

ВЕЛИКИЙ КОЧЕВНИК БЕНУА МАНДЕЛЬБРОТ

В.А. Шлык

Статья посвящена 80-летию Бенуа Манделъброта, который, открыв фракталы, изменил взгляд человека на окружающий мир. Рассказывается о рождении понятия фрактала, создании геометрии негладких форм и теории хаоса. Противник специализации, «кочевник-по-желанию», Манделъброт начал великий синтез наук, нашел математические характеристики осязательных ощущений, возродил экспериментальную математику, приоткрыл секрет гармонии и красоты. Основой подхода Манделъброта стал синтез логического и образно-художественного восприятия мира. Огромную роль сыграла его необычайная геометрическая интуиция, сохранившаяся благодаря полученному нестандартному образованию. Рассказывается о личных впечатлениях автора от встреч с Бенуа Манделъбротом. Приводится интервью, данное им специально для этой статьи.



В феврале 1990 года австралийская газета «Аустралиан» [1] сообщала: «В Сиднее на конференции по теории хаоса в Университете Нового Южного Уэльса профессору Манделъброту был оказан прием, который по большому обыкновению предназначался поп-певцам. <...> Более 2000 человек, пытавшихся втиснуться в аудиторию Джона Кламси, изрядно потрепали организаторов публичной лекции профессора Манделъброта. Организатор мистер Алекс Оупай находился в состоянии близком к отчаянию, когда он оправдывался и всеми правдами и неправдами умолял толпу освободить проходы и входы. В конце концов, конференция началась приблизительно с 15-минутным опозданием. Борясь с простудой и отвратительной акустикой, профессор Манделъброт извинялся: «Я вовсе не собирался устраивать беспорядок». <...> В некоторой степени профессор Манделъброт должен был винить себя самого. Желая того или нет, он стал олицетворением хаоса, подобно тому, как Эйнштейн олицетворяет относительность».

20 ноября 2004 года Бенуа Б. Манделъброту, почетному члену корпорации IBM, Стерлинг-профессору Йельского университета, доктору многих других университетов, обладателю научных премий и наград, исполнилось 80 лет.

Бенуа Манделъброт изменил парадигму восприятия хаоса. Он показал, что хаос и сложность могут возникать в результате действия простых законов и правил. Введя понятие фрактала и продемонстрировав универсальность фрактальных структур в природе, Манделъброт создал математику для их описания. Фрактальная геометрия предоставила метод для выделения порядка и простоты в многообразии хаоса, который до этого выглядел неприступным. Сформировалась родственная теории фракталов геометрия хаотического детерминизма. Человек получил возможность «прояснить хаос тех посланий», которые он воспринимает посредством своих органов чувств [2].

Новый подход привел к переоценке роли случая в поведении сложных процессов и открыл возможности для создания новых теорий и технологий в различных областях. Возрождение Манделъбротом эксперимента и графических представлений в математике привело к фундаментальным открытиям и гипотезам, часто неожиданным и в высшей степени сложным. Красота фракта-

лов выявила новые закономерности эстетической гармонии мира, которую другими, неформальными средствами исследуют художники, архитекторы и композиторы.

Фракталы, хаос и новая геометрия

30 лет назад фракталов не было. 20 лет назад они стали предметом яростных научных дискуссий. В одном только 1990 году было опубликовано 5000 статей со словом «фрактал» в названии. Для многих фракталы означали революцию в науке. Сейчас не зная, что такое фракталы, стало неприличным, хотя нередко их отождествляют с интригующими цветными картинками с загадочным и сложным узором, не догадываясь, какая серьезная и необычная математика за ними скрыта. Необычная, несмотря на то, что ее основные идеи доступны каждому. Мы видим фракталы в деревьях, звездном небе, реках и морских побережьях, горах и облаках. С геометрической точки зрения, наши легкие и почки, кровеносная и нервная системы тоже фракталы. Говоря упрощенно, фракталы – это все, что изломано и пористо, разветвлено, измято и разорвано, причем остается таким, как пристально мы бы в эти объекты ни вглядывались. Дерево состоит из веток и веточек, облако – из меньших облачков, заливы – из бухт, и так много раз, почти бесконечно. Беря все более и более сильный бинокль, мы видим заливы между скалами, камешками, песчинками. Суть фракталов в самоподобии: их геометрическая структура остается приблизительно той же в любом масштабе рассмотрения.

