

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, НАВЕДЕННОГО НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ФЕРРОМАГНИТНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ПРИ ПАДЕНИИ СФЕРИЧЕСКОГО ФРОНТА АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

К.В. Прокопьев, А.А. Шульгинов, С.Ю. Гуревич

В работе решена задача обратного электромагнито-акустического преобразования для ферромагнитной среды находящейся при температуре Кюри. Расчет выполнен для сферического фронта падающей акустической волны. Вычислены параметры электромагнитных волн, возникающих над поверхностью ферромагнитного полупространства.

При взаимодействии переменного электромагнитного поля с поверхностью проводящей среды в последней возникает акустическое поле. Если упругая среда является ферромагнитной, то акустическое поле обладает рядом особенностей. При температурах, соответствующих магнитному фазовому переходу (точка Кюри), обратное электромагнито-акустическое (ЭМА) преобразование происходит за счет объемной магнитострикции в следствии отсутствия анизотропии магнитоупругих и магнитных свойств среды. Задача обратного ЭМА преобразования успешно решена для плоского фронта падающей акустической волны [2]. В развитие подходов, сформулированных в этой работе, решим аналогичную задачу для падающей акустической волны, имеющей сферический фронт.

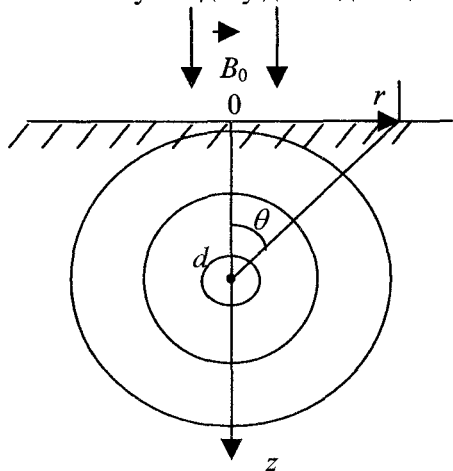


Рис. 1. Система координат задачи

Пусть на плоскую границу ферромагнитной среды, заполняющую полупространство $Z > 0$, из точки d падает сферическая волна частотой ω и амплитудой потенциала W (рис. 1). Среда магнитополяризована внешним магнитным полем B_0 . В результате действия упругой волны на элементы ферромагнитной среды возникает изменение намагниченности среды, которая создает переменное магнитное поле, последнее над поверхностью полупространства может быть зарегистрировано с помощью электромагнито-акустических преобразователей.

Смещение частиц твердого тела представим через скалярный и векторный потенциал. Уравнения запишем для цилиндрической системы координат

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{C_l^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = W \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z-d) e^{-i\omega t}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\Psi}{r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{C_t^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия, записанные для границы металл-воздух

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{z=0} = 0$$

преобразуем через потенциалы

$$(1 - 2\mathcal{G}) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + 2\mathcal{G} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) = 0; \quad (3)$$

$$2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\Psi}{r^2} = 0, \quad (4)$$

где $\mathcal{G} = \frac{C_t^2}{C_l^2}$, C_t , C_l – скорости поперечной и продольной волны в среде.

Решение системы (1), (2) будем искать в виде

$$\Phi(z, r, t) = \Phi^*(z, r)e^{-i\omega t}, \Psi(z, r, t) = \Psi^*(z, r)e^{-i\omega t}.$$

С учетом этого система (1), (2) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi^*}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial z^2} + k_l^2 \Phi^* = W \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z-d), \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi^*}{\partial r} - \frac{\Psi^*}{r^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial z^2} + k_t^2 \Psi^* = 0, \quad (6)$$

$$k_l = \frac{\omega}{C_l}, \quad k_t = \frac{\omega}{C_t}.$$

Решение системы (5), (6) будем искать методом интегральных преобразований Бесселя, где

$$\tilde{\Phi}^*(z, k) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \Phi^*(z, k) J_0(kr) r dr; \quad \tilde{\Psi}^*(z, k) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \Psi^*(z, k) J_1(kr) r dr -$$

прямое, а

$$\Phi^*(z, r) = \int_0^\infty \tilde{\Phi}^*(z, k) J_0(kr) k dk; \quad \Psi^*(z, r) = \int_0^\infty \tilde{\Psi}^*(z, k) J_1(kr) k dk -$$

