 3...4 минуты при ожидаемой температуре расслоения, вынимали из холодильной установки и визуально определяли наличие или отсутствие помутнения смеси.

При наличии помутнения устанавливали температуру на  $1...1,5^\circ\text{C}$  выше первоначальной, при отсутствии – на  $1...1,5^\circ\text{C}$  ниже первоначальной и вновь выдерживали пробирку при этой температуре.



За температуру расслоения принимали середину интервала между заметным помутнением смеси и полной прозрачностью.

На основании данных исследования построены графики (рис. 2) на которых содержание компонентов указано в % массы.

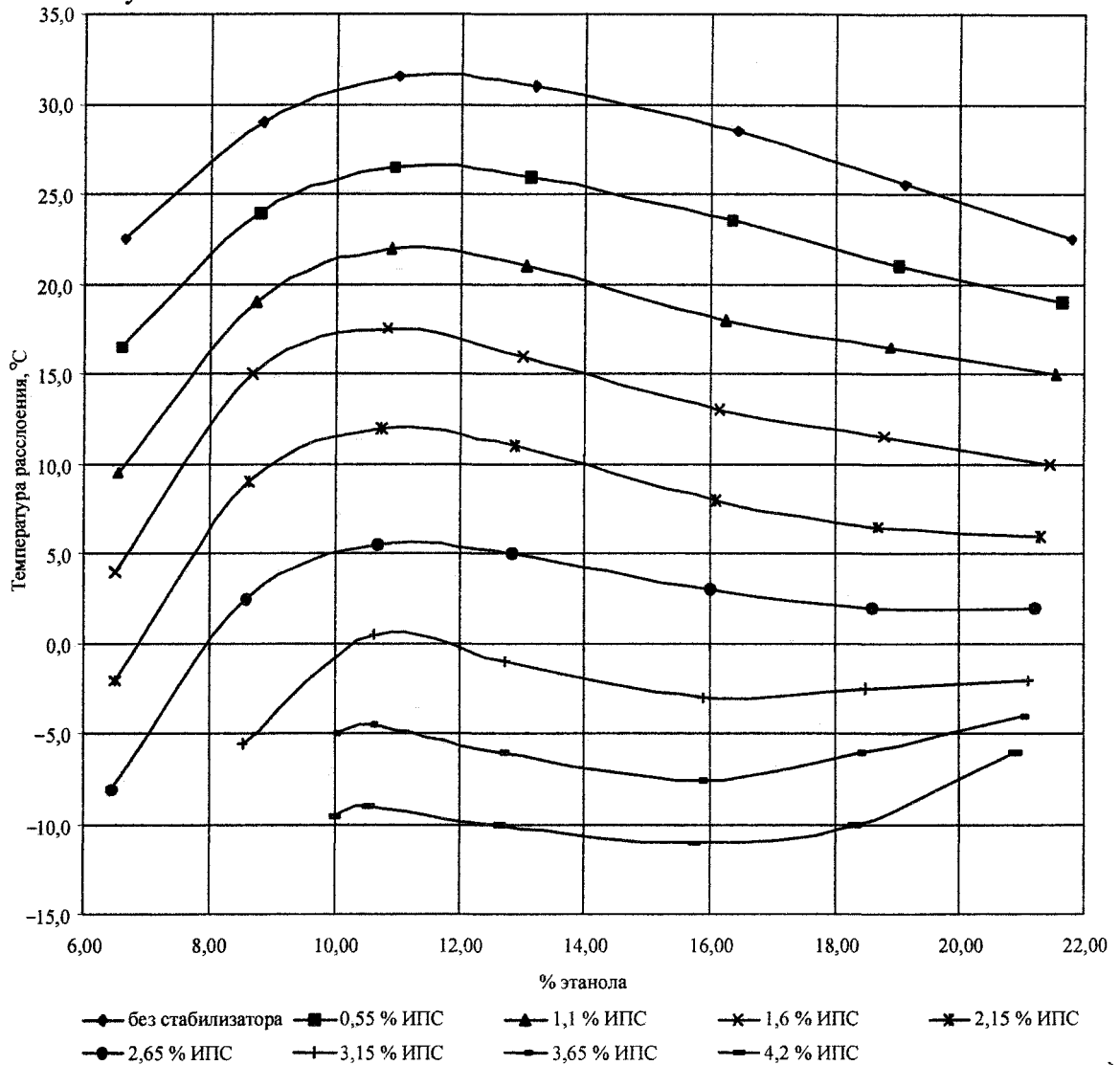


Рис. 2. Температуры расслоения бензо-спиртовых смесей с различным содержанием этанола и стабилизатора (ИПС)

Полученные данные позволяют выявить ряд закономерностей фазовой стабильности этанольных топлив, стабилизированных ИПС.

При различных концентрациях стабилизатора бензо-спиртовые смеси с содержанием этанола 10...12 % имеют максимальные температуры расслоения.

При уменьшении концентрации этанола менее 11 % независимо от концентрации стабилизатора происходит интенсивное улучшение фазовой стабильности. Эта область имеет наибольший практический интерес, учитывая требования ГОСТ 52201-2004.