Значит, фракталы существовали и раньше? Да, как принцип устройства мира, они существовали всегда, хотя понятие фрактала появилось совсем недавно, когда было понято, что самоподобие – универсальное свойство природы. Обнаружил это математик Бенуа Мандельброт. Он же ввел в жизнь и новый термин «фрактал». В пересказе Глейка [3]¹ это происходило так. «Однажды ближе к вечеру, зимой 1975 г., готовя к публикации в виде книги свою первую большую работу, Мандельброт пришел к выводу, что для своих образов, своих размерностей и своей геометрии ему необходимо иметь имя. Непроизвольно он стал просматривать латинский словарь своего сына, который уже вернулся из школы, и наткнулся на прилагательное *fractus*, производное от глагола *frangere*, ломать. Созвучие с основными однокоренными английскими словами *fracture* и *fraction* показалось подходящим». Так Мандельброт изобрел слово «фрактал».

В [5] Мандельброт не стал давать окончательное определение фрактала, «чувствуя, что это понятие, как и хорошее вино, требует выдержки, прежде чем оно будет «разлито по бутылкам» [6]. Он поясняет: «Все фигуры, которые я исследовал и называл фракталами, в моем представлении обладали свойством быть «нерегулярными, но самоподобными». Слово «подобный» не всегда имеет классический смысл «линейно увеличенный или уменьшенный», но всегда находится в согласии с удобным и широким толкованием слова «похожий» [6]. Широкое толкование позволяло включить в число фракталов давно известные в математике множества Кантора, Коха, Серпинского, Пеано, Жюлиа и др. Эти конструкции противоречили интуиции, их считали монстрами – удивительными, но досадными исключениями. «Встречаясь с этими образами, математики и ученые закрывали глаза» [7], поскольку из-за их нерегулярности, почти хаотичности, Евклидова геометрия не могла с ними справиться. Именно эта почти хаотичность, хаотичность в пределах самоподобия, была тем, что хотел выразить в новом понятии Мандельброт. «Моя атака в новой области, – пишет он, – имела целью разделить на части понятие *хаоса*. Одна часть при этом так и осталась нетронутой, поскольку мы не знаем, как ее исследовать. Вторая же, хотя и менее общего вида, но весьма внушительная, заслуживает быть выделенной. Ее следовало бы изучить, хотя бы в силу многочисленности примеров самоподобия в природе, а еще потому, что именно из-за самоподобия она вполне поддается изучению» [6].

Первоначальное, «тактическое» определение фрактала, опиралось на классическое представление о хаусдорфовой размерности². Мандельброт назвал фракталами множества, хаусдорфова размерность которых строго больше топологической (и обычно оказывается нецелым числом), но

¹ Перевод на русский язык посвященной Б. Мандельброту и фракталам четвертой главы книги Глейка следует читать с осторожностью. Оригинал замечательный, но перевод безобразен, иногда до потери смысла (СПб., Амфора, 2001). Поправки и комментарии можно найти в [4].

² Другое название – размерность Хаусдорфа–Безиковича. Феликс Хаусдорф ввел это понятие в 1919 г., а Абрам Безикович привел его в окончательный вид. Сведения о многих математиках, причастных и не причастных к созданию фрактальной геометрии, можно найти на сайте университета Сент-Андрюс [8].

уже во втором издании книги [9] он от этого определения отказался [2]. И все же он с самого начала оставил возможность для расширения понятия, ибо размерность по Хаусдорфу не выражала полностью его интуитивное понимание фракталов. Она позволяет различать категории «гладкий» и «хаотичный», но не разделяет категории «нерегулярный, но самоподобный», то есть хаос, поддающийся изучению, благодаря фракталам, и «геометрически хаотичный», то есть хаос вовсе беспорядочный [6].

Новая математика, нацеленная на изучение не вполне определенного понятия, не была сразу принята. Если Мандельброт «развил в себе интуитивное понимание» хаусдорфовой размерности, и его «интуиция всегда работала с различными формами более общей концепции» – концепции фрактальной размерности, то для большинства математиков это понятие «было каким угодно, но уж никак не интуитивным, а фактически весьма туманным» [6]. Использование дробной хаусдорфовой размерности в 1975 году шокировало ученый мир. Только в 1982 году, после выхода в свет новой книги Мандельброта, научного эссе «Фрактальная геометрия природы» [9], пришло понимание того, что родилась новая наука.