обратное преобразование. Учитывая, что функции Бесселя $J_0(x)$ и $J_1(x)$ удовлетворяют уравнению Бесселя

$$\frac{d^2 J_0}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dJ_0}{dx} + J_0 = 0, \quad \frac{d^2 J_1}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dJ_1}{dx} + J_1 - \frac{J_1}{x^2} = 0,$$

получим

$$\frac{d^2 \tilde{\Phi}^*}{dz^2} - (k^2 - k_l^2) \tilde{\Phi}^* = \frac{W}{4\pi^2} \delta(z-d); \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\Psi}^*}{dz^2} - (k^2 - k_t^2) \tilde{\Psi}^* = 0. \quad (8)$$

Запишем общее решение уравнений (7), (8)

$$\tilde{\Phi}^*(z, k) = C_1 e^{-z\sqrt{k^2 - k_l^2}} + C_1' e^{-z\sqrt{k^2 - k_l^2}} + \tilde{\Phi}_1^*(z, k); \quad (9)$$

$$\tilde{\Psi}^*(z, k) = C_2 e^{-z\sqrt{k^2 - k_t^2}}, \quad (10)$$

где $\tilde{\Phi}_1^*(z, k)$ – частное решение неоднородного уравнения (7). Второе слагаемое в уравнении (9) дает расходящееся решение, тогда $C_1' = 0$. Учитывая соотношение

$$\delta(z-d) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\gamma(z-d)} d\gamma,$$

и введя прямое и обратное преобразование Фурье

$$\tilde{\Phi}_1^* = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\gamma, k) e^{i\gamma k} d\gamma, \quad \Phi(\gamma, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_1^*(z, k) e^{-i\gamma k} dz,$$

уравнение (7) преобразуется к виду

$$\Phi = -\frac{W}{4\pi^2} \frac{e^{-i\gamma d}}{\gamma^2 + k^2 - k_l^2}. \quad (11)$$

Сделаем прямое преобразование Бесселя уравнения (11)

$$\tilde{\Phi}_1^*(z, k) = -\frac{W}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{\gamma^2 + k^2 - k_l^2} d\gamma = -\frac{W}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{(\gamma - \sqrt{k_l^2 - k^2})(\gamma + \sqrt{k_l^2 - k^2})} d\gamma. \quad (12)$$

Как видно из рис. 1, нас интересует решение при $z < d$. Следовательно, $(d-z) > 0$. Введем обозначения

$$\gamma_1 = i\sqrt{k^2 - k_l^2}, \quad \gamma_2 = -i\sqrt{k^2 - k_l^2}.$$

Для нахождения интеграла (12) дополним область интегрирования до замкнутого контура. Тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{(\gamma-\gamma_1)(\gamma-\gamma_2)} d\gamma = \oint \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{(\gamma-\gamma_1)(\gamma-\gamma_2)} d\gamma = 2\pi i \sum \text{res} \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{(\gamma-\gamma_1)(\gamma-\gamma_2)} = 2\pi i \frac{e^{-i\gamma(d-z)}}{\gamma_2 - \gamma_1}.$$

Найдем частное решение

$$\tilde{\Phi}_1^*(z, k) = -\frac{W}{8\pi^2 \sqrt{k^2 - k_l^2}} e^{-(d-z)\sqrt{k^2 - k_l^2}}, \quad z < d.$$

Общее решение уравнений (9), (10):

$$\tilde{\Phi}^*(z, k) = C_1^{(k)} e^{-z\sqrt{k^2 - k_l^2}} - \frac{W}{8\pi^2 \sqrt{k^2 - k_l^2}} e^{-(d-z)\sqrt{k^2 - k_l^2}}; \quad (13)$$

$$\tilde{\Psi}^*(z, k) = C_2^{(k)} e^{-z\sqrt{k^2 - k_l^2}}. \quad (14)$$

Первое слагаемое в уравнении (13) – отраженная l -волна, второе – падающая l -волна, уравнение (14) – отраженная S -волна. Коэффициенты $C_1(k)$ и $C_2(k)$ находятся из граничных условий (3), (4). В результате получим:

$$C_1(k) = \frac{W}{8\pi^2} e^{-d\sqrt{k^2 - k_l^2}} \frac{\Delta_1^*}{\Delta} = \frac{W}{8\pi^2} e^{-d\sqrt{k^2 - k_l^2}} C_1^*(k),$$

$$C_2(k) = \frac{W}{8\pi^2} e^{-d\sqrt{k^2 - k_l^2}} \frac{\Delta_2^*}{\Delta} = \frac{W}{8\pi^2} e^{-d\sqrt{k^2 - k_l^2}} C_2^*(k),$$

$$\Delta = (2gk^2 - k_l^2)(2k^2 - k_l^2) - 4k^2 g \sqrt{k^2 - k_l^2} \sqrt{k^2 - k_l^2};$$

$$\Delta_1^* = \frac{(2gk^2 - k_l^2)(2k^2 - k_l^2) + 4k^2 g \sqrt{k^2 - k_l^2} \sqrt{k^2 - k_l^2}}{\sqrt{k^2 - k_l^2}};$$

$$\Delta_2^* = 4k(2gk^2 - k_l^2)$$

Общее решение для амплитуд потенциалов продольной и поперечной волн запишем следующим образом:

$$\Phi^*(z, r) = \frac{W}{8\pi^2} \int_0^\infty C_1^*(k) e^{-(z+d)\sqrt{k^2 - k_l^2}} J_0(kr) k dk - \frac{A}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_l^2}} e^{-(z+d)\sqrt{k^2 - k_l^2}} J_0(kr) k dk; \quad (15)$$

$$\Psi^*(z, r) = \frac{W}{8\pi^2} \int_0^\infty C_2^*(k) e^{-z\sqrt{k^2 - k_l^2} - d\sqrt{k^2 - k_l^2}} J_1(kr) k dk. \quad (16)$$

В акустическом поле на грани элементарного объема, выделенного в среде, действуют нормальные и касательные напряжения, однако последние вызывают лишь изменение формы объема, величина объема при этом не меняется. Следовательно, касательные напряжения и соответствующие им касательные составляющие смещений на поверхности среды не вызовут изменение объема и, следовательно, не приведут к изменению намагниченности за счет объемной магнито-стрикции. По этой причине далее рассматриваются только нормальные к поверхности среды составляющие смещений. Найдем z -компоненту смещения U_z , которая связана с потенциалами следующим образом

$$U_z(z, r, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\Psi}{r},$$

для трансформант Бесселя получим

$$\tilde{U}_z^*(z, r) = \left[\frac{d\tilde{\Phi}^*}{dz} + k\tilde{\Psi}^* \right]. \quad (17)$$

При наложении на ферромагнетик периодически меняющихся во времени внешних напряжений под действием упругой волны в нем происходит обратимые и необратимые смещения границ доменов и процесс смещения вектора намагниченности. В области парапроцесса в районе

температуры Кюри намагниченность насыщения меняется [1], что приводит к генерации электромагнитной волны.

Пусть ферромагнитное полупространство находится в постоянном магнитном поле, направленном вдоль оси z . Падающая акустическая волна вызывает смещение границ доменов, что приводит к генерации электромагнитной волны.

Запишем уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu\mu_0(\vec{j}_0 - \vec{j}_{cm}) = \mu\mu_0(\vec{j}_0 - \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}); \quad (18)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad (19)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (20)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0; \quad (21)$$

$$\vec{j}_0 = \vec{j} + \sigma \vec{E}, \quad (22)$$

где \vec{j}_0 – полная плотность тока внутри ферромагнетика; \vec{j} – плотность тока, вызванного смещением границ доменов; $\sigma \vec{E}$ – плотность тока, индуцированного электромагнитным полем. Введем вектор потенциал A ,

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}.$$

Тогда уравнение (18) можно представить в виде

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu\mu_0 \vec{j} + \mu\mu_0 \sigma \vec{E} + \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

или

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu\mu_0 \vec{j} - \mu\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (23)$$

где

$$v^2 = \frac{1}{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0} = \frac{c^2}{n^2}.$$

Решение уравнения (23) ищем в виде

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A}^* = \mu\mu_0 \vec{j}^* - \mu\mu_0 \sigma i\omega \vec{A}^* + k_0^2 \vec{A}^*, \quad (24)$$