При концентрации в бензанолах менее 11 % этанола для обеспечения фазовой стабильности при положительных температурах необходимо не более 3,15 % ИПС, а с повышением температуры эксплуатации необходимое количество стабилизатора уменьшается и при температурах более 30 °C обеспечивается фазовая стабильность без стабилизатора.

Фазовая стабильность не абсолютированных бензанолов при отрицательных температурах обеспечивается при относительно небольших добавках ИПС.

График, показанный на рис. 3, демонстрирует зависимость температуры расслоения бензо-спиртовой смеси с максимальным содержанием этанола, допускаемым ГОСТ 52201-2004, от содержания стабилизатора.

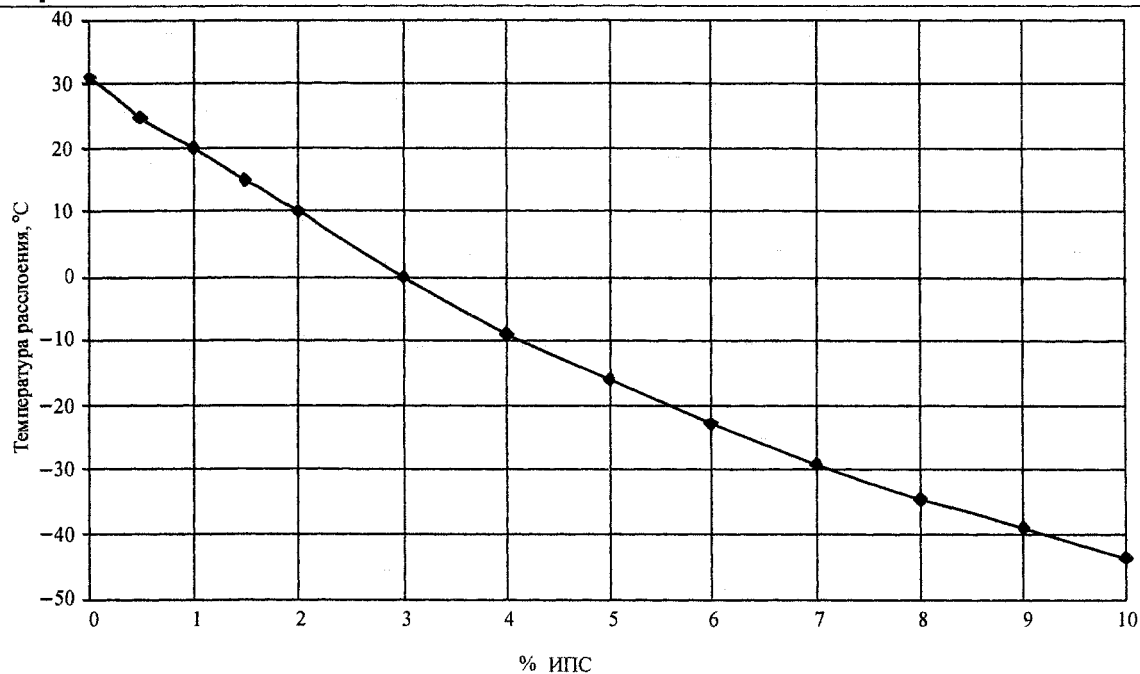


Рис. 3. Зависимость температуры расслоения спирто-бензиновых смесей, содержащих 10 % этанола от содержания изопрпилового спирта (ИПС)

Результаты исследований физической стабильности бензино-этанольных смесей позволяют составить рецептуру летнего и зимнего видов композиционных бензинов с учетом необходимости сохранения мощностных показателей двигателя; сохранения запаса хода транспортных средств без увеличения объема топливного бака; стоимости и доступности спиртов; взаимозаменяемости традиционных и композитных бензинов; требуемые антидетонационные характеристики композиционных бензинов и других факторов.

### Литература

1. Синьчжоу, Лю. Разработка высокооктановых топливных композиций: автореферат дис... канд. технич. наук / Лю Синьчжоу. — Уфа, 2004. — 24 с.
2. Папок, К.К. Словарь по топливам, маслам, смазкам, присадкам и специальным жидкостям (химмотологический словарь) / К.К. Папок, Н.А. Рагозин. — М.: Химия, 1975. — 392 с.
3. ГОСТ Р 25201-2004. Топливо моторное этанольное для автомобильных двигателей с принудительным зажиганием. Бензолы. — М.: ИПК Изд-во стандартов, 2004. — 6 с.
4. Сарафанов, А.С. Автомобильные топлива: Химмотология. Эксплуатационные свойства. Ассортимент / А.С. Сарафанов, А.И. Ушаков, И.В. Чечкенов. — СПб.: НПИКЦ, 2002. — 264 с.

## КОМПЛЕКСНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ОТВОДОВ ГНУТЫХ, ПОЛУЧАЕМЫХ ГИБКОЙ С РАСКАТЫВАНИЕМ

А.В. Козлов, В.Г. Шеркунов

Рассмотрено влияние на структуру и свойства материала труб, подвергнутых холодной гибке с раскатыванием. Показано, что по большинству показателей полученные изделия относятся к весьма надежным и могут быть применены в различных технологических трубопроводах.