С этих пор началось бурное развитие фрактальной геометрии. Фракталы обнаружили практически во всех естественных явлениях и процессах. «Сейчас анализ на фрактальных множествах развит в той же мере, что и анализ на гладких многообразиях», – говорит Р. Стричартц, профессор американского университета Корнелл, см. [10]. Идеи и достижения новой геометрии нашли самые разнообразные приложения. Фрактальные модели применяют в медицине для ранней диагностики раковых опухолей; в геологии и почвоведении; в материаловедении при изучении процессов разрушения изделий; в ядерной физике и астрономии для изучения элементарных частиц, распределения галактик во Вселенной, процессов на Солнце; в информатике для сжатия данных и улучшения трафика в сети Интернет; для анализа колебаний рыночных цен в экономике, сердечного ритма в кардиологии, погоды в метеорологии; в химии, искусствоведении... – перечень можно продолжать бесконечно.

Всем этим человечество обязано математику Бенуа Мандельброту. То, что новую науку со столь широкими приложениями создал один человек, выглядит невероятным. В наше время все значительные достижения науки и технологий являются плодами работы коллективов. Время одиночек-энциклопедистов прошло, специализация достигла такой степени, что одному человеку не под силу охватить даже основные идеи из разных областей. Для этого надо быть гением. Но многие так и считают: открыв фракталы, Б. Мандельброт совершил переворот в физике, утверждают авторы книги «От Ньютона до Мандельброта» [11]. Чтобы разобраться, как это смогло произойти, проследим, какими проблемами занимался Бенуа Мандельброт.

Путь к фракталам

Размышляя об истории создания фрактальной геометрии, Б. Мандельброт выделяет три периода. Первый, период поиска ошупью и вынашивания идеи, длился с 1952 до 1964 года. Второй, продолжавшийся до 1975 года, во многих отношениях был самый интересный, но в личном плане – наиболее разочаровывающий. Он отмечен серией фрактальных манифестов: выступлении на конгрессе в Иерусалиме [12] и лекциях в Йельском университете и в парижском Коллеж де Франс. Это были попытки «сформулировать широкий замысел, не делающий различия между социальными и естественными науками» [7]. К сожалению, добиться понимания своих идей другими учеными никак не удавалось, отчего возникало чувство отчуждения. Третий период Мандельброт характеризует как время консолидации идей, их бурного и расширяющегося развития, успешного объединения технических и философских аспектов. Для нас наибольший интерес представляют первые два периода.

Б. Мандельброт окончил парижскую Политехническую школу в 1947 году. В следующем году он получил степень магистра по авиации в Калифорнийском Технологическом Институте. Там, изучая явления, сопровождающие полеты на сверхзвуковых скоростях, он познакомился с проблемой турбулентности, «возможно, самой большой загвоздкой физики XIX века» [7]; позднее он свяжет турбулентность и фракталы. Интересовался он и другими проблемами, например, много времени проводил в беседах с биологами. Вернувшись во Францию, он провел год в Военно-воздушных силах [13]. Первые научные работы Мандельброта относятся к 1951 г., а в 1952 году в Парижском университете он защитил докторскую диссертацию, которая положила начало его междисциплинарным исследованиям. В результате соединения элементов теории ин-

ББМ: Общество организовано так, что специализация эффективно поддерживается многими способами. Синтез восхваляется до тех пор, пока дело ограничивается словами и обещаниями. Его терпят, пока он бесплоден (например, синергетика очень слабо повлияла на господствующую тенденцию). Более интересные случаи, в которых синтез влияет на общее состояние, одновременно и более сложны. Мир промышленности, в котором я жил 35 лет, часто нуждается в синтезе и принимает его без возражений. Мир науки терпит такие виды деятельности, как биохимия, которые начинались как ограниченный синтез, но вскоре превратились в новые области, в дополнение к старым. Все такие категории игнорируют тех немногих индивидуумов, которые успешно осуществляют широкий синтез, выходящий за пределы двух областей; их решительно ущемляют.

Вопрос: Гарри Флейк в своей книге «Алгоритмическая красота природы» утверждает, что наиболее интересными являются те структуры, которые лежат между строгим порядком и хаосом, подобно тому, как демократия находится посередине между тоталитаризмом и анархией. Может ли знание теорий фракталов и хаоса способствовать принятию верных решений экономических, политических и социальных проблем?