где

$$\vec{A} = \vec{A}^* e^{-i\omega t}; \quad \vec{j} = \vec{j}^* e^{-i\omega t}; \quad k_0 = \frac{\omega}{v}.$$

В цилиндрических координатах уравнение (24), записанное для ферромагнетика и воздуха, будет выглядеть следующим образом

$$\frac{\partial^2 A_{\phi}^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_{\phi}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\phi}^*}{\partial r} + \frac{A_{\phi}^*}{r^2} + k_{\phi}^2 A_{\phi}^* = F^*; \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 A_s^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_s^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s^*}{\partial r} - \frac{A_s^*}{r^2} + k_s^2 A_s^* = 0, \quad (26)$$

где

$$F^* = -\mu\mu_0 j = -\mu\mu_0 \operatorname{rot} \vec{M} \Big|_{\vec{e}_r}; \quad k_{\phi}^2 = (i\omega\sigma\mu\mu_0 + k_0^2), \quad k_s = \frac{\omega}{C},$$

A_{ϕ}^* , A_s^* – амплитуды вектор-потенциала в ферромагнетике и в воздухе.

Из условий равенства тангенциальных компонент электрического и магнитного поля граничные условия запишутся в виде

$$A_s^* \Big|_{z=0} = A_{\phi}^* \Big|_{z=0}; \quad (27)$$

$$\left. \frac{dA_g^*}{dz} \right|_{z=0} = \frac{1}{\mu} \left. \frac{dA_\phi^*}{dz} \right|_{z=0}. \quad (28)$$

Используя интегральные преобразования Бесселя получим

$$\frac{d^2 \tilde{A}_\phi^*}{dz^2} - (\beta^2 - k_\phi^2) \tilde{A}_\phi^* = \tilde{F}^*(z, \beta); \quad (29)$$

$$\frac{d^2 \tilde{A}_g^*}{dz^2} - (\beta^2 - k_g^2) \tilde{A}_g^* = 0. \quad (30)$$

Как показано в работе [2], связь между упругими и магнитными константами можно представить в виде

$$F^* = -\mu\mu_0 \operatorname{rot} \vec{M} \Big|_{\vec{e}_r} = b \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2},$$

где

$$b = \mu(\hat{\lambda} + \frac{2}{3}\hat{\mu}) \frac{\partial \lambda_v}{\partial H_{0z}},$$

$\hat{\lambda}, \hat{\mu}$ – постоянные Ламэ; λ_v – коэффициент объемной магнитострикции. Для трансформанты Бесселя получим

$$\begin{aligned} \tilde{F}^*(z, k) = & \tilde{N}_1 \exp(-(z+d)\sqrt{k^2 - k_l^2}) + \tilde{N}_2 \exp(-(d-z)\sqrt{k^2 - k_l^2}) + \\ & + \tilde{N}_3 \exp(-z\sqrt{k^2 - k_l^2} - d\sqrt{k^2 - k_l^2}), \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\tilde{N}_1(k) = \frac{Wb}{8\pi^2} C_1^*(k)(k^2 - k_l^2)^{\frac{3}{2}} - \text{амплитуда отраженной продольной волны};$$

$$\tilde{N}_2(k) = \frac{Wb}{8\pi^2} (k^2 - k_l^2) - \text{амплитуда падающей продольной волны};$$

$$\tilde{N}_3(k) = \frac{Wb}{8\pi^2} C_2^*(k)k(k^2 - k_l^2) - \text{амплитуда отраженной поперечной волны}.$$

Запишем общее решение уравнений (25), (26)

$$\tilde{A}_g^*(z, \beta) = D_1 \exp(z\sqrt{\beta^2 - k_g^2}); \quad (32)$$

$$\tilde{A}_\phi^*(z, \beta) = D_2 \exp(-z\sqrt{\beta^2 - k_\phi^2}) + \tilde{G}(z, \beta), \quad (33)$$

где \tilde{G} – частное решение уравнения (25). Для нахождения коэффициентов в уравнении (32), (33) используем граничные условия (27), (28). Частное решение определяем подстановкой в (29). В результате получим выражение для трансформанты вектор потенциала в воздухе

$$\tilde{A}_g^*(z, \beta) = E(\beta) \exp(z\sqrt{\beta^2 - k_g^2} - d\sqrt{\beta^2 - k_l^2}), \quad (34)$$

$$E(\beta) = \frac{i}{2\pi} \frac{S_1(\beta) \frac{\sqrt{\beta^2 - k_\phi^2}}{\mu} + S_2(\beta)}{(k_\phi^2 - \beta^2) \left(\frac{\sqrt{\beta^2 - k_\phi^2}}{\mu} + \sqrt{\beta^2 - k_g^2} \right)},$$