При гибке труб разработанным в ЮУрГУ методом с дополнительным воздействием нагибаемую трубу вращающимся раскатником (рис. 1) [1] выявилось существенное изменение структуры стенок трубы и основных свойств в отдельных ее участках.

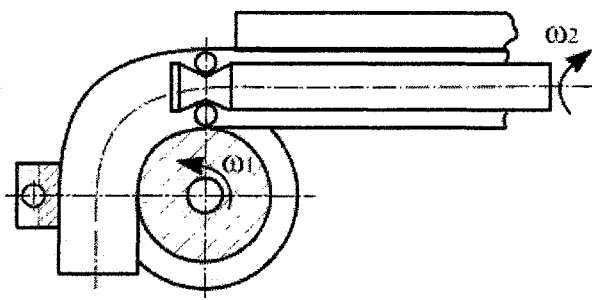


Рис. 1. Схема гибки труб, раскатываемых с большими натягами

Для исследования были отобраны кольцевые и продольные образцы и микрообразцы как из прямых участков трубы, так и из участков трубы, подвергнутых гибке с раскатыванием. Материал труб, подвергнутых гибке с раскатыванием – сталь марок 10 и 20, а также в ряде исследований – 12Х18Н10Т и АМГ10.

Макроструктура поперечного сечения кольцевых проб, выявленная при горячем травлении, плотная, каких-либо дефектов в виде неплотностей, закатов, трещин не имеет.

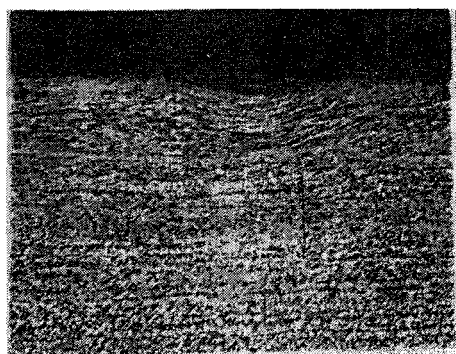
Исследование проводилось на металлографических микроскопах МИМ-10, Неофот при увеличениях от 50 до 500. Загрязненность неметаллическими включениями оценивалась по ГОСТ 1778-78 «Сталь. Металлографические методы определения неметаллических включений».

Оценка микроструктуры и фотографирование ее производилось после травления шлифов металлографическим реактивом, представленным 4 %-ным раствором азотной кислоты в спирте. Твердость замеряли на приборе ХРО-10 (ГДР). Структура сталей марок 10 и 20 – пластичный перлит+феррит, среднее значение которых в зависимости от содержания углерода (0,07...0,14 % и 0,17...0,24 % для сталей 10 и 20) соответствует 10 и 20 %.

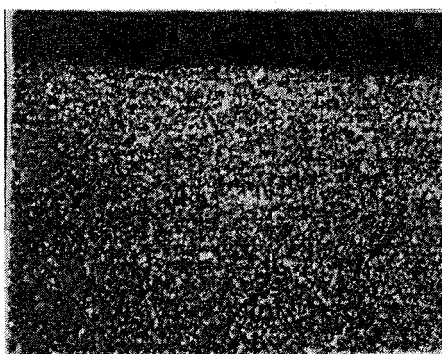
Поскольку труба подвергается раскатыванию с большим натягом, имеет место пластическое течение металла, что приводит к глубокой (сквозной) проработке структуры материала трубы, вследствие чего структура пластического перлита не имеет характерных (типичных) признаков.

Микроструктура исследованных образцов трубы представляет собой дисперсную перлито-ферритную структуру, при этом для структуры характерна некоторая строчечность (вытянутость) элементов, параллельная образующим поверхностям трубы. Эта строчечность по толщине стенки трубы постепенно ослабевает от внутренней поверхности к наружной. На рис. 2 представлена микроструктура образца внутренней стенки, где хорошо просматриваются три слоя.

Первый слой со стороны внутренней поверхности трубы (см. рис. 2, а) – самый тонкий, его толщина соответствует 0,522 мм. Для структуры этого слоя характерна большая вытянутость элементов структуры в виде темных и светлых полос с очень сложным их расположением.



а)



б)

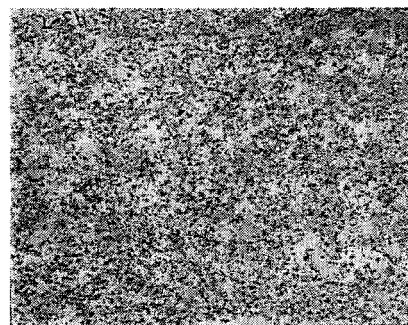
Рис. 2. Микроструктура ( $\times 50$ ) образца внутренней стенки трубы: а – поверхностный дефект и строчечность перлитно-ферритной структуры с внутренней стороны стенки; б – строчечность перлитно-ферритной структуры с наружной стороны стенки (уменьшение 1/2)

Второй слой – структура с более грубой строчечностью – наблюдается в направлении к наружной стенке на расстоянии 4,25 мм. Постепенно строчечность ослабевает, становится менее выраженной. Такая структура наблюдается на протяжении 3,12 мм (см. рис. 2, б).