ББМ: Утверждение Флейка длительное время поддерживается многими, в том числе и мной. Но пример, который использую я, другой – а именно, фракталы. Современное состояние экономики, политологии и социологии примитивно, и я думаю, что фракталы окажутся существенными для их дальнейшего прогресса.

Вопрос: Как бы Вы охарактеризовали роль работ Колмогорова, Шарковского и, возможно, других математиков из стран бывшего Советского Союза в создании современных междисциплинарных наук?

ББМ: Я встречал Колмогорова и считаю его работы исключительно вдохновляющими. Однако другие русские ученые, которых я встречал, почти так же специализированы, как и их западные коллеги.

Вопрос: Вы читали лекции во многих странах и университетах. Собираетесь ли Вы прочесть когда-нибудь хотя бы одну лекцию в России, Беларуси, Украине?

ББМ: Я в хорошей форме, но мне на несколько месяцев больше 80, и мне не хотелось бы уже далеко ехать для того, чтобы выступить всего с одной лекцией. Первоочередной приоритет я отдаю написанию нового, продолжаю работать очень напряженно и совершенно не настроен тратить много времени на дорогу. Другим фактором является то, что для того, чтобы моя работа получила широкое признание, потребовалось длительное время, а сегодня меня широко чествуют специфическими способами, и я не в состоянии это остановить: награды, академии, докторские степени и т.д. Это очень приятно, но занимает столько времени. Наконец, на некоторые конференции я езжу просто для того, чтобы поучиться. Вся эта деятельность не оставляет времени для туризма, любопытства или отдельных лекций. Мне очень жаль, что это так.

Благодарности

Я глубоко благодарен герою данной статьи Бенуа Мандельброту, любезно согласившего ответить на вопросы и приславшего мне книгу [23] и некоторые статьи из [39]. Фотография также приведена с его любезного согласия. Благодарю своих друзей: профессора Дэна Кемпа, чья диссертация была посвящена биографии идеи фракталов, и который прислал мне свой рассказ о Б. Мандельброте [13], Дэвида Хейтона, сообщившего о работе [35], и профессора В.И. Заляпина который поддержал мой энтузиазм в работе над статьей и помог избежать математических ошибок.

Литература

1. Fairall J. Creative Genius Behind the Theory// The Australian. – 1990. – February 13.
2. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003. – 255 с.
3. Gleick J. Chaos: Making a New Science. – New York: Viking Penguin, 1987. – 352 p.
4. Шлык В.А. В защиту «Хаоса», фрактальной геометрии, Бенуа Мандельброта и Анри Пуанкаре// Педагогические и информационные технологии в образовании. – 2002. – Вып. 5. – http://scholar.urf.ru:8002/ped_journal.
5. Mandelbrot B.B. Les objets fractals: forme, hasard et dimension. – Paris: Flammarion, 1975. – 192 p.