где

$$S_1(\beta) = \tilde{N}_1(\beta) + \tilde{N}_2(\beta) + \tilde{N}_3(\beta),$$

$$S_2(\beta) = \sqrt{\beta^2 - k_l^2} (\tilde{N}_2(\beta) - \tilde{N}_1(\beta)) - \sqrt{\beta^2 - k_l^2} \tilde{N}_3(\beta).$$

Применив к выражению (34) обратное преобразование Бесселя, все интегралы берутся методом перевала, окончательно получим выражение для напряженности электромагнитного поля в воздухе на поверхности полупространства

$$E^*(z=0, r) = \frac{1}{d} \omega k_l \cos \theta E(k_l \sin \theta). \quad (35)$$

Результаты расчетов приведены на рис. 2, 3. В качестве ферромагнетика выбран железоникелевый сплав 32 НКД. Из анализа графиков видно, что максимум напряженности электромагнитного поля наблюдается в диапазоне частот от 2 МГц, при узком угле наблюдения 4–10 град. С ростом частоты эффективность преобразования усиливается, но при этом становится существенным поглощение в среде (в расчетах не учитывалось), что будет ограничивать верхний диапазон эффективно преобразуемых частот.

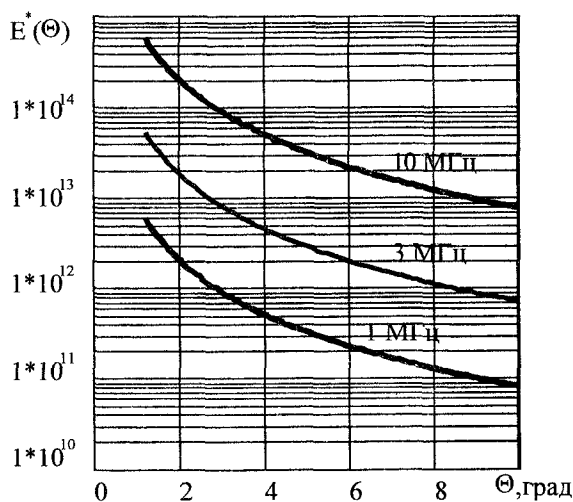


Рис. 2. Зависимость амплитуды E от θ для различных частот падающей сферической волны ($d = 5$ см)

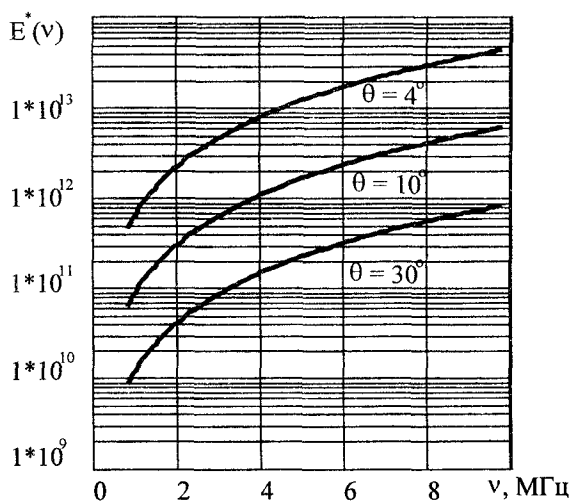


Рис. 3. Зависимость амплитуды E от ν для различных углов наблюдения ($d = 5$ см)

Полученные результаты могут служить основой при конструировании ЭМА преобразователей, где главной задачей является подбор размеров и формы самого преобразователя.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 01-02-96469) и Минобразования РФ (грант № Е00-3.4-346).

Литература

1. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 1032 с.
2. Гуревич С.Ю., Писарев М.С. Акусто-электромагнитное преобразование в ферромагнитных металлах при магнитном фазовом переходе // *Физические методы испытаний материалов и веществ: Тематич. сб. научн. тр.* – Челябинск, ЧГТУ, 1995. – С. 3–15.