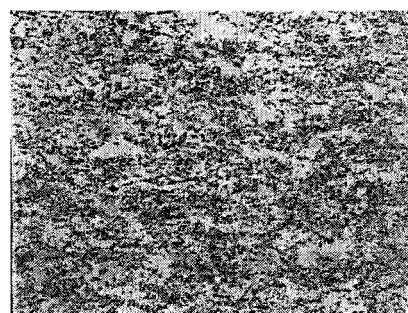
Указанные слои структуры по толщине стенки трубы наблюдаются в структуре верхнего и бокового образцов. Естественно, что протяженность этих слоев различна. Так, в структуре верхнего образца первый слой (его толщина примерно 0,3 мм) более плавно (менее контрастно) переходит во второй слой. На боковом образце толщина первого слоя достигает 0,6...0,7 мм. В структуре образца, не подвергнутого гибке с раскатыванием, первый слой отсутствует. Образование первого слоя следует объяснить пластическим течением металла в результате раскатывания.

Второй и третий слои, скорее всего, получены при прокатке металла на трубу («горячая» деформация). Более выраженная направленность структуры со стороны внутренней поверхности стенки трубы обусловлена действием сжимающих напряжений. Постепенное ослабление направленности (примерно за половиной толщины стенки) структуры к наружной поверхности стенки трубы обусловлено переходом сжимающих напряжений в растягивающие. Направленность структуры определялась при малом увеличении – в 50 раз. В случае больших увеличений исследуются более мелкие элементы структуры, которые не наблюдаются при малых увеличениях. При этом строчечность, какая-либо направленность могут выглядеть значительно слабее или исчезнуть вообще. Структуры на рис. 2 и 3 сделаны при увеличении соответственно в 50 и 500 раз, то есть различие в 10 раз, а по площади различие достигает 100 раз.

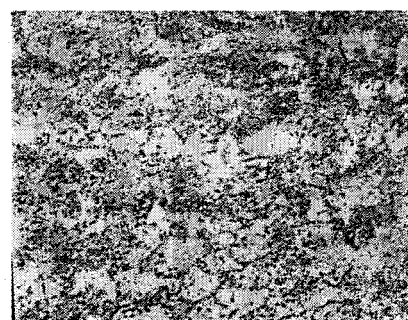
Дополнительно была замерена твердость слоев структуры на образцах из внутренней стенки. Твердость замеряли на приборе ХРО-10, предназначенном для определения твердости по Виккерсу больших начисто обработанных деталей, в частности, стальных валков в улучшенном состоянии. Так как алмазная пирамидка прибора Виккерса вдавливалась в поверхность проверяемой детали с усилием 50...100 Н, то получаются весьма малые отпечатки диаметром  $d$ . Приведенная в табл. 1 твердость в единицах НВ соответствует твердости в единицах НV.



а)



б)



в)

Рис. 3. Строчечность перлитно-ферритной структуры ( $\times 500$ ): со стороны внутренней поверхности стенки трубы (а), средних слоев (б) и со стороны наружной поверхности (в)

Таблица 1

Твердость слоев структуры на образцах из внутренней стенки

Слой	d, мм	НВ
1	4,85	152
2	5,00	143
3	5,05...5,10	140–137

По-видимому, высокая пластичность материала трубы (основная структурная составляющая – феррит), низкая его твердость не позволяют развиваться дефектам, возникающим при гибке трубы, на большую глубину – происходит затягивание дефекта [2].

Таким образом, изучив влияние холодной гибки труб с раскатыванием на структуру и свойства металла, установили, что изделия, получаемые по данной технологии, являются высоконадежными.

С целью изучения физико-механических свойств были проведены испытания на растяжение на универсальной машине с гидравлическим приводом и силоизмерителем на 50 т.

Полученные данные (табл. 2, 3) свидетельствуют о значительном изменении механических свойств материала стенок трубы: повышении прочностных и снижении пластических характеристик (особенно внешней и внутренней стенок).

Таблица 2

Сталь 20

№	Наименование образца	Предел текучести, МПа	Временное сопротивление, МПа	Относительное удлинение, %
1	Образец из трубы, неподвергнутый гибке (эталон)	305,9	426,5	31,2
2	Образец внутренней стенки изогнутой трубы	427,4	560,0	13,0
3	Образец боковой стенки изогнутой трубы	506,9	596,1	6,0
4	Образец наружной стенки изогнутой трубы	524,5	544,1	6,8

Таблица 3

Сталь 20 (после термообработки)

№	Наименование образца	Предел текучести, МПа	Временное сопротивление, МПа	Относительное удлинение, %
1	Образец из трубы, неподвергнутый гибке (эталон)	262,7	368,6	32,2
2	Образец внутренней стенки изогнутой трубы	281,4	400,0	32,8
3	Образец боковой стенки изогнутой трубы	268,6	355,9	14,0
4	Образец наружной стенки изогнутой трубы	287,2	356,8	23,4

Получаемые гибкой отводы могут найти применение в различных технологических трубопроводах, в том числе транспортирующих агрессивные среды. В связи с этим были проведены испытания на коррозионную стойкость.