6. Мандельброт Б. Фракталы и возрождение теории итераций// Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. – М.: Мир, 1993. – С. 131–140.
7. Davis M. Profile of Benoit B. Mandelbrot// *Omni Magazine*. – 1984. – Feb. – <http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/profile.pdf>.
8. The MacTutor History of Mathematics archive. – <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/index.html>.
9. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 655 с.
10. Strichartz R.S. Analysis on Fractals// *Notices of the AMS*. – 1999. – V. 46. – Nov. – P. 1199–1208.
11. Stauffer D., Stanley H.E. From Newton to Mandelbrot. – New York: Springer, 1996. – 209 p.
12. Mandelbrot B.B. Towards a second stage of indeterminism in science// *Interdisciplinary Science Reviews*. – 1987. – №. 12. – P. 117–127.
13. Camp D. R. Benoit Mandelbrot: The Euclid of Fractal Geometry// *Mathematics Teacher*. – 2000. – V. 93. – №. 8, Nov. – P. 708–712.
14. Barthélemy P. Un Genie né dans les Choux: Rencontre avec l'Inventeur des Fractales// *Le Monde* 2. – 2004. – 16–17 Mai. – P. 60–63. – http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/lemonde_barthelemy.pdf.
15. Mandelbrot B.B. A maverick's apprenticeship// *The Wolf Prize for Physics*. Ed. by D. Thouless. – Singapore: World Scientific, 2004. – <http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/mavericksApprenticeship.pdf>.
16. Библия. Бытие.
17. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
18. Coggan P. The Long View: The End of Normality// *Financial Times*. – 2004. – July 2. – <http://www.math.yale.edu/users/mandelbrot/pdfs/scrapbookOther.pdf>.
19. Gomory R. E. Foreword to: Mandelbrot B. B. *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. – New York: Springer, 1997. – 551 p.
20. Mandelbrot B.B. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension// *Science*. – 1967. – V. 155. – P. 636–638.
21. Mandelbrot B.B. *Fractals and the Rebirth of Experimental Mathematics*. Foreword to: Peitgen H.-O., et al. *Fractals for the Classroom. Introduction to Fractals and Chaos*. – New York: Springer, 1992. – P. 1–16.
22. Devaney R.L. Mandelbrot's Vision for Mathematics// *Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot*. Eds. M.L. Lapidus, M. van Frankenhuijsen. (Proc. of Symposia in Pure Mathematics. Vol. 72). – Rhode Island: Amer. Math. Soc. Providence, 2004. – P. 39–40. – <http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/scrapbookFractals.pdf>.
23. Mandelbrot B.B. *Fractals and Chaos: The Mandelbrot Set and Beyond*. – New York: Springer-Verlag, 2004. – 308 p.
24. Weaver J. Yale «Father of Fractals» to be Awarded Prestigious Prize in Japan. – http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/jp_yaleRelease.pdf.
25. York D. Rough edge of math leads to scenery by computer// *The Toronto Globe and Mail*. – 1983. – April 8. – <http://www.math.yale.edu/mandelbrot/pdfs/scrapbookFractals.pdf>.
26. Lapidus M.L. *Fractal Geometry and Applications – An Introduction to this Volume*// *Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot*. Eds. M.L. Lapidus, M. van Frankenhuijsen. (Proc. of Symposia in Pure Mathematics. Vol. 72). – Rhode Island: Amer. Math. Soc. Providence, 2004. – P. 1–25.
27. Sapoval B. Is randomness partially tamed by fractals?// *Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot*. Eds. M.L. Lapidus, M. van Frankenhuijsen. (Proc. of Symposia in Pure Mathematics. Vol. 72). – Rhode Island: Amer. Math. Soc. Providence, 2004. – P. 55–56.
28. Mumford D.B. My encounters with Benoit Mandelbrot// *Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot*. Eds. M.L. Lapidus, M. van Frankenhuijsen. (Proc. of Symposia in Pure Mathematics. Vol. 72). – Rhode Island: Amer. Math. Soc. Providence, 2004. – P. 61–62.

29. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, Chance, and Dimension. – San Francisco: Freeman & Co, 1977. – 265 p.
30. Frame M., Mandelbrot B., Neger N. Fractal Geometry. – Yale University. – <http://classes.yale.edu/fractals/index.html>.
31. Шлык В.А. Фракталы в абстрактном искусстве и дизайне// Изв. Челяб. науч. центра. – 2004. – Вып. 1 (22). – С. 231–244. – http://csc.ac.ru/news/2004_1/2004_1_18_1.zip.
32. Condé S. La Fractalité dans l'Art Contemporain. – Paris: La Différence, 2001. – 192 p.
33. Flake G.W. The Computational Beauty of Nature. – Cambridge, Ma.: MIT Press, 1998. – 495 p.
34. Вейль Г. Симметрия. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 191 с.
35. Mandelbrot B.B. A Theory of Roughness// Edge. The Third Culture. – 2004. – № 151, Dec. 20. – <http://www.edge.org/documents/archive/edge151.html>.
36. Weyl H. The Open World. Three lectures on the metaphysical implications of science. – New Haven: Yale Univ. Press, 1932. – 84 p.
37. Mandelbrot B.B. Multifractals and 1/f Noise: Wild Self-Affinity in Physics (1963–1976). – New York: Springer-Verlag, 1999. – 442 p.
38. Mandelbrot B.B., Frame M.L. Fractals, Graphics, and Mathematical Education. – Washington: MAA, 2002. – 206 p.
39. Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot. Eds. M.L. Lapidus, M. van Frankenhuijsen. (Proc. of Symposia in Pure Mathematics. Vol. 72). – Amer. Math. Soc. Providence, Rhode Island, 2004. – 1111 p.

Поступила в редакцию 19 мая 2005 г.