Совместно с НИИ «БашНИПНефть» были проведены лабораторные испытания на коррозионную стойкость отводов, получаемых гибкой с раскатыванием. Материал отводов – сталь 20

## Технология

ГОСТ 1050-88. Скорость коррозии определялась в 3%-ном растворе NaCl и пластовой минерализованной воде, насыщенной сероводородом и углекислым газом. Испытания проводились в соответствии с ГОСТ 9.908-85 «Методы определения показателей коррозии и коррозионной стойкости» и РД 39-519-81 «Методика испытания ингибиторов коррозии в двухфазных сероводородо-содержащих средах». Время экспозиции в агрессивной среде при температуре 20 °С – 24 часа. Удаляют продукты коррозии органическим растворителем.

Результаты лабораторных испытаний приведены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты испытаний на коррозионную стойкость

№ образца	Площадь поверхности S, 10 <sup>-4</sup> м <sup>2</sup>	Масса образца, г		Агрессивная среда	Потеря массы Δm, кг/м <sup>2</sup>	Скорость коррозии K, г/(м <sup>2</sup> ·ч)	Результаты наблюдения за раствором и образцом
		до	после				
		испытаний					
1	55,56	55,16	54,87	3 %-ный раствор NaCl	0,053	2,23	Раствор помутнел. Образовался осадок в виде хлопьев ржавчины. Образец потускнел, покрылся ржавым равномерным налетом (оксидом железа)
2	54,68	54,78	54,48		0,054	2,24	
3	49,88	55,94	55,64		0,059	2,45	
4*	53,96	62,07	61,59		0,089	3,71	
5	47,32	45,35	45,06	Пластовая вода	0,061	2,55	Раствор помутнел. Образовался осадок в виде черных хлопьев. Образец покрылся черной глянцевой пленкой с рыжими вкраплениями (сульфидами и оксидами железа)
6	59,26	60,51	60,14		0,063	2,64	
7	58,52	48,71	48,34		0,062	2,58	
8*	52,39	59,83	59,32		0,097	4,08	

\* Необработанные образцы с черной окалиной

Анализ результатов проведенного исследования показывает, что скорость коррозии деформированных образцов в 3%-ном растворе NaCl составляет в среднем 2,31 г/(м<sup>2</sup>·ч). Скорость коррозии образцов в пластовой минерализованной воде, насыщенной сероводородом и углекислым газом с Волковской ДНС, составляет в среднем 2,59 г/(м<sup>2</sup>·ч). Скорость коррозии необработанных образцов с черной окалиной выше, чем у зачищенных до металлического блеска.

По приведенным значениям можно определить скорость коррозии металла, которая составляет 0,0029...0,0033 мм/год, что в соответствии с ГОСТ 13819-68 позволяет отнести гнутые отводы к группе весьма стойких [3].

Опытные отводы, полученные гибкой с раскатыванием, были также подвергнуты гидравлическим испытаниям рабочим давлением 40 МПа.

**Результаты испытаний.** Гнутые отводы выдержали гидравлическое испытание, так как не обнаружено течи, потения в основном металле, видимых и остаточных деформаций, трещин или признаков разрыва и отклонений от первоначальных параметров по ТУ 1468-001-45669812-2003 не выявлено.

По результатам был сделан вывод о том, что получаемые по предлагаемой технологии отводы могут быть допущены к нормальной эксплуатации при рабочем давлении до 40 МПа.

В процессе эксплуатации ответственных трубопроводов, подведомственных Госгортехнадзору, в результате воздействия перепадов температур, гидравлических ударов, в трубопроводах и их элементах (компенсаторах, изготовленных из гнутых отводов) возникают знакопеременные компенсирующие напряжения. В результате трубопроводы и их элементы подвергаются усталостной нагрузке, поэтому возникла необходимость в проведении испытаний на циклическую прочность.

Нагружение образцов осуществлялось знакопеременным изгибом с постоянной амплитудой деформирования, т. е. осуществлялось жесткое циклическое нагружение. Опытные условия нагружения близко совпадали с действительными. В опытах экспериментальное трубное колено включалось составной частью в П-образный трубопровод, один конец которого закреплялся неподвижно, а другой перемещался с заданной амплитудой. При испытании образцы заполнялись водой при небольшом давлении для обнаружения сквозной трещины. Схема работы П-образного компенсатора показана на рис. 4.

Для испытаний были отобраны два образца: отвод гнутый  $90^\circ \text{Ø}60 \times 4$  по ТУ 1468-001-45669812-2003 и отвод  $90^\circ \text{Ø}57 \times 4$  по ГОСТ 17375-2001.

Сравнительные испытания на циклическую прочность этих образцов проводились на универсальной машине УММ-100 совместно с сотрудниками лаборатории кафедры МАХП Уфимского государственного нефтяного технического университета. Согласно расчетам количество циклов возникающих компенсирующих напряжений было принято равным 10 000 с углом качания  $\alpha=3^\circ$ .

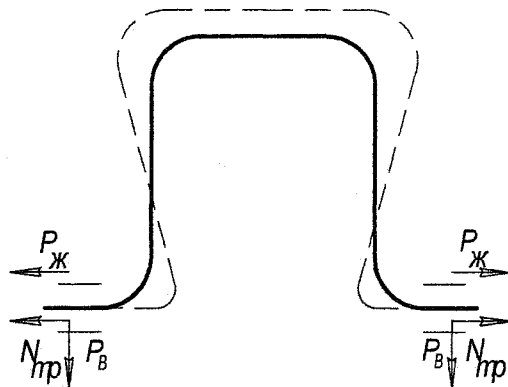


Рис. 4. Схема работы П-образного компенсатора

Проведенные исследования показали, что отводы выдержали испытания на циклическую прочность, отклонений по геометрическим размерам и каких-либо дефектов (трещин, гофр) признаков разрушения металла не обнаружено.

В результате испытаний на циклические нагрузки выявлено, что гнутый отвод  $90^\circ \text{Ø}60 \times 4$  по ТУ 1468-001-45669812-2003 имеет повышенную устойчивость к воздействию механических нагрузок. При сжатии этого отвода до полного разрушения, изменение геометрических параметров (смятие) в зонегиба произошло при достижении усилия, равного 2040 кг. А у отвода  $90^\circ \text{Ø}57 \times 4$  по ГОСТ 17375-01 изменение геометрических параметров (смятие) в зонегиба произошло при достижении усилия, равного 1470 кг.

#### Список литературы

1. Патент 818707 РФ. МКИ В 21 D 9/14. Способ гибки труб / С.Г. Лакирев, Я.М. Хилькевич. – № 2713945/25; заявл. 17.0.79; опубл. 07.04.81, Бюл. № 13. – 3 с.
2. Козлов, А.В. Изучение влияния холодной гибки труб с раскатыванием на структуру и свойства металла / А.В. Козлов, И.В. Чуманов, А.В. Бобылев // Известия вузов. Черная металлургия. – 1999. – № 6. – С. 33–35.
3. Козлов, А.В. Влияние гибки с раскатыванием на коррозионную стойкость отводов / А.В. Козлов, В.А. Аймурзин // Современные технологические системы в машиностроении: сб. тезисов докладов Международной научно-технической конференции. – Барнаул: Изд-во АлГТУ, 2003. – С. 77–78.

## Сведения об авторах

**Абелиович Егор Вадимович.** Аспирант кафедры «Двигатели внутреннего сгорания» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – процесс сгорания в ДВС, альтернативные виды топлива, высокоэнергетические системы зажигания.

**Egor V. Abeliovich.** The post-graduate student of «Internal Combustion Engines» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – combustion process in IC engines, alternative types of fuel, high energy ignition systems.

**Апанасик Вадим Георгиевич.** Начальник отдела анализа и расчетов ООО «Головного специализированного конструкторского бюро Челябинский тракторный завод». Область научных интересов – теория движения тяговых и транспортных машин, рабочие процессы тракторных агрегатов.

**Vadim G. Apanasik.** The chief of a department of the analysis and calculations of Open Company «Head specialized design office the Chelyabinsk tractor factory». Area of scientific interests – the theory of movement of traction and transport machines, working processes of tractor units.

**Богданов Сергей Николаевич.** Аспирант кафедры «Двигатели внутреннего сгорания» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – рабочий цикл ДВС, альтернативные виды автотракторных топлив.

**Sergey N. Bogdanov.** The post-graduate student of «Internal Combustion Engines» department of the South Ural State University. The filed of the scientific interest – work cycle of internal combustion engine, alternative types of motor and tractor fuel.

**Бураков Евгений Алексеевич.** Аспирант Курганского государственного университета. Область научных интересов – динамическая нагруженность и управление транспортными машинами.

**Evgenie A. Burakov.** The post-graduate student of Kurgan state university. The area of scientific interest – dynamic load and operated moving the transport machines.

**Ваулин Сергей Дмитриевич.** Доктор технических наук, профессор, проректор по научной работе Южно-Уральского государственного университета, заведующий кафедрой «Двигатели летательных аппаратов». Область научных интересов – проектирование регулируемых энергетических установок и сложных технических систем, теория теплофизических систем.

**Sergei D. Vaulin.** The doctor of engineering science, professor, pro-rector for scientific work of the South Ural State University, the head of «Engines of flying machines» department. The area of scientific interests – designing of adjustable power devices and complex engineering systems, theory of heat transfer systems.

**Волченко Татьяна Сергеевна.** Аспирантка кафедры «Летательные аппараты» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прочность машиностроительных конструкций.

**Tatiana S. Volchenko.** The post-graduate student of «Aircraft» department of the South Urals State University. The area of scientific interests – durability of mechanical construction.

**Дадаев Сергей Григорьевич.** Доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Приборостроение» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – подшипники скольжения, динамика роторов в опорах скольжения с газовой смазкой.

**Sergei G. Dadaev.** The doctor of engineering science, professor of «Apparatus constructing» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – bearings of sliding, dynamic rotor in gas bearings.

**Держанский Виктор Борисович.** Доктор технических наук, профессор, заслуженный машиностроитель РФ, заведующий кафедрой гусеничных машин Курганского государственного



---

университета. Область научных интересов – динамика управляемого движения транспортных машин.

**Victor B. Derganskey.** The doctor of engineering science, professor, the Honoured machines builder RF, the head of «caterpillar machines» department of the Kurgan State University. The area of scientific interests – a track record of the operated moving the transport machines.

**Дурасов Алексей Анатольевич.** Аспирант кафедры «Гидравлика и гидропневмосистемы» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прикладная гидромеханика и гидравлика, струйные аппараты.

**Aleksey A. Durasov.** The post-graduate student of «Hydraulics and hydropnevmosystems» department of South Urals State University. The area of scientific interests – applied hydromechanics and hydraulics, stream devices.

**Карташев Александр Леонидович.** Доктор технических наук, профессор кафедры «Двигатели летательных аппаратов» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – математическое моделирование и проектирование энергетических установок и сложных технических систем, исследование гидрогазодинамических процессов и процессов теплообмена в технических системах.

**Alexander L. Kartashev.** The doctor of engineering science, professor of «Engines of flying machines» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – mathematical simulation and designing of power devices and complex engineering systems, investigation of hydro-, gas- dynamics processes and processes of heat transfer in engineering systems.

**Камалтдинов Вячеслав Гилимянович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Двигатели внутреннего сгорания» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – расчетное моделирование процесса сгорания в ДВС на эксплуатационных режимах, инициирование сгорания топливно-воздушных смесей различного состава высокоэнергетическим плазменным факелом.

**Vyacheslav G. Kamaltdinov.** The candidate of engineering science, senior lecturer of «Internal Combustion Engines» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – modeling of combustion process in IC engines on operation conditions, initiation of combustion of different air/fuel mixture by a high energy plasma torch.

**Козлов Александр Васильевич.** Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Технология машиностроения, станки и инструмент» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – холодное деформирование тонкостенных труб.

**Alexander V. Kozlov.** The candidate of engineering science, the head of « Technology of machinery, machines and tools» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – cold curving of thin-walled pipes.

**Крылов Владимир Александрович.** Научный сотрудник кафедры «Летательные аппараты» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прочность машиностроительных конструкций.

**Vladimir A. Krilov .** The scientific colleague of «Aircraft» department of the South Urals State University. The area of scientific interests – durability of mechanical construction.

**Кудрин Александр Иванович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Автомобильный транспорт» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – диагностика технического состояния автомобилей

**Alexsander I. Kudrin.** The candidate of engineering science, senior lecturer of «Automobile transport» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – the diagnostic of technical state of automobile.

**Лаврик Александр Николаевич.** Доктор технических наук, профессор кафедры «Двигатели внутреннего сгорания» Южно-Уральского государственного университета, академик РАН.

## Сведения об авторах

Область научных интересов – рабочий цикл ДВС, многотопливность ДВС, химмотология топлив и смазочных материалов.

**Alexander N. Lavric.** The doctor of technical sciences, professor of «Internal combustion engine» department of the South Ural State University, academic RAN. The area of the scientific interests – work cycle of internal combustion engine, chemistry of fuel and lubricants.

**Майборода Сергей Сергеевич.** Ассистент кафедры «Основы проектирования машин» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – механизмы и системы приводов.

**Sergey S. Mayboroda.** The assistant of «Bases of machines designing» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – mechanisms and systems of drives.

**Пантюхин Артем Александрович.** Аспирант кафедры «Гидравлика и гидропневмосистемы» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прикладная гидромеханика и гидравлика, струйные аппараты и кавитационные течения.

**Artem A. Pantiukhin.** The post-graduate student of «Hydraulics and hydro-pneumatics» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – applied hydromechanics and hydraulics, stream devices and cavitation flows.

**Пожбелко Владимир Иванович.** Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Основы проектирования машин» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – механизмы и системы приводов.

**Vladimir I. Pozhbelko.** The doctor of engineering science, professor, the head of «Bases of Machines Designing» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – mechanisms and systems of drives.

**Позин Борис Михайлович.** Доктор технических наук, профессор, Заслуженный машиностроитель РФ, профессор кафедры «ТМ и ТММ» ЧГАУ, главный конструктор направления ООО «ГСКБ ЧТЗ». Область научных интересов – теоретические проблемы транспортного и дорожно-строительного машиностроения, теория движения машин, механика, оптимальное управление.

**Pozin Boris Michaelovitch.** The doctor of engineering science, professor, Honoured Mechanician of the Russian Federation, professor of the Theoretical Mechanics department of the Chelyabinsk Agricultural Engineering University, Chief Designer of the National Construction and Design Bureau «Chelyabinsk Tractor Plant» Ltd. Research interests – theoretical problems in transport and road-construction engineering, theory of machine kinematics, mechanics, optimal control.

**Прокопьев Валерий Никифорович.** Доктор технических наук, академик Российской академии транспорта, заведующий кафедрой «Автомобильный транспорт» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – гидродинамическая теория смазки трибосоприкосновений, диагностика технического состояния автомобилей.

**Valery N. Prokopiev.** The doctor of engineering science, professor, the academic of Russia's academy of transport, the head of «Automobile transport» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – the theory of hydrodynamic processes in bearing and other tribosurfaces with oil supply (tribology), the diagnostic of technical state of automobile.

**Рылеев Александр Владимирович.** Инженер ОАО «Специальное конструкторское бюро машиностроения». Область научных интересов – управление транспортными машинами.

**Alexander V. Ryleyev.** The engineer of Open Society «Special design room of engineering industry». Area of scientific interests – control of transport cars.

**Сафонов Евгений Владимирович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Двигатели летательных аппаратов» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – проектирование энергетических установок, математическое моделирование гидрогазодинамических и тепловых процессов в технических системах.

---

**Eugeney V. Safonov.** The candidate of engineering science, senior lecturer of «Engines of flying machines» department of the South Ural State University. The area of scientific interests – designing of power devices, mathematical simulation of hydro-, gas- dynamics and heat processes in engineering systems.

**Спирidonov Евгений Константинович.** Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Гидравлика и гидропневмосистемы», декан Аэрокосмического факультета Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прикладная гидромеханика и гидравлика, струйные аппараты, лопастные насосы и напорные гидросистемы.

**Evgeny K. Spiridonov.** The doctor of engineering science, professor, the head of «Hydraulics and hydropnevmosystems» department, dekan of aerospace faculty of the South Urals State University. The area of scientific interests – applied hydromechanics and hydraulics, stream devices, lobe pumps and pressure head hydraulic-circuit systems.

**Тараторкин Игорь Александрович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры гусеничных машин Курганского государственного университета. Область научных интересов – динамическая нагруженность и управление транспортными машинами.

**Igor A. Taratorkin.** The candidate of engineering sciences, senior lecturer of «Caterpillar machines» department of the Kurgan State University. The Area scientific interest – a dynamic load and operated moving the transport machines.

**Телегин Александр Иванович.** Доктор физико-математических наук, профессор, декан Электротехнического факультета Миасского филиала Южно-Уральского государственного университета, заведующий кафедрой «Системы управления и математическое моделирование». Область научных интересов – математическое моделирование управляемых систем.

**Alexander I. Telegin.** The doctor of physical-mathematical science, professor, the dean of the Electrotechnical faculty of the Miass branch of the South Ural State University, the head of «Control system and mathematical modeling» department. The area of scientific interests – mathematical modeling of the controllable systems.

**Теребов Антон Сергеевич.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы проектирования машин» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – рабочий цикл и техническое обслуживание ДВС, конструкция и расчет ДВС.

**Anton S. Terebov.** The candidate of engineering science, senior lecturer of «Bases and designing of machines» of the South Ural State University. The area of scientific interests – work cycle and technical serve of internal combustion engine, design and calculation of internal combustion engine.

**Тимошенко Марина Владимировна.** Старший преподаватель кафедры «Прикладная информатика и математика» Электротехнического факультета Миасского филиала Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – математическое моделирование систем и процессов.

**Marina V. Timoshenko.** The lecturer of «Applied information science and mathematics» department of the Electrotechnical faculty of the Miass branch of the South Ural State University. The area of scientific interests – mathematical modeling of the processes and systems.

**Трояновская Ирина Павловна.** Кандидат технических наук, главный специалист ООО «Головного специализированного конструкторского бюро Челябинский тракторный завод». Область научных интересов: теоретические проблемы транспортных и тяговых машин, теория движения, механика.

**Irina P. Trojanovskaja.** The candidate of engineering science., the main expert of Open Company «Head specialized design office the Chelyabinsk tractor factory». Area of scientific interests – theoretical problems of transport and traction machines, the theory of movement, mechanics.

**Шеркунов Виктор Георгиевич.** Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Машины и технология обработки материалов давлением» Южно-Уральского государственного университета.

## Сведения об авторах

---

ного университета. Область научных интересов – обработка сплошных и композиционных материалов прокаткой, прессованием и волочением.

**Victor G. Sherkunov.** The doctor of engineering science, professor, the head of «Machines and Technologies of Handling Materials by Pressure» department of the South Ural State University. The area of scientific interest – handling of solid and composite materials by rolling, pressing, dragging.

**Шестаков Александр Леонидович.** Доктор технических наук, профессор, ректор Южно-Уральского государственного университета, заведующий кафедрой «Информационно-измерительная техника». Область научных интересов – разработка перспективных образцов информационно-измерительной техники, применение современных достижений микросистемной техники в различных отраслях промышленности.

**Alexander L. Shestakov.** The doctor of engineering science, professor, rector of the South Ural State University, the head of «Information and measurement instrumentations» department. The area of scientific interests – development of available models of information and measurement instrumentations, application of modern achievements of micro system technology in industries.

**Шефер Леопольд Анатольевич.** Доктор технических наук, профессор кафедры «Летательные аппараты» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов – прочность машиностроительных конструкций.

**Leopold A. Shefer.** The doctor of engineering science, professor of «Aircraft» department of the South Urals State University. The area of scientific interests – durability of mechanical construction.

**ВЕСТНИК  
ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**№ 25 (97) 2007**

**Серия  
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»  
Выпуск 10**

---

**Издательство Южно-Уральского государственного университета**

Подписано в печать 29.10.2007. Формат 60×84 1/8. Печать трафаретная.

Усл. печ. л. 13,95. Уч.-изд. л. 14,5. Тираж 500 экз. Заказ 392/78.

---

Отпечатано в типографии Издательства ЮУрГУ. